

Двоичные Б-деревья (ДБД)

$m=1$

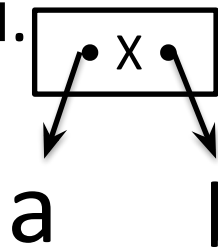
Б-деревья первого порядка не имеет смысла использовать для представления больших множеств данных, требующих вторичной памяти.

Кроме неэффективного обращения к внешнему носителю, приблизительно половина страниц будут содержать только один элемент.

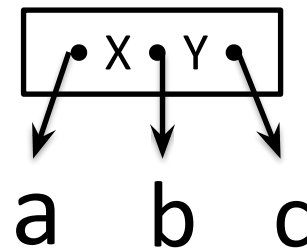
Поэтому забудем о внешней памяти и вновь займемся построением деревьев поиска, находящихся в оперативной памяти.

Определение. *Двоичное B-дерево* состоит из страниц с одним или двумя элементами, страница содержит две или три ссылки на поддеревья.

Пример:

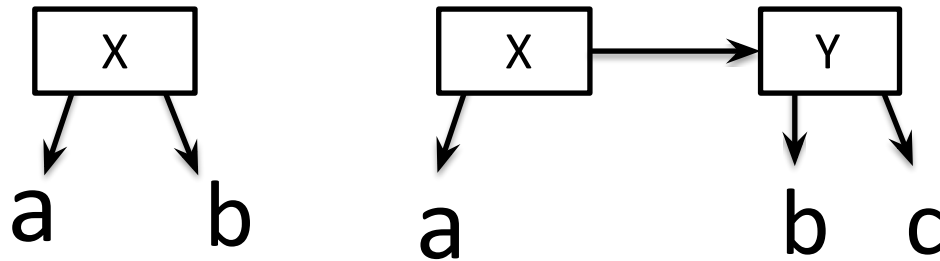


или



Так как имеем дело с оперативной памятью, то необходимо её эффективно использовать. Поэтому *представление страницы в виде массива уже не подходит.*

Решение – ***динамическое размещение на основе списочной структуры.*** Страница - список из одного или двух элементов.



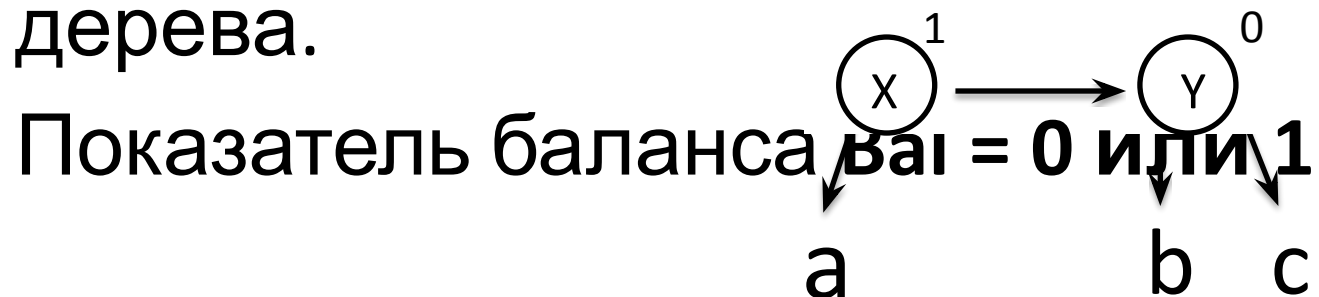
Так как каждая страница может иметь не более **трех** потомков (содержать не более трех ссылок), то попытаемся *объединить ссылки на потомков и ссылки внутри страницы* (вертикальные и горизонтальные).

Тогда **страницы Б-дерева теряют свою целостность**. Элементы начинают играть роль вершин в двоичном дереве.

Однако,

1. Необходимо делать различия между горизонтальными и вертикальными ссылками;
2. Необходимо следить, чтобы все листья были на одном уровне.

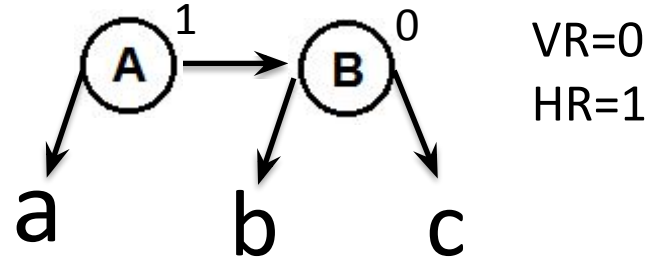
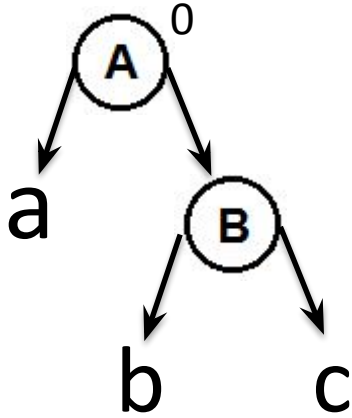
Введем логические переменные **HR** и **VR** – горизонтальный и вертикальный рост дерева.



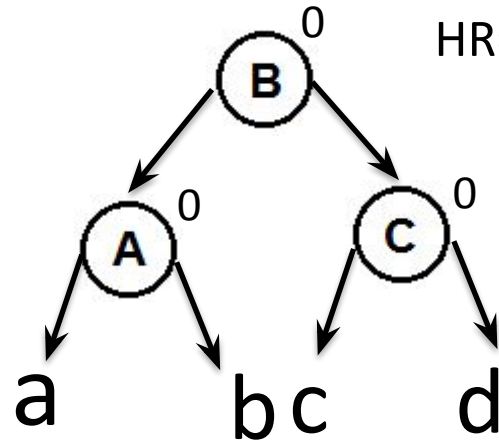
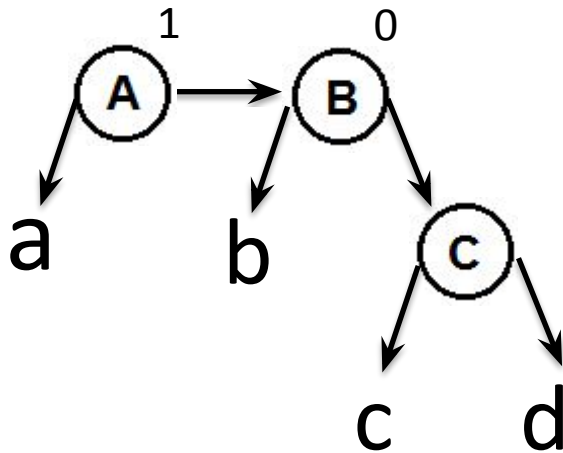
bal помещаем в структуру дерева

Рассмотрим **добавление вершины в ДБД**.

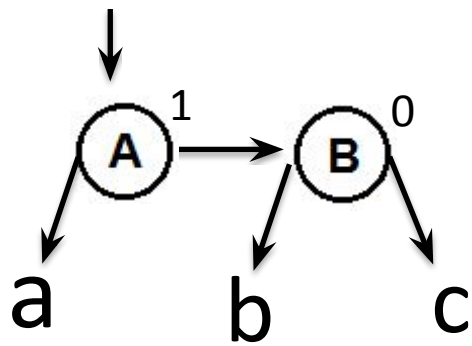
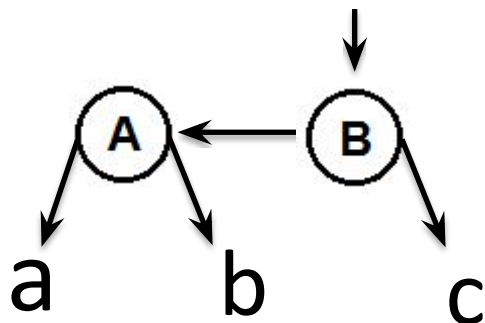
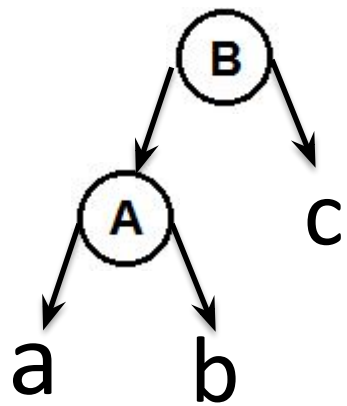
Различают 4 возможных ситуации, возникающие при росте левых и правых поддеревьев



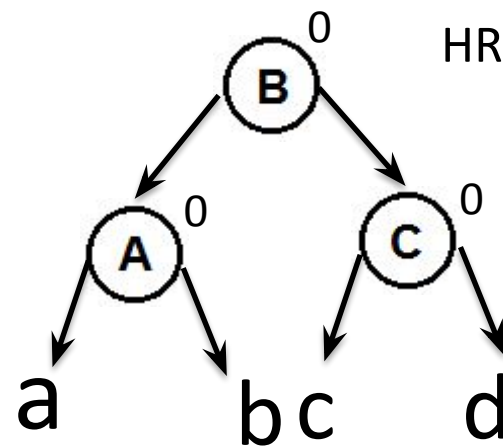
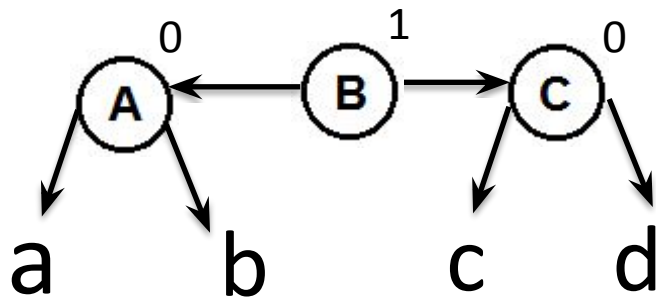
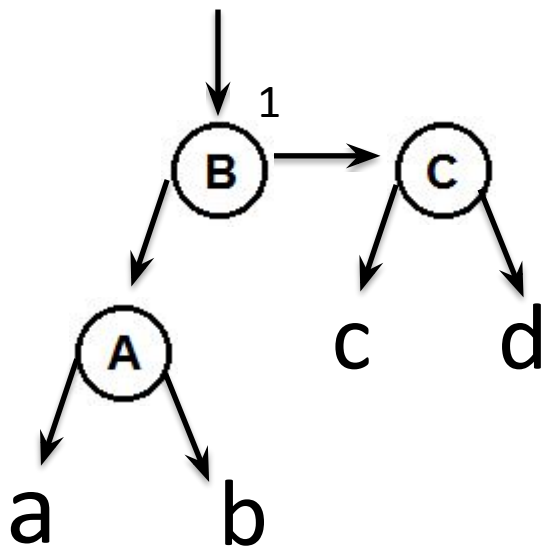
VR=0
HR=1



VR=1
HR=0



VR=0
HR=1



VR=1
HR=0

Алгоритм построения ДБД

VR=1 HR=1

B2INSERT(D, Vertex *&p)

IF (p=NULL) <память по адресу p> , p-->Data = D,

p-->Left = p-->Right = NULL, p-->Bal = 0, VR = 1

ELSE IF (p-->Data > D) **B2INSERT(D, p-->Left)**

IF (VR=1)

IF (p-->Bal=0) q=p-->Left, p-->Left=q-->Right, q-->Right=p,

p=q, q-->Bal=1, VR=0, HR=1

ELSE p-->Bal=0, VR=1, HR=0

FI

ELSE HR=0

FI

ELSE IF (p-->Data<D) **B2INSERT(D, p-->Right)**

IF (VR=1) p-->Bal=1, HR=1, VR=0

ELSE IF (HR=1)

IF(p-->Bal=1) q=p-->Right, p-->Bal=0,

q-->Bal=0, p-->Right=q-->Left,

q-->Left=p, p=q, VR=1, HR=0

ELSE HR=0

FI

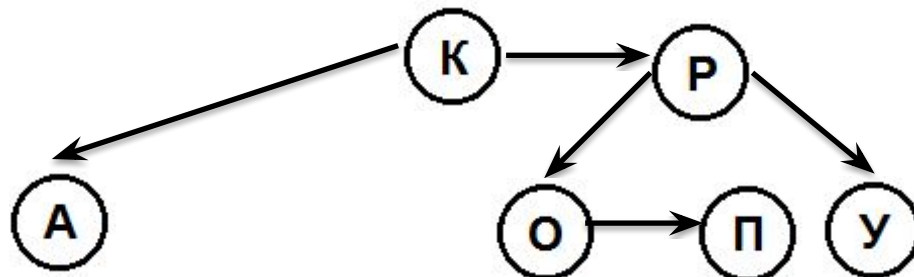
FI

FI

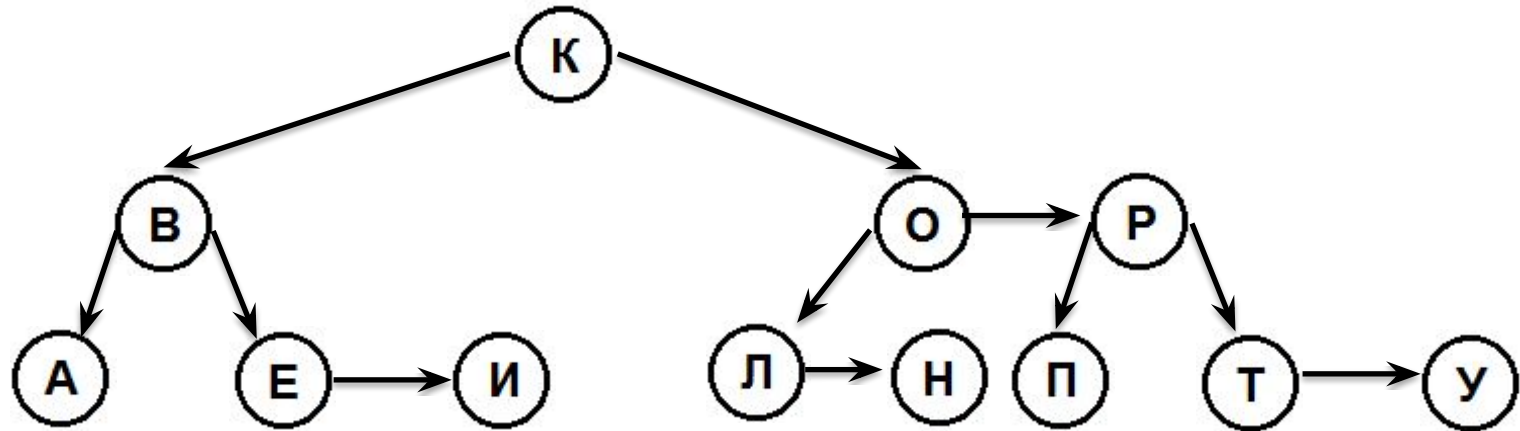
FI

FI

КУРАПОВЕЛНИТ



КУРАПОВЕЛНИТ



Очевидно, что двоичные Б-деревья представляют собой **альтернативу критерию AVL-сбалансированности.**

Отметим некоторые отличия:

AVL-деревья – подмножество всех двоичных деревьев. Следовательно, **класс ДБД шире**, а их длина пути поиска в среднем хуже, чем у AVL-деревьев.

Высота двоичного B-дерева:

$$h \leq \frac{\log_2(n+1)+1}{\log_2(m+1)} + 1$$

При $m=1$:

$$h \leq \frac{\log_2(n+1)+1}{\log_2(1+1)} + 1 = \log_2(n + 1)$$

Длина пути ДБД может в два раза превышать высоту:

$$L \leq 2 * \log_2(n + 1)$$

Для сравнения, в плохом AVL-дереве:

$$L \leq 1,44 * \log_2(n + 2)$$

Однако, при построении ДБД реже приходится переставлять вершины (повороты выполняются лишь в двух случаях).

Поэтому ДБД предпочтительней, когда чаще добавляются вершины, АВЛ-деревья предпочтительнее, когда чаще производится поиск элементов.

Кроме того, существует зависимость от особенностей реализации, поэтому вопрос о применении того или иного типа деревьев следует решать индивидуально для каждой конкретной