

КОДИРОВАНИЕ ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Урок информатики в 9 классе

Автор: **Дорохова Ольга Алексеевна**, учитель информатики высшей квалификационной категории МОУ СОШ №6 имени Н. Г. Чернышева ст. Казанской Кавказского района Краснодарского края

Содержание:



- Исторические сведения о системах счисления
- Системы счисления
- Арифметические действия в системах счисления
- Перевод чисел из одной системы счисления в другую
- Системы счисления используемые в компьютере
- Контрольные вопросы

Счет появился тогда, когда человеку потребовалось информировать своих сородичей о количестве обнаруженных им предметов.

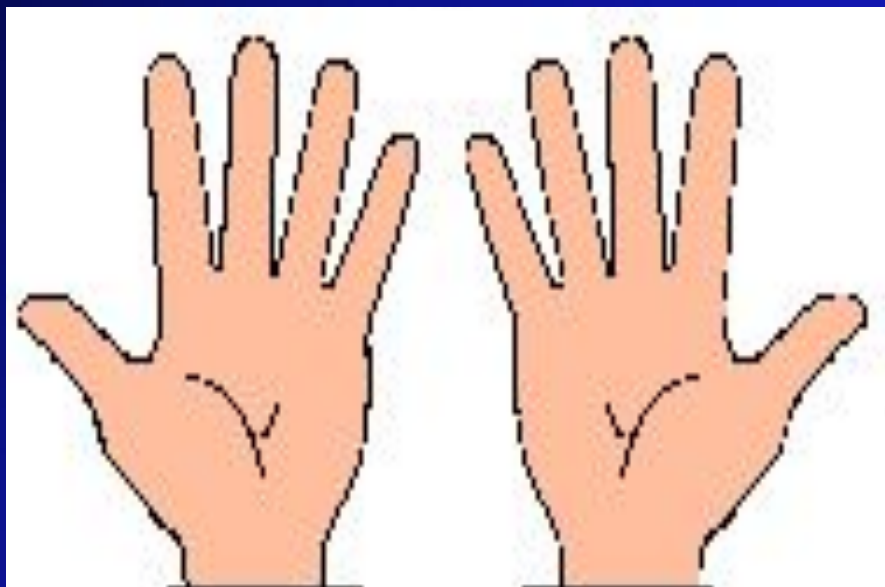
Сначала люди просто различали один предмет перед ними или нет.

Если предмет был не один, то говорили «много».



Первыми понятиями математики были "меньше", "больше" и "столько же". Если одно племя меняло пойманных рыб на сделанные людьми другого племени каменные ножи, не нужно было считать, сколько принесли рыб и сколько ножей. Достаточно было положить рядом с каждой рыбой по ножу, чтобы обмен между племенами состоялся.

**Самым простым инструментом счета
были пальцы на руках человека**

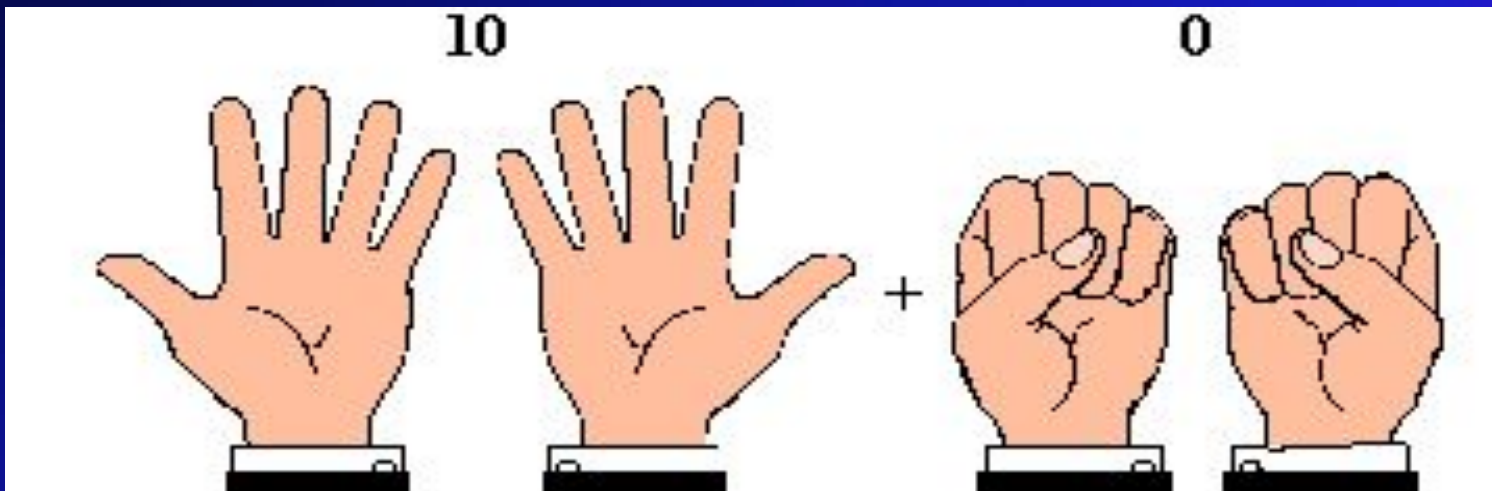


**С их помощью можно было считать до 5, а
если взять две руки, то и до 10.**

Содержание

Одна из таких систем счета впоследствии и стала общепотребительной -

десятичная.



Содержание

В древние времена люди ходили босиком. Поэтому они могли пользоваться для счета пальцами как рук, так и ног. Таким образом они могли, казалось бы, считать лишь до двадцати.

Но с помощью этой «босоногой машины» люди могли достигать значительно больших чисел,

1 человек - это 20,



2 человека - это два раза по 20,



До сих пор существуют в Полинезии племена, которые для счета используют с 20-ую систему счисления



Содержание

Запомнить большие числа было трудно, поэтому к «счетной машине» рук и ног добавляли механические приспособления.

Например, перуанцы употребляли для запоминания чисел разноцветные шнуры с завязанными на них узлами.



Содержание

**Для запоминания чисел
использовались камешки, зерна,
ракушки и т. д.**



Содержание

Потребность в записи чисел появилась в очень древние времена, как только люди научились считать.

Количество предметов изображалось нанесением черточек или засечек на какой-либо твердой поверхности: камне, глине и т.д.

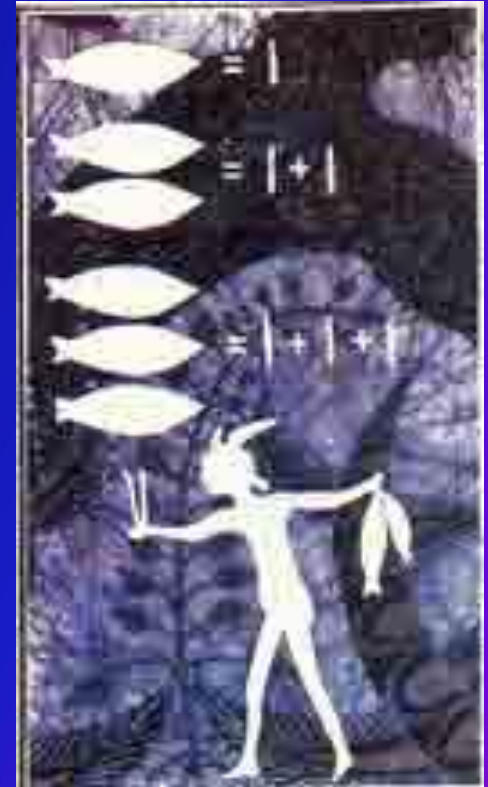


Люди рисовали палочки на стенах и делали зарубки на костях животных или ветках деревьев

Археологами найдены такие "записи" при раскопках культурных слоев, относящихся к периоду палеолита (10 - 11 тыс. лет до н. э.)

Этот способ записи чисел называют **единичной** ("палочной", "унарной") **системой счисления**

Любое число в ней образуется повторением одного знака - единицы.



Чем больше зерна собирали люди со своих полей, чем многочисленнее становились их стада, тем большие числа становились им нужны.



Единичная запись для таких чисел была громоздкой и неудобной, поэтому люди стали искать более компактные способы обозначать большие числа.

Появились специальные обозначения для «пятерок», «десяток», «сотен» и т.д.

Содержание

Египетская нумерация

Очень наглядной была система таких знаков у египтян.

Египтяне придумали эту систему около **5 000 лет** тому назад.

Это одна из древнейших систем записи чисел, известная человеку



Египетская нумерация

1



Как и большинство людей для счета небольшого количества предметов Египтяне использовали палочки. Каждая единица изображалась отдельной палочкой.

10



Такими путями египтяне связывали коров. Если нужно изобразить несколько десятков, то иероглиф повторяли нужное количество раз. То же самое относится и к остальным иероглифам.

100



Это мерная веревка, которой измеряли земельные участки после разлива Нила.

1000



Цветок лотоса

1000



Поднятый палец - будь внимателен

100000



Головастик

1000000



Увидев такое число, обычный человек очень удивится и возденет руки к небу

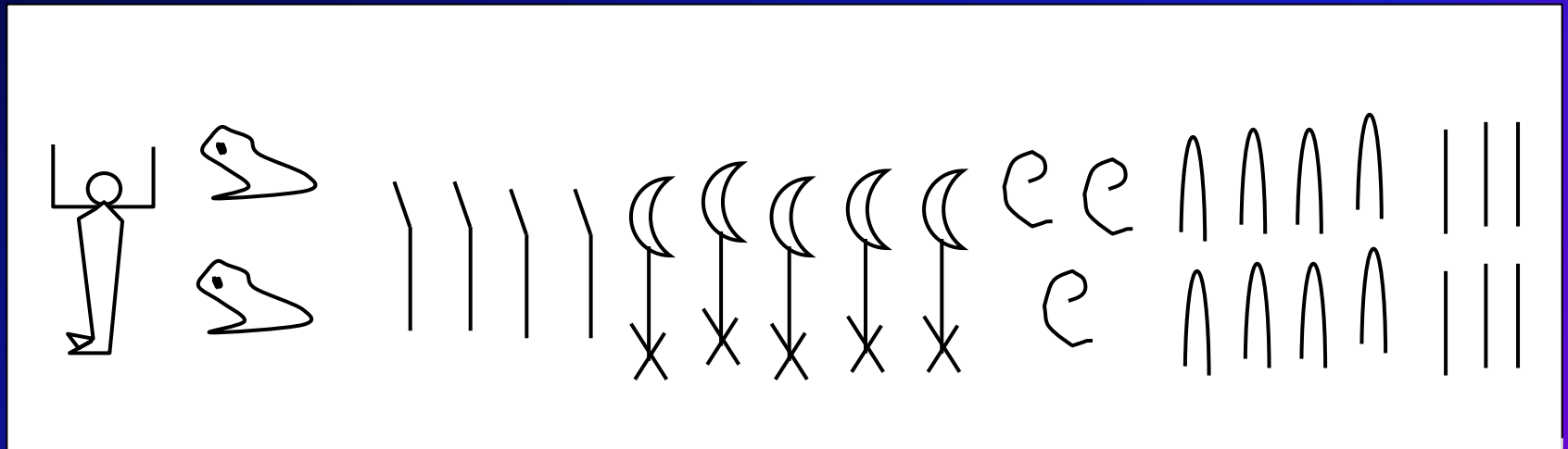
10000000



Египтяне поклонялись богу Ра, богу Солнца и, наверное, так изображали самое большое свое число

Число **1 245 386**

в древнеегипетской записи будет выглядеть



1

2

4

5

3

8

6

Содержание

Алфавитная нумерация

В середине **V** в. до н. э. появилась запись чисел нового типа, так называемая **алфавитная нумерация**.

В этой системе записи числа обозначались при помощи букв алфавита., над которыми ставились черточки: первые девять букв обозначали числа от 1 до 9, следующие девять - числа 10, 20, 30, ..., 90, и следующие девять - числа 100, 200, ..., 900.

Таким образом, можно было обозначать любое число до 999.

α - 1	Ι - 10	ρ - 100
β - 2	κ - 20	ς - 200
γ - 3	λ - 30	τ - 300
δ - 4	μ - 40	υ - 400
ε - 5	ν - 50	φ - 500
ς - 6	ξ - 60	χ - 600
ζ - 7	ο - 70	ψ - 700
η - 8	π - 80	ω - 800
θ - 9	ϑ - 90	Ϙ - 900

Древнегреческая нумерация

Запись алфавитными символами могла делаться в любом порядке, так как число получалось как сумма значений отдельных букв.

Например, записи – **φλβ**

βφλ φβλ

все эквивалентны и означают число **532**.

Однако выполнять арифметические вычисления в такой системе было настолько трудно, что без применения каких-то приспособлений оказалось обойтись практически невозможно

α	1	ι	10	ρ	100
β	2	χ	20	σ	200
γ	3	λ	30	τ	300
δ	4	μ	40	ω	400
ε	5	ν	50	φ	500
κ	6	ξ	60	χ	600
ζ	7	ο	70	ψ	700
η	8	π	80	ω	800
θ	9				

500 - φ
30 - λ
2 - β

φ λ β β φ λ
500 30 2 2 500 30
φ β λ
500 2 30

Содержание

Славянская кириллическая нумерация

Алфавитная система была принята и в Древней Руси.

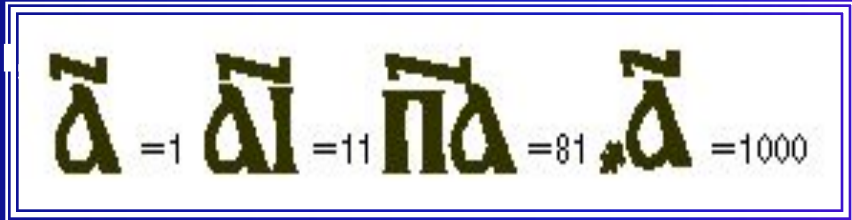
Эта форма записи чисел получила большое распространение в связи с тем, что имела полное сходство с греческой записью чисел.

Если посмотреть внимательно, то увидим, что после "а" идет буква "в", а не "б" как следует по славянскому алфавиту, то есть используются только буквы, которые есть в греческом алфавите.

1 — А аз	10 — І и*	100 — Р рцы
2 — В веди	20 — К како	200 — С слово
3 — Г глаголь	30 — Л люди	300 — Т твердо
4 — Д добро	40 — М мыслете	400 — У ук**
5 — Є есть**	50 — Н наш**	500 — Ф ферг
6 — S зело*	60 — Ѣ кси**	600 — Х хер
7 — З земля**	70 — Ѡ он	700 — Ѩ пси*
8 — И иже**	80 — П покой	800 — Ѡ омега*
9 — Ѡ фита*	90 — Ч червь	900 — Ц цы

* Буквы, исключенные впоследствии из русского алфавита.
** Буквы, у которых изменилось начертание.

Чтобы различать буквы и цифры над числами ставился особый значок — титло (~).



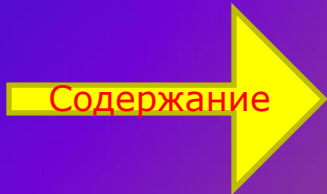
Так можно было записывать числа до 999. Для больших чисел использовался знак



тысяч **Ѡ**, который ставился впереди символа, обозначавшего число. До **XVII века** эта форма записи чисел была официальной на территории России, Белоруссии, Украины, Болгарии, Венгрии, Сербии и Хорватии.

а - 1	і - 10	ρ - 100
в - 2	к - 20	ε - 200
г - 3	л - 30	т - 300
д - 4	м - 40	ϥ - 400
е - 5	н - 50	φ - 500
ѕ - 6	ѣ - 60	χ - 600
з - 7	о - 70	ψ - 700
и - 8	п - 80	ω - 800
ѡ - 9	ч - 90	ц - 900

До сих пор православные церковные книги используют эту нумерацию.



Римская нумерация



Это нумерация, известная нам и в настоящее время.

С нею мы достаточно часто сталкиваемся в повседневной жизни.

Это номера глав в книгах, указание века, числа на циферблате часов, и т. д. Возникла эта нумерация в древнем Риме.

В ней имеются узловые числа: один, пять и т. д.

Остальные числа получались путем прибавления или вычитания одних узловых чисел из других

Римские цифры			
1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L	2000	Z

Например,

четыре записывается как **IV**, т. е. пять минус один,

восемь — **VIII** (пять плюс три),

сорок—**XL** (пятьдесят минус десять),

девяносто шесть—**XCVI** (сто минус десять плюс пять и плюс еще один) и т. д.

Содержание

Арабская нумерация

Это, самая распространенная на сегодняшний день нумерация, которой мы пользуемся в настоящее время.

Применяемые в настоящее время цифры **1234567890** сложились в Индии около **400 г.н.э**

Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около **800 г.н.э.**, а примерно в **1200 г.н.э.** ее начали применять в Европе, однако в Европе они стали известны благодаря трудам арабских математиков, и потому за ними утвердилось название **«арабские»**, хотя сами арабы вплоть до настоящего времени пользуются совсем другими символами.

Арабские цифры:

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

В России арабская нумерация стала использоваться при Петре I (до конца XVII века сохранилась славянская нумерация)

Содержание

В древней Индии и Китае существовали системы записи, построенные на **МУЛЬТИПЛИКАТИВНОМ ПРИНЦИПЕ**.

В таких системах для записи одинакового числа единиц, десятков, сотен или тысяч применяются одни и те же символы, но после каждого символа пишется название соответствующего разряда.

Если десятки обозначить символом Д,
а сотни - С, то число **325** будет выглядеть
так : **3С2Д5.**



Индийцы и соединили греческие
принципы нумерации со своей
десятичной мультипликативной
системой.

Содержание



Из арабского языка заимствовано и слово "цифра" (по-арабски "сыфр"), означающее буквально "пустое место"

Это слово применялось для названия знака пустого разряда, и этот смысл сохраняло до XVIII века, хотя еще в XV веке появился латинский термин "нуль" (nullum - ничто).

Форма индийских цифр претерпевала многообразные изменения.

Та форма, которой мы сейчас пользуемся установилась в XVI веке.



По мнению марроканского историка Абделькари Боунжира арабским цифрам в их первоначальном варианте было придано значение в строгом соответствии с числом углов, которые образуют фигуры



Содержание



Система счисления —

совокупность правил наименования и изображения чисел с помощью набора символов, называемых цифрами.

Количество цифр (знаков), используемых для представления чисел называют

Основанием системы счисления

- ❖ Сегодня мы настолько сроднились с 10-ной системой счисления, в которой десять цифр.
- ❖ Так что не представляем себе иных способов счета.
- ❖ Но до наших дней сохранились следы счета шестидесятками. Такой системой счисления пользовались в Древнем Вавилоне.



Ведь до сих пор мы делим час на 60 минут, а минуту на 60 секунд. Окружность делят на 360, то есть $6 \cdot 60$ градусов, градус - на 60 минут, а минуту - на шестьдесят секунд.

- ❖ в сутках 24 часа, а в году 365 дней.
Таким образом,
- ❖ время (часы и минуты) мы считаем в 60-ной системе,
- ❖ сутки - в 24-ной,
- ❖ недели в 7-ной,

Содержание

Системы счисления

Непозиционные

Системы счисления, в которых каждой цифре соответствует величина, не зависящая от её места в записи числа

Древнегреческая, кириллическая, римская

Позиционные

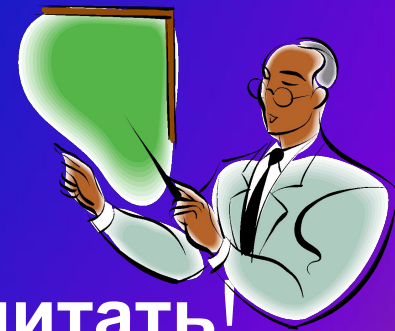
Системы счисления, в которых вклад каждой цифры в величину числа зависит от её положения (позиции) в последовательности цифр, изображающей число

Десятичная, двоичная и т.д.

В римской записи числа важно не собственное положение цифры, а где она стоит относительно другой цифры:

записи XII и IX. Здесь в обоих случаях цифра "I" стоит на 2-ом месте справа,

но в одном случае ее нужно прибавлять к 10, а в другом вычитать!



Содержание



Наиболее совершенными являются позиционные системы счисления, т.е. системы записи чисел, в которых вклад каждой цифры в величину числа зависит от её положения (позиции) в последовательности цифр, изображающей число

Например, в числе 53 цифра "5" в разряде десятков дает числу вклад в 50 единиц ($5 \cdot 10$).

Позиционные системы счисления результат длительного исторического развития непозиционных систем счисления

Содержание

Позиционные системы счисления

- ▣ Любая позиционная система счисления характеризуется своим *ОСНОВАНИЕМ*
- ▣ Основание позиционной системы счисления – это количество различных знаков или символов, используемых для изображения цифр в данной системе счисления.
- ▣ За основание системы счисления можно принять любое натуральное число – два, три, четыре и т. д.

В разные исторические периоды многие народы пользовались системами счисления отличными от десяти.

Так, например, довольно широкое распространение имела двенадцатеричная система. В устной речи остатки этой системы сохранились, когда мы вместо 12 употребляем “дюжина”. У англичан оно осталось – 1 фут=12 дюймам, 1 шиллинг=12 пенсам.



Десятичная система счисления

- ▣ Приняв за **основание** число **10**, получаем знакомую нам *десятичную* систему счисления:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Всего **10 разных знаков** составляют алфавит десятичной системы счисления. Можно записать любое число включая все эти знаки: 237, 12840, 987, 23...

- ▣ *Основание* системы счисления обозначают буквой *q*.

- ▣ Для десятичной системы счисления *q=10*

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

Содержание

Двоичная система счисления

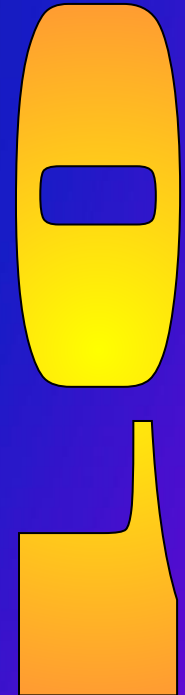
- ▣ Приняв за **основание число 2**, получаем *двоичную* систему счисления:

0, 1

Всего **2 разных знака** составляют алфавит двоичной системы счисления.

Можно записать любое число включая эти знаки: 1, 11, 101, 110, 10010011... - обратите внимание: используем только цифры от 0 до 1.

Для двоичной системы счисления $q=2$



Содержание



Восьмеричная система счисления

- ▣ Приняв за **основание число 8**, получаем *восьмеричную* систему счисления:
- ▣ **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7**

Всего **8 разных знаков** составляют алфавит восьмеричной системы счисления

Можно записать любое число включая все эти знаки: 237, 145, 32, 12765... - обратите внимание: используем цифры от 0 до 7

- ▣ Для восьмеричной системы счисления $q=8$

01234567

Шестнадцатеричная система счисления

- ▣ Приняв за **основание число 16**, получаем **шестнадцатеричную** систему счисления. Здесь мы можем воспользоваться 10 знаками десятичной системы, добавив еще 6 знаков – буквы латинского алфавита (A, B, C, D, E, F): **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F**

10 11 12 13 14 15



Всего **16 разных знаков** составляют алфавит шестнадцатеричной системы счисления.

Можно записать любое число включая все эти знаки: A37, 1B45, F302, 1A3C5...
- обратите внимание: используем знаки от 0 до F.

- ▣ Для шестнадцатеричной системы счисления $q=16$

0123456789A B C D E F

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

- ▣ Арифметические операции выполняются в любой системе счисления по одним и тем же правилам.

- ▣ **СЛОЖЕНИЕ. ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ**

0	+	0	=	0
0	+	1	=	1
1	+	0	=	1
1	+	1	=	10

- ▣ Сложение много разрядных чисел в двоичной системе счисления происходит согласно данной таблице с учетом переноса в старший разряд.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

СЛОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

$$\begin{array}{r} 110_2 \\ + 11_2 \\ \hline 1001_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10011_2 \\ + 111_2 \\ \hline 11010_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111_2 \\ + 11_2 \\ \hline 1010_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100101_2 \\ + 1011_2 \\ \hline 110000_2 \end{array}$$

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Содержание

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

УМНОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

$$\begin{array}{r} 110_2 \\ \times 11_2 \\ \hline 110_2 \\ + 110_2 \\ \hline 10010_2 \end{array}$$

0	x	0	=	0
0	x	1	=	0
1	x	0	=	0
1	x	1	=	1

Разложение чисел по степеням основания

Позиция цифры в числе называется разрядом. В записи правый разряд – разряд единиц, затем смещаясь влево - десятки, сотни, тысячи и так далее.

Число 555 записано в привычной для нас свернутой форме. Мы настолько привыкли к такой записи, что уже не замечаем, как в уме умножаем цифры числа на разные степени числа 10. Это число в развернутой форме будет выглядеть так :

$$555_{10} = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 ,$$

откуда видно, что число в позиционной системе записывается в виде суммы числового ряда степеней основания (в нашем случае это 10), в качестве коэффициентов которых выступают цифры данного числа.

$$q=10$$

Содержание

Разложение чисел по степеням основания

- Теперь запишем двоичное число, которое может состоять только из нулей и единиц, например, 1111_2 в развернутом виде:

$$1111_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0.$$

$$q=2$$

- Теперь запишем восьмеричное число, которое может состоять из цифр от 0 до 7, например, 2451_8 в развернутом виде:

$$2451_8 = 2 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0$$

$$q=8$$

- Рассмотрим развернутую запись числа представленного в шестнадцатеричной системе счисления:

$$A23C_{16} = A \cdot 16^3 + 2 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^1 + C \cdot 16^0$$

Где цифра $A=10$, $C=12$.

$$q=16$$

ПЕРЕВОД чисел в десятичную систему счисления выполнить довольно легко. Для этого необходимо записать число в развернутой форме и вычислить его значение в десятичном виде.

Перевод чисел из одной системы счисления в другую

q=10	q=2	q=8	q=16
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

- При переводе из одной системы счисления в другую можно пользоваться таблицей соответствия.

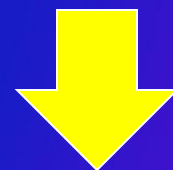


ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ из десятичной системы

▣ Перевод числа из десятичной системы в систему счисления с другим основанием:

- 1) Последовательно выполнять деление исходного целого числа на основание той системы, в которую переводим, пока не получится частное меньше делителя.
- 2) Записать полученные остатки в обратном порядке, начиная с последнего частного.

$q=10$



$q=2$

▣ Просмотрим исполнение данного алгоритма на практике:

$q=3$

$q=8$

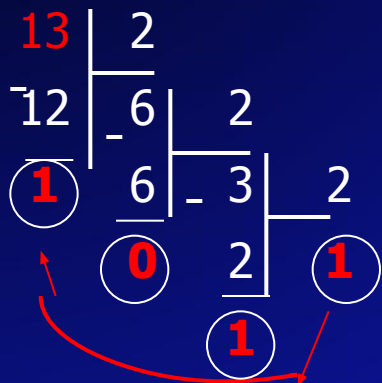
$q=18$

$q=7$

Содержание



- ▣ Возьмем десятичное число, например, 13_{10} и переведем его в двоичное, выполняя деление на основание: 2



Проверка:

Получили что $13_{10} = 1101_2$

Ответ читаем по остаткам
-наоборот!

$q=10$

В

$q=2$

$$1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13_{10}$$

Итак, перевод из десятичной системы в любую другую происходит путем деления исходного числа на основание той системы, в которую переводим.

- Теперь возьмем десятичное число, например, 69_{10} и переведем его в восьмеричное, выполняя деление на основание: 8

$$\begin{array}{r|l}
 69 & 8 \\
 \hline
 64 & 8 \\
 \hline
 5 & 8 \\
 \hline
 & 8 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & 0
 \end{array}$$

Ответ читаем по остаткам - наоборот!

Получили: $69_{10} = 105_8$

Проверка:

$$\begin{array}{ccc}
 2 & 1 & 0 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 105_8 & = & 1 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 64 + 0 + 5 = 69_{10}
 \end{array}$$

q=10

В

q=8

Содержание

▣ Возьмем то же десятичное число 69_{10} и переведем его в шестнадцатеричное, только теперь выполняя деление на основание: 16

$$\begin{array}{r} 69 \quad | \quad 16 \\ \underline{64} \quad | \quad 4 \\ \quad 5 \end{array}$$

Ответ читаем по остаткам - наоборот!

Получили $69_{10} = 45_{16}$

q=10

В

q=16

Проверка:

$$\begin{array}{c} 10 \\ \downarrow \downarrow \\ 45_{16} \end{array} = 4 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 = 64 + 5 = 69_{10}$$

Содержание



- Рассмотрим еще перевод десятичного числа 169_{10} в шестнадцатеричное, выполняя

деление на основание: 16 -

$$\begin{array}{r}
 169 \quad | \quad 16 \\
 \underline{160} \quad | \quad 10 \\
 \hline
 9
 \end{array}$$

Последнее частное не делится на 16 , и мы заменяем его согласно алфавиту 16-ричной системы на символ **A** :

Получили $169_{10} = A9_{16}$

Выполнив проверку убеждаемся в правильности перевода:

$$\begin{array}{l}
 \downarrow \downarrow \\
 1 \ 0
 \end{array}$$

$$A9_{16} = A \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 = 10 \cdot 16 + 9 = 169_{10}$$

Перевод из десятичной системы в любую другую происходит путем деления исходного числа на основание той системы, в

q=10

B

q=16

Системы счисления, используемые в компьютере

Двоичная **0,1**

Двоичная система счисления является основной системой представления информации в памяти компьютера.

Восьмеричная

0,1,2,3,4,5,6,7



Шестнадцатеричная

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Почему люди пользуются десятичной системой, а компьютеры — двоичной?

Компьютеры используют двоичную систему потому, что она имеет ряд преимуществ перед другими системами:

- для ее реализации нужны технические устройства с двумя устойчивыми состояниями (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.), а не, например, с десятью, — как в десятичной
- представление информации посредством только двух состояний надежно и помехоустойчиво;
- двоичная арифметика намного проще десятичной.

Недостаток двоичной системы — быстрый рост числа разрядов, необходимых для записи чисел.



Почему в компьютерах используются также восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления?

Двоичная система, удобная для компьютеров, для человека неудобна из-за ее громоздкости и непривычной записи.

Перевод чисел из десятичной системы в двоичную и наоборот выполняет машина.

Для программистов удобнее работать с более компактной записью.

Таковыми системами и являются 8-ая и 16-ая



Контрольные вопросы



1. Что такое система счисления?

2. Чем отличаются позиционные системы счисления от непозиционных, в чем их преимущества?

Привести примеры позиционных и непозиционных систем счисления.

3. Что такое основание системы счисления?

4. Система счисления с каким основанием была самой первой?

5. В какой стране впервые стали использоваться специальные обозначения для 5, 10, 100, 1000, 1000000?

Содержание

