ГРАФЫ

Презентация создана учителем математики и информатики
Ковалевой Анной Леонидовной
ГБОУ СОШ №341 г.СПб
2013-2014

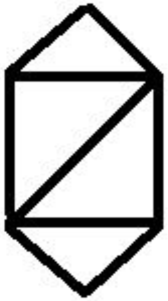
Граф – это конечная совокупность вершин, некоторые из которых соединены ребрами т.е. это совокупность точек, называемых **вершинами**, и линий, соединяющих некоторые из вершин, называемых **ребрами** или **дугами** в зависимости от вида графа.
(н-р, схема метрополитена, генеалогическое дерево, дерево папок и каталогов и др.)

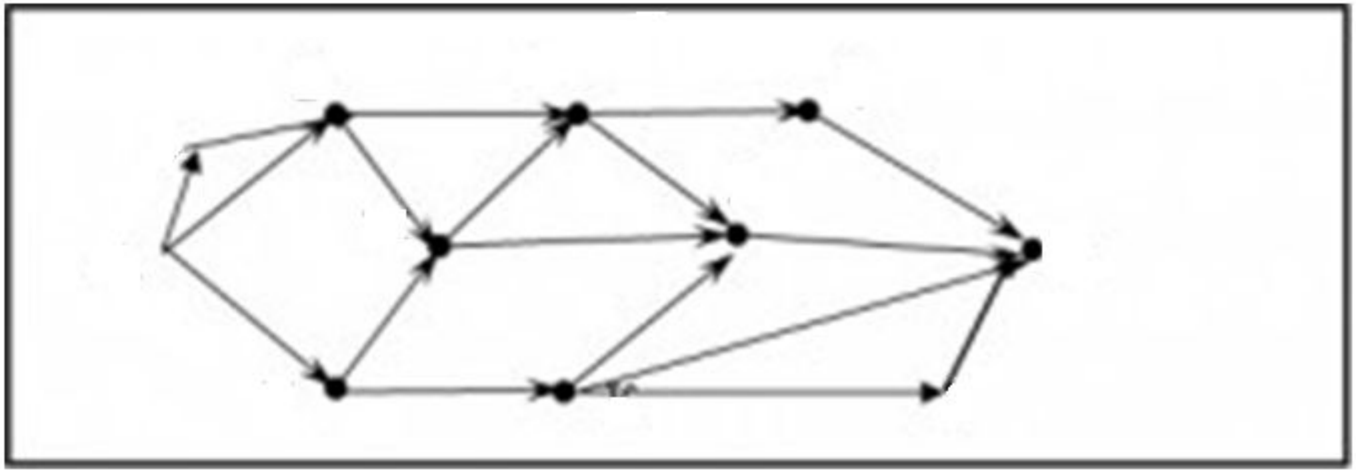
Виды (примеры) графов:

- **Обычный (неориентированный) граф**

2 вершины могут быть соединены только одним ребром. Соединяющие линии называются ребрами.

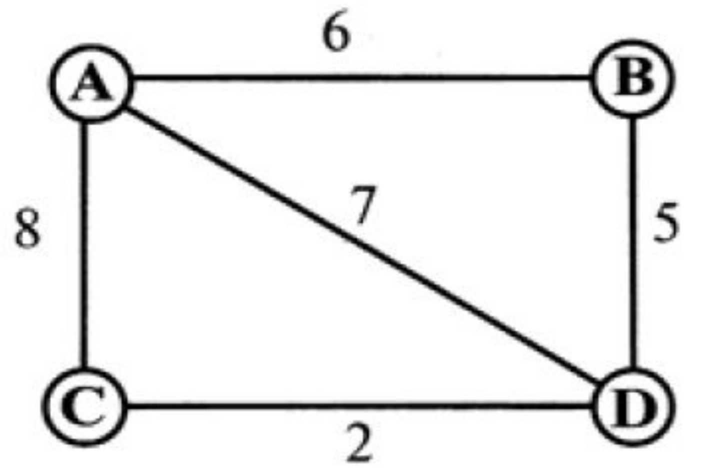
(смежные вершины – это 2 вершины, соединенные ребром)



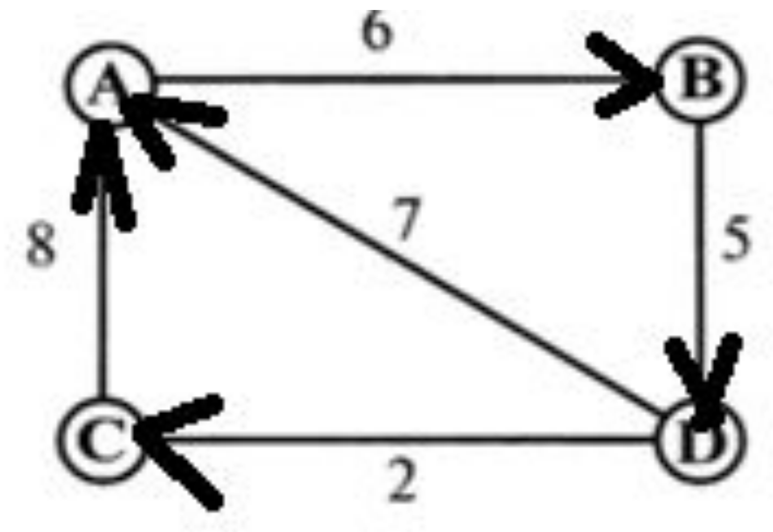


- **<u>Ориентированный граф (орграф)</u>**

- это граф, у которого на линиях, соединяющих вершины, указано направление (соединяющие линии называются дугами)



- **<u>Нагруженный граф</u>** - это граф, у которого около каждого ребра проставлено число, характеризующее связь между соответствующими вершинами (граф с помеченными ребрами).



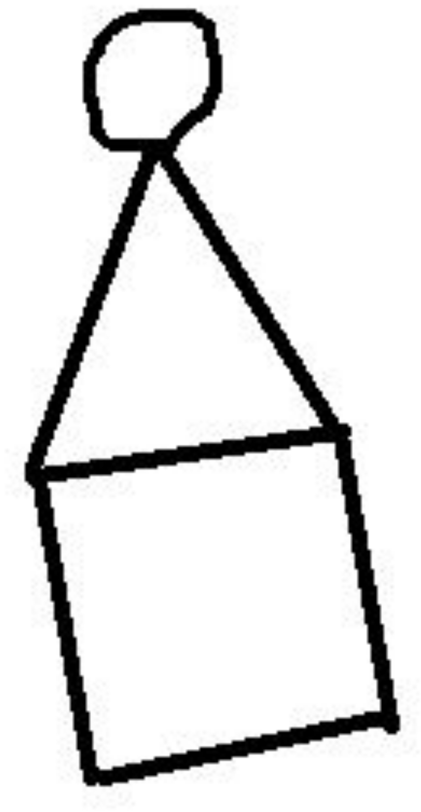
- **<u>Сеть</u>**- это орграф, у которого около каждого ребра проставлено число, характеризующее связь между соответствующими вершинами (орграф с помеченными ребрами).

Решение задачи, моделируемой нагруженным графом или сетью, сводится, как правило, к нахождению оптимального в том или ином смысле маршрута, ведущего от одной вершины к другой

- **<u>Семантический граф</u>**- это граф или орграф, у которого около каждого ребра проставлено не число, а иная информация, характеризующее связь между соответствующими вершинами.

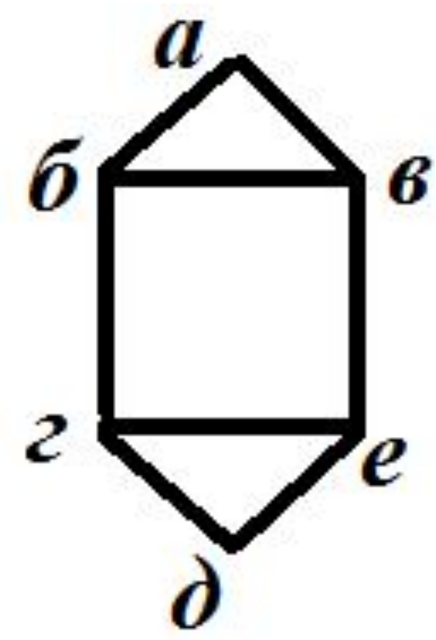
- **Мультиграф**
- 2 вершины соединены 2 ребрами и более (кратные ребра)

- **<u>Петля в графе</u>**
- (ребро соединяет вершину саму с собой)



γ

<u>Понятие степени вершины графа</u> – это количество ребер, выходящих из одной вершины



$$\gamma(а) = 2$$

$$\gamma(б) = 3$$

$$\gamma(в) = 3$$

$$\gamma(г) = 3$$

$$\gamma(д) = 2$$

$$\gamma(е) = 3$$

СВОЙСТВА ГРАФОВ:

- 1) Для любого графа $\sum \gamma(i) = 2 \cdot P$
- сумма степеней вершин равна удвоенному количеству ребер
- 2) Для любого графа количество вершин нечетной степени всегда четно (аналог задачи: в любой момент времени количество людей, сделавших нечетное количество рукопожатий, четно)
- 3) В любом графе есть по крайней мере 2 вершины, имеющие одинаковую степень.

1) **Маршрут на графе** – это последовательность ребер, в которой конец одного ребра служит началом следующего (циклический маршрут – если конец последнего ребра последовательности совпадает с началом 1-го ребра)

2) **Цепь** – это маршрут, в котором каждое ребро содержится не более одного раза

3) **Цикл** – это цепь, являющаяся циклическим маршрутом

4) **Простая цепь** – это цепь, проходящая через каждую свою вершину ровно 1 раз

5) **Простой цикл** – это цикл, являющийся простой цепью

6) **Связанные вершины** – это вершины (например, А и В), для которых существует цепь, начинающаяся в А и заканчивающаяся в В

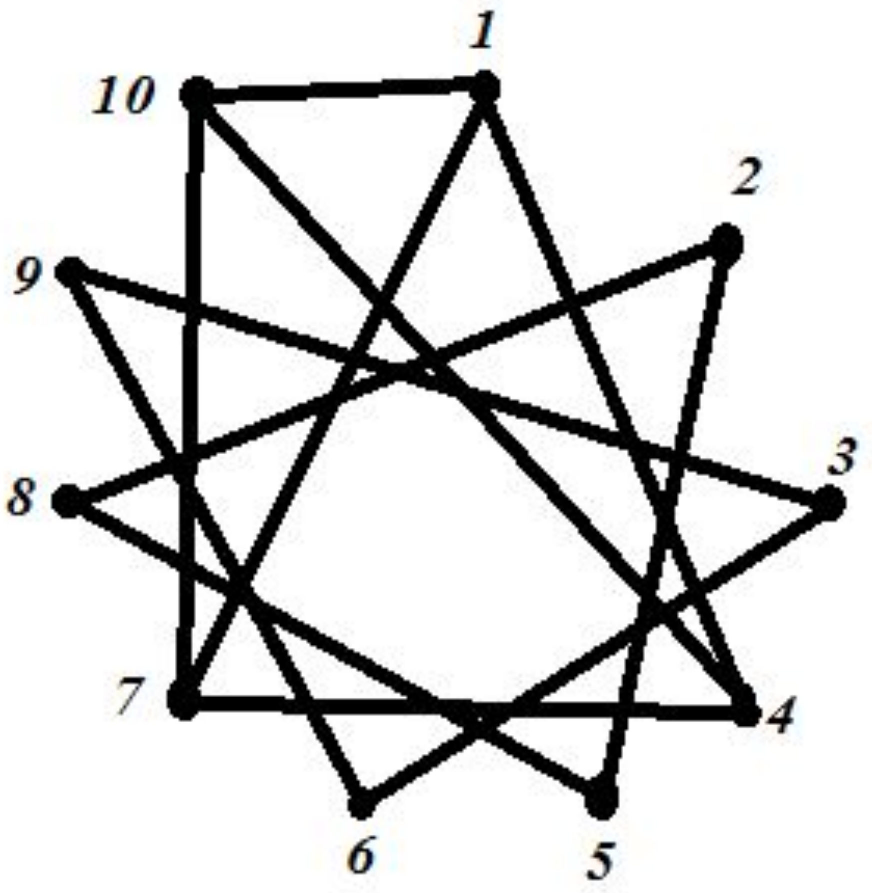
7) **Связный граф** – это граф, у которого любые 2 вершины связанны. Если граф несвязен, то в нем можно выделить так называемые связанные компоненты (т.е. множества вершин, соединенных ребрами исходного графа, каждое из которых является связным графом)

Один и тот же граф может быть изображен по-разному.

Пример 1

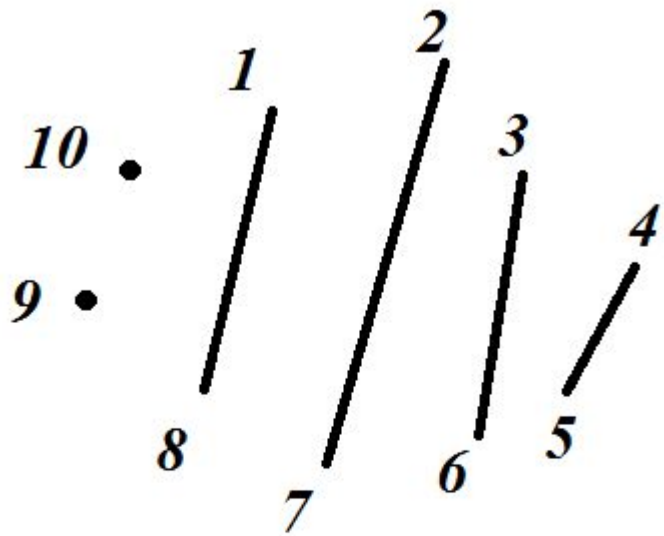
- V={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}-это множество вершин графа. Для каждого из перечисленных ниже случаев изобразите граф и определите все степени вершин
- а) вершины x y соединены ребром тогда и только тогда, когда (x-y)/3 целое число
- б) вершины x y соединены ребром тогда и только тогда, когда x+y=9
- в) вершины x y соединены ребром тогда и только тогда, когда x+y содержится в множестве V={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}
- г) вершины x y соединены ребром тогда и только тогда, когда |x-y|<3 (выполнить самостоятельно)
- д) вершины x y соединены ребром тогда и только тогда, когда x y не взаимно просты (выполнить самостоятельно)

a)



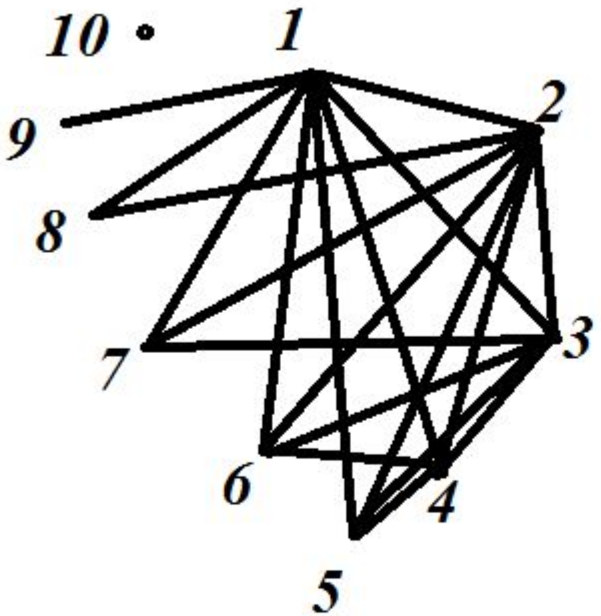
$$\gamma(1) = 3$$
$$\gamma(2) = 2$$
$$\gamma(3) = 2$$
$$\gamma(4) = 3$$
$$\gamma(5) = 2$$
$$\gamma(6) = 2$$
$$\gamma(7) = 3$$
$$\gamma(8) = 2$$
$$\gamma(9) = 2$$
$$\gamma(10) = 3$$

б)



$$\gamma(1) = 1$$
$$\gamma(2) = 1$$
$$\gamma(3) = 1$$
$$\gamma(4) = 1$$
$$\gamma(5) = 1$$
$$\gamma(6) = 1$$
$$\gamma(7) = 1$$
$$\gamma(8) = 1$$
$$\gamma(9) = 0$$
$$\gamma(10) = 0$$

в)



$$\gamma(1) = 8$$
$$\gamma(2) = 7$$
$$\gamma(3) = 6$$
$$\gamma(4) = 5$$
$$\gamma(5) = 4$$
$$\gamma(6) = 4$$
$$\gamma(7) = 3$$
$$\gamma(8) = 2$$
$$\gamma(9) = 1$$
$$\gamma(10) = 0$$

Пример 2: Решение логических задач

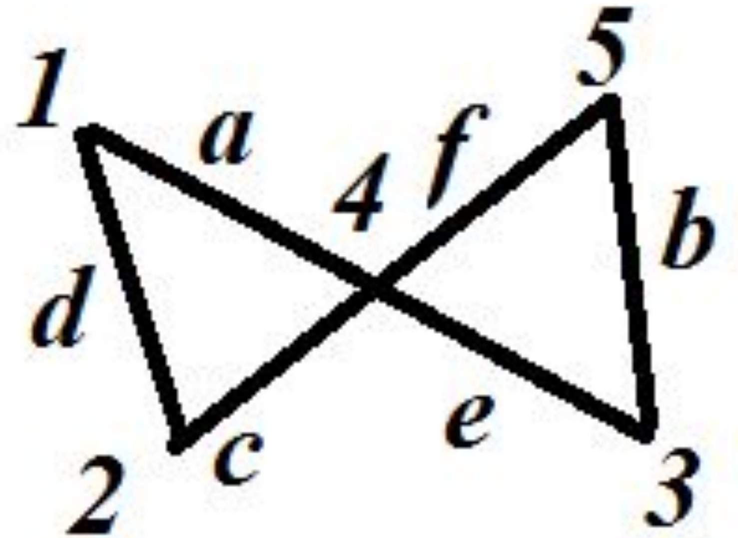
- 1) Может ли в государстве, в котором из каждого города выходят ровно 3 дороги, быть ровно 100 дорог?
- Ответ: Нет (по формуле 3n=2*100, откуда n-количество городов- не целое)
- 2) – Наша шпионская сеть была хорошо законспирирована, - признался на допросе агент 007. – В ней было 77 агентов, но каждый знал только семерых. Почему наверняка можно утверждать, что агент врет?
- Ответ: По условию задачи 7*77=2*n, откуда n - не целое.

Способы представления графов:

- 1) графический
- 2) табличный (таблица смежности)

Пример 3

- Дан граф. Выбрать его табличное представление



Выбрать его табличное представление:

1)

	1	2	3	4	5
1		a		b	
2	a			c	
3				f	d
4	b	c	f		e
5			d	e	

2)

	1	2	3	4	5
1		a		b	
2		a		c	
3				f	d
4	b	c	f		e
5			d	e	

3)

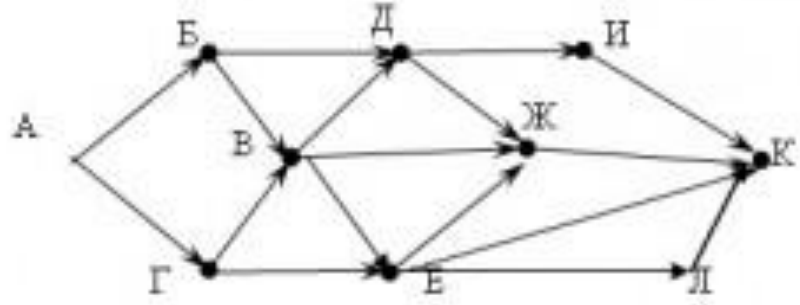
	1	2	3	4	5
1		d		a	
2	d			c	
3				e	b
4	a	c	e		f
5			b	f	

4)

	1	2	3	4	5
1	a	a		b	
2				c	
3				f	d
4	b	c	f	d	e
5				e	

Пример 4

Сколько различных путей существует
из А в К.



1 СПОСОБ РЕШЕНИЯ:

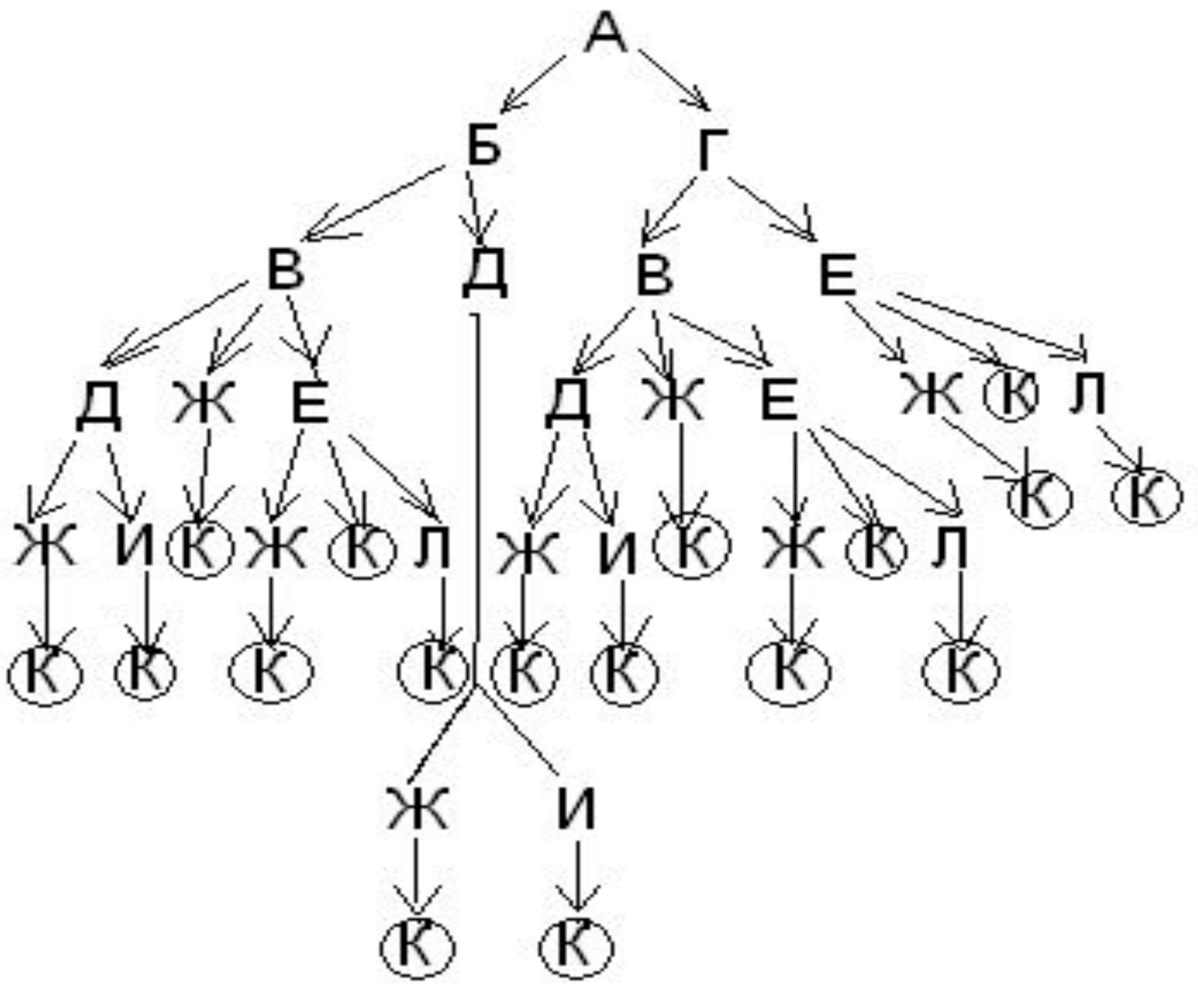
РУЧНОЙ (ВРУЧНУЮ СЧИТАЕМ КОЛИЧЕСТВО ПУТЕЙ ИЗ А В К)

ОТВЕТ: 17

2 СПОСОБ РЕШЕНИЯ:

ПОСТРОЕНИЕ ДЕРЕВА РЕШЕНИЯ

ОТВЕТ: 17



3 СПОСОБ РЕШЕНИЯ: **с помощью построения таблицы**

(вершина, куда идем, количество путей)

№ просмотра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вершина	К	И	Ж	Л	Е	Д	В	Г	Б	А
Куда идем	-	К	К	К	Ж,Л,К	И,Ж	Д,Е,Ж	В,Е	В,Д	Б,Г
К-во путей	1	1	1	1	3	2	6	9	8	17