

Д.З.



findMajor

Найти число больше суммы всех остальных

- Идея: можно сначала сосчитать сумму с всех чисел
 - Тогда условие: $x > s - x$

- С помощью maximum

```
findMajor xs = let s = sum xs
                x = maximum xs
                in if x > s - x then Just x else Nothing
```

- Не работает для пустого списка 😞

- С помощью filter

```
findMajor xs = let s = sum xs
                xs1 = filter (\x -> x > s - x) xs
                in if xs1 == [] then Nothing else Just (head xs1)
```

findMajor - продолжение

- Написать специальный find

```
find cond [] = Nothing
```

```
find cond (x:xs) =
```

```
  if cond x
```

```
  then Just x
```

```
  else find cond xs
```

- (На самом деле именно это и делает стандартный find в Data.List, т.е. его и писать не надо)

```
findMajor xs = let
```

```
  s = sum xs
```

```
  in find (\x -> x > s - x) xs
```

allDiffLists

```
allDiffLists n k = allDiffLists' n k []
```

□ `allDiffLists' n k s` (`s` – те элементы, которые мы уже включили)

```
allDiffLists' n 0 _ = [[]]
```

```
allDiffLists' n k s = [x:xs | x<-[1..n], not (elem x s),  
                          allDiffLists' n k (x:s)]
```

□ То же с приемом "представление множества с помощью функции"

```
allDiffLists n k = allDiffLists' n k (\t -> False)
```

□ `allDiffLists' n k cond` (`cond` – условие, которое мы проверяем)

```
allDiffLists' n 0 _ = [[]]
```

```
allDiffLists' n k cond = [x:xs | x<-[1..n], not (cond x),  
                              xs <- allDiffLists' n (k-1)  
                              (\t -> cond t || t == x)]
```

findInLists

- Без failure continuation как-то так:

*искать в первом подсписке
if нашли
then вернуть то, что нашли
else искать в хвосте*

- С использованием failure continuation

```
findInLists cond (xs:xss) err =  
  find cond xs
```

```
    (  
      findInLists cond xss err  
    )
```

-- Если не нашли, то...

```
findInLists cond [] err = err
```

- Обошлись без if!



Continuations (продолжения).

Continuation-passing style (CPS)

Continuation-passing style

- Continuation: параметр-функция. *Задаёт, что делать после окончания работы функции*
 - failure continuation – вызываем, если функция завершилась не успешно
 - Continuation-passing style (CPS) - вызываем всегда!

Continuation-passing style – простой пример


- Обычная функция:

```
sqr x = x*x
```

- CPS

```
sqr_cps x f =  
  f (x*x)
```

Что делать с результатом,
когда мы его получим



- Примеры вызова:

- Сосчитать $\sin(5*5)$
 `sqr_cps 5 sin`
- Сосчитать $5*5 + 1$
 `sqr_cps 5 (+1)`
- Сосчитать $5*5$
 `sqr_cps 5 id`

Зачем??

•см. следующие
слайды...

CPS и рекурсия.

Пример: факториал

- ▢ Обычная программа

$\text{fact } 0 = 1$

$\text{fact } n = \text{fact } (n-1) * n$

- ▢ CPS стиль

$\text{fact_cps } 0 f = f 1$

$\text{fact_cps } n f =$

$\text{fact_cps } (n-1) f1$

where

$f1 \text{ res} = f(\text{res} * n)$

- ▢ Или то же:

$\text{fact_cps } n f = \text{fact_cps } (n-1)$
 $(\backslash \text{res} \rightarrow f(\text{res} * n))$

- ▢ Или, короче:

$\text{fact_cps } n f = \text{fact_cps } (n-1)$
 $(f. (*n))$

- ▢ Вызов:

$\text{fact_cps } 3 (^2)$

▢ 36

$\text{fact_cps } 5 \text{ id } \square 120$

После вычисления $(n-1)!$ нам еще надо:
• домножить на n
• ну и потом вызвать f


Как это работает?

▣ Обычный fact

```
fact 4 □  
  fact 3 □  
    fact 2 □  
      fact 1 □  
        fact 0 □ 1  
          * 1  
        * 2  
      * 3  
    * 4
```

▣ fact_cps

```
fact_cps 4 id □  
fact_cps 3 id.(*4) □  
fact_cps 2 id.(*4).(*3) □  
fact_cps 1 id.(*4).(*3).(*2) □  
fact_cps 0 id.(*4).(*3).(*2).(*1) □  
(id.(*4).(*3).(*2).(*1)) 1 □  
24
```



Постепенно сооружаем функцию, примерно как логическую функцию в задачах про allDiff

Чего так можно добиться?

- Оказывается, к такому виду можно привести любую программу
- $\text{fact_cps } n \ f = \text{fact_cps } (n-1) \dots$
 - Что можно сказать fact_cps ?
 - Хвостовая рекурсия
- Для хвостовой рекурсии не нужен стек
 - Значит CPS программам *вообще* не нужен стек!
 - Чудес не бывает! Куда делся стек?
 - Стек – это и есть параметр f . Там храниться *то, что нам еще надо сделать*

Некоторые применения

- Можно реализовывать сложную передачу управления
 - Peter Landin: как программу с goto перевести в функциональную программу?
- Вариант при разработке компилятора: автоматически переводить в CPS стиль
 - Тогда не нужен будет стек
 - Например, Scheme
- Асинхронные вычисления
 - Выполнить действие A, а потом, когда оно завершится, выполнить с результатом действие B
 - Например, .NET Task Parallel Library
 - [http://msdn.microsoft.com/en-us/library/ee372288\(v=vs.110\).aspx](http://msdn.microsoft.com/en-us/library/ee372288(v=vs.110).aspx)

Еще про $>>=$.

$>>=$ для других типов



Три поиска

- Найти в списке:
 - первое число, меньшее 5
 - первое число, большее 10
 - первое число, не равное 7

Вернуть сумму этих чисел,
или [], если что-то не нашли

```
find cond [] = []  
find cond (x:xs) =  
  if cond x  
  then [x]  
  else find cond xs
```

- Можно использовать list comprehension!
f xs = [x+y+z | x<- find (<5) xs,
 y<-find (>10) xs,
 z<- find (/=7) xs]

- Используя do
f xs = do
 x <- find (<5) xs
 y <- find (>10) xs
 z <- find (/=7) xs
 return (x+y+z)

«Выполнять до первой неудачи»

```
f xs = do
  x <- find (<5) xs
  y <- find (>10) xs
  z <- find (/=7) xs
  return (x+y+z)
```

- Если пустой список обозначает неудачу поиска то *do* – «выполнять до первой неудачи»

- Или можно то же через >>=

```
f xs = find (<5) xs >>= \x ->
  find (>10) xs >>= \y ->
  find (/=7) xs >>= \z ->
  return (x+y+z)
```

do для Maybe

- >> и return (и, следовательно, do) определены и для Maybe
 - Смысл такой же – «выполнять до первой неудачи»
- Например: Найти число, которые больше всех остальных вместе в xs, число которое больше всех остальных в ys и вернуть их произведение. Если не получится, вернуть Nothing.

do

```
x <- findMajor xs  
y <- findMajor ys  
return (x*y)
```


Что такое монады, формально

Монада – это тип, для которого определены операции

- $>>=$
- `return`

□ Строго говоря операции еще должны удовлетворять некоторым правилам (Monadic laws)

$$\text{return } a \gg= f \equiv f a$$

$$m \gg= \text{return} \equiv m$$

$$(m \gg= f) \gg= g \equiv m \gg= (\lambda x \rightarrow f x \gg= g)$$

□ Уже знаем два примера монад:

- `List`
- `Maybe`

В каких случаях используют монады?

```
f xs = do
```

```
  x <- find (<5) xs
```

```
  y <- find (>10) xs
```

```
  z <- find (/=7) xs
```

```
  return (x+y+z)
```

Вычислить `find (<5) xs`, **ПОТОМ**
вычислить `find (>10) xs`, **ПОТОМ**
вычислить `find (/=7) xs`

И, кроме этого выполнять
дополнительные действия
(проверять, удачно ли завершились
вызовы)

Т.е. мы описываем некоторые действия

- Которые должны выполняться одно за другим
 - И при этом должно автоматически происходить что-то дополнительное
- Примерно как если бы в обычном языке мы могли бы переопределить точку с запятой

Функция print

`print выражение`

`print 56`

56

- Ничего не возвращает, только печатает
- Смысл очень понятен
- Но непонятно как это сочетается отсутствием побочных эффектов и т.д.
 - Об этом в следующий раз

□ Последовательность print записывается с помощью `do`

□ Например:

```
do print 56
   print 3.14159
   print "abc"
```

56

3.14159

"abc"

Пример: вывод + рекурсия

pr 0 = print 0

pr n = do

 print n

 pr (n-1)

pr 5

5

4

3

2

1

0

Задача про $>>>$ и ее продолжение





-
- Что-то вроде композиции, но специально для функций вида список -> (значение, список)
 - Пример вызова:
f = find (>3) >>> find (>5)

```
f >>> g = \xs ->  
  let  
    (_, xs1) = f xs  
  in g xs1
```

Недостатки >>>

- Нужно ли еще что-то, чтобы гибко комбинировать функции такого вида?
 - Пример 1:
Найти число большее 3, потом число, больше 5 и вернуть их сумму
 - Пример 2:
Найти число t , большее 3, а потом найти число, большее t

- С помощью >>> не написать...
 - Д.з.: обобщить >>>, чтобы устранить этот недостаток
 - Подсказка: я бы предложил ввести функцию >>>=

Символьные вычисления



eval

data Expr = Num Integer | X | Add Expr Expr | Mult Expr Expr

□ *eval выражение значение_для_X*

eval (Num i) _ = i

eval X n = n

eval (Add x y) n = eval x n + eval y n

eval (Mult x y) n = eval x n * eval y n

diff

data Expr = Num Integer | X | Add Expr Expr | Mult Expr Expr
deriving Show

□ В Expr обязательно deriving Show

diff (Num _) = Num 0

diff X = Num 1

diff (Add x y) = Add (diff x) (diff y)

diff (Mult x y) = Add (Mult (diff x) y) (Mult (diff y) x)

Если хотим использовать несколько переменных?

X □

Var "a", Var "sum" и т.д.

Add (Mult (Num 10) (Var "a")) (Var "b")
изображает $10*a + b$

- Какой должен быть параметр у eval?
 - Список пар (строка, значение)

□ Например:

```
eval (Add (Mult (Num 10) (Var "a")) (Var "b"))  
  [("a", 5), ("b", 7)]
```

Про некоторые доп. задачи



fromStr

```
toStr Empty = 'e'
```

```
toStr (Node v l r) = 'n':toStr l ++ toStr r
```

- создать строку □ дописать строку!

fromStr' t s – дописать представление t к строке s

```
toStr' Empty s = 'e':s
```

```
toStr' (Node v l r) s = let
```

```
  s1 = toStr' r s
```

```
  s2 = tpStr' l s1
```

```
  in 'n':s2
```

- Задача на занятии на листке: записать эти правила не используя прямо строки s, s1, s2 – т.е. с помощью операций над функциями