

ГОУ ЦО № 1432

История цифр и их связь с кодированием информации

МОСКВА

2011



Содержание

- История цифр
- Римские цифры
- Цифры Майя
- Цифра Ноль
- Индийские цифры
- Системы счисления
- Позиционная система счисления
- Не позиционная система
- Шестнадцатеричная система
- Перевод из одной системы в другую
- Использование чисел
- Транслятор систем счисления
- Сложение чисел неограниченной длины
- Выводы



История цифр.



Цифры — система знаков («буквы») для записи чисел («слов») (числовые знаки). Слово «цифра» без уточнения обычно означает один из следующих десяти («алфавит») знаков: **0 1 2 3 4 5 6 7 8 9** (т. н. «арабские цифры»). Сочетания этих цифр порождают дву-(и более) значные числа.

Существуют также много других вариантов («алфавитов»):

Римские цифры(**I V X L C D M**)

Шестнадцатеричные цифры(**0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F**)

Цифры майя (от 0 до 19)

в некоторых языках, например, в древнегреческом, в иврите, в церковнославянском, существует система записи чисел буквами.



Римские цифры

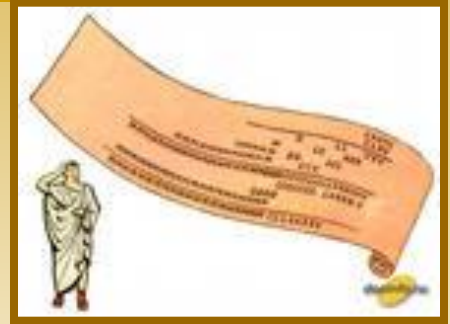
Цифры, использовавшиеся древними римлянами в своей не позиционной системе счисления.



Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр. При этом, если большая цифра стоит перед меньшей, то они складываются (**принцип сложения**), если же меньшая — перед большей, то меньшая вычитается из большей (**принцип вычитания**). Последнее правило применяется только во избежание четырёхкратного повторения одной и той же цифры.

Римские цифры появились около 500 лет до нашей эры у этрусков.





Число	Римский символ
1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

Для закрепления в памяти буквенных обозначений цифр в порядке убывания существует мнемоническое правило:

- **Мы Дарим Сочные Лимоны, Хватит Всем Их.**
- **Мы Даем Советы Лишь Хорошо Воспитанным Индивидам**

Соответственно **M, D, C, L, X, V, I**





Число	Римское обозначение
0	-
4	IV
8	VIII
9	IX
31	XXXI
46	XLVI
99	XCIX
583	DLXXXIII
888	DCCCLXXXVIII
1668	MDCLXVIII
1989	MCMLXXXIX
2009	MMIX
3999	MMMCMXCIX

Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр

MMMCMXCIX

Цифры Майя.



Позиционная запись, основанная в **двадцатеричной системе** счисления (по основанию 20), использовавшаяся цивилизацией **Майя** в доколумбовой Месоамерике.

Цифры майя составлялись из трёх элементов: нуля (знак ракушки), единицы (точка) и пятёрки (горизонтальная черта). Например, 19 писалось как четыре точки в горизонтальном ряду над тремя горизонтальными линиями



Числа свыше 19 писались вертикально снизу вверх по степеням 20.

Например: **32** писалось как $(1)(12) = 1 \times 20 + 12$

429 как $(1)(1)(9) = 1 \times 400 + 1 \times 20 + 9$

4805 как $(12)(0)(5) = 12 \times 400 + 0 \times 20 + 5$

Для записи цифр от 1 до 19 иногда также использовались **изображения божеств**. Такие цифры использовались крайне редко, сохранившись лишь на нескольких монументальных стелах.



Третий разряд (четырёхсотки)			
Второй разряд (двадцатки)			
Первый разряд (единицы)			
	32	429	4805



Цифра Ноль

Календарь Майя требовал использования **нуля** для обозначения **пустого разряда**. Первая дошедшая до нас дата с нулём (на стеле 2 в Чиапа-де Корсо, Чиapas) датирована 36 годом до н. э.

В календаре подробное изображение трёх колонок на стеле 1 в Ла-Мохарра. Левая дата — 8.5.16.9.7, то есть 156 год н. э.

В «долгом счёте» календаря майя была использована разновидность 20-ричной системы счисления, в которой второй разряд мог содержать только **цифры от 0 до 17**, после чего к третьему разряду добавлялась единица. Таким образом, единица третьего разряда означала не 400, а $18 \times 20 = 360$, что близко к числу дней в солнечном году.



Индийские цифры



Из истории известно, что в науке **индийское** происхождение так называемых **арабских цифр** было признано лишь в XIX веке.

Первым учёным, высказавшим эту, для того времени новую, мысль, был русский востоковед **Георг Яковлевич Кер** (1692—1740). Кер с 1731 года служил в Москве переводчиком коллегии иностранных дел.



Системы счисления



Система счисления — символический метод записи чисел, представление чисел с помощью письменных знаков.

Система счисления:

- даёт представления **множества чисел** (целых или вещественных)
- даёт каждому числу **уникальное представление** (или, по крайней мере, стандартное представление)
- отражает алгебраическую и арифметическую **структуру чисел**.

Системы счисления подразделяются на **позиционные, непозиционные и смешанные**



Позиционные системы счисления



В позиционных системах счисления один и тот же числовой знак(цифра) в записи числа имеет различные значения в зависимости от того **места (разряда)**, где он расположен.

Изобретение позиционной нумерации, основанной на поместном значении цифр, приписывается шумерам и вавилонянам ; развита была такая нумерация индусами и имела неоценимые последствия в истории человеческой цивилизации. К числу таких систем относится современная **десятичная система** счисления, возникновение которой связано со счётом на пальцах. В средневековой Европе она появилась через итальянских купцов, в свою очередь заимствовавших её у мусульман.



Непозиционные системы счисления

ROMAN NUMERALS		
I	VI	6
II	VII	7
III	VIII	8
IV	IX	9
V	X	10
VI	XI	11
VII	XII	12
VIII	XIII	13
IX	XIV	14
X	XV	15
XI	XVI	16
XII	XVII	17
XIII	XVIII	18
XIV	XIX	19
XV	XX	20
XVI	XXI	21
XVII	XXII	22
XVIII	XXIII	23
XIX	XXIV	24
XX	XXV	25
XXI	XXVI	26
XXII	XXVII	27
XXIII	XXVIII	28
XXIV	XXIX	29
XXV	XXX	30
XXVI	XXXI	31
XXVII	XXXII	32
XXVIII	XXXIII	33
XXIX	XXXIV	34
XXX	XXXV	35
XXXI	XXXVI	36
XXXII	XXXVII	37
XXXIII	XXXVIII	38
XXXIV	XXXIX	39
XXXV	XL	40
XXXVI	XLI	41
XXXVII	XLII	42
XXXVIII	XLIII	43
XXXIX	XLIV	44
XL	XLV	45
XLVI	XLVI	46
XLVII	XLVII	47
XLVIII	XLVIII	48
XLIX	XLIX	49
XLX	L	50
XLXI	LXI	51
XLXII	LXII	52
XLXIII	LXIII	53
XLXIV	LXIV	54
XLXV	LXV	55
XLXVI	LXVI	56
XLXVII	LXVII	57
XLXVIII	LXVIII	58
XLXIX	LXIX	59
L	LX	60
LXI	LXI	61
LXII	LXII	62
LXIII	LXIII	63
LXIV	LXIV	64
LXV	LXV	65
LXVI	LXVI	66
LXVII	LXVII	67
LXVIII	LXVIII	68
LXIX	LXIX	69
LXX	LXX	70
LXXI	LXXI	71
LXXII	LXXII	72
LXXIII	LXXIII	73
LXXIV	LXXIV	74
LXXV	LXXV	75
LXXVI	LXXVI	76
LXXVII	LXXVII	77
LXXVIII	LXXVIII	78
LXXIX	LXXIX	79
LXXX	LXXX	80
LXXXI	LXXXI	81
LXXXII	LXXXII	82
LXXXIII	LXXXIII	83
LXXXIV	LXXXIV	84
LXXXV	LXXXV	85
LXXXVI	LXXXVI	86
LXXXVII	LXXXVII	87
LXXXVIII	LXXXVIII	88
LXXXIX	LXXXIX	89
LXXX	LXXX	90
LXXXI	LXXXI	91
LXXXII	LXXXII	92
LXXXIII	LXXXIII	93
LXXXIV	LXXXIV	94
LXXXV	LXXXV	95
LXXXVI	LXXXVI	96
LXXXVII	LXXXVII	97
LXXXVIII	LXXXVIII	98
LXXXIX	LXXXIX	99
CCCC	CD	400
CCCL	CDL	450
CCCLX	CDC	460
CCCLXX	CDLXX	470
CCCLXXX	CDLXXX	480
CCCXC	CDXC	490
CCCX	CD	500
CCCXI	CDI	510
CCCXII	CDII	520
CCCXIII	CDIII	530
CCCXIV	CDIV	540
CCCXV	CDV	550
CCCXVI	CDVI	560
CCCXVII	CDVII	570
CCCXVIII	CDVIII	580
CCCXIX	CDIX	590
CCCXX	CD	600
CCCXXI	CDI	610
CCCXXII	CDII	620
CCCXXIII	CDIII	630
CCCXXIV	CDIV	640
CCCXXV	CDV	650
CCCXXVI	CDVI	660
CCCXXVII	CDVII	670
CCCXXVIII	CDVIII	680
CCCXXIX	CDIX	690
CCCXXX	CD	700
CCCXXXI	CDI	710
CCCXXXII	CDII	720
CCCXXXIII	CDIII	730
CCCXXXIV	CDIV	740
CCCXXXV	CDV	750
CCCXXXVI	CDVI	760
CCCXXXVII	CDVII	770
CCCXXXVIII	CDVIII	780
CCCXXXIX	CDIX	790
CCCXXX	CD	800
CCCXXXI	CDI	810
CCCXXXII	CDII	820
CCCXXXIII	CDIII	830
CCCXXXIV	CDIV	840
CCCXXXV	CDV	850
CCCXXXVI	CDVI	860
CCCXXXVII	CDVII	870
CCCXXXVIII	CDVIII	880
CCCXXXIX	CDIX	890
CCCXXX	CD	900
CCCXXXI	CDI	910
CCCXXXII	CDII	920
CCCXXXIII	CDIII	930
CCCXXXIV	CDIV	940
CCCXXXV	CDV	950
CCCXXXVI	CDVI	960
CCCXXXVII	CDVII	970
CCCXXXVIII	CDVIII	980
CCCXXXIX	CDIX	990
MMM	M	1000
MMMCC	MCC	1200
MMMCCC	MCCC	1300
MMMCD	MCD	1400
MMMCM	MCM	1900
MMM	M	2000

В непозиционных системах счисления величина, которую обозначает цифра, **не зависит от положения** в числе. При этом система может накладывать ограничения на положение цифр, например, чтобы они были расположены в порядке убывания.

К таким системам относится **римская система записи чисел.**



Шестнадцатеричная

система счисления



Шестнадцатеричная система счисления (*шестнадцатеричные числа*) — позиционная система счисления по целочисленному основанию 16. Обычно в качестве *шестнадцатеричных цифр* используются десятичные цифры от 0 до 9 и латинские буквы от A до F для обозначения цифр от 10_{10} до 15_{10} , то есть (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F).

Широко используется в низкоуровневом **программировании**, поскольку в **современных компьютерах** минимальной единицей памяти является 8-битный байт, значения которого удобно записывать двумя **шестнадцатеричными** цифрами. Такое использование началось с системы IBM/360, до этого времени использовали **восьмеричную систему**.



счисления в другую

Для перевода **шестнадцатеричного числа** в десятичное необходимо это число представить в виде суммы произведений степеней основания шестнадцатеричной системы счисления на соответствующие цифры в разрядах шестнадцатеричного числа.

Например: число $5A3_{16}$

$$5A3_{16} = 3 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^2 = 3 \cdot 1 + 10 \cdot 16 + 5 \cdot 256 = 1443_{10}$$

Для перевода многозначного **двоичного числа** в шестнадцатеричную систему нужно разбить его на тетрады справа налево и заменить каждую тетраду соответствующей шестнадцатеричной цифрой.

Например:

$$010110100011_2 = 0101 \ 1010 \ 0011 = 5A3_{16}$$



Использование чисел



На монетах **индийские цифры** впервые появляются в 976 году в Испании, где имелись непосредственные связи с арабами.

Наиболее ранняя русская монета с индийскими цифрами относится к 1654 году. **Славянские цифры** в последний раз появляются на медных монетах чеканки 1718 года.

В языках программирования



В разных языках программирования для записи шестнадцатеричных чисел используют различный синтаксис:

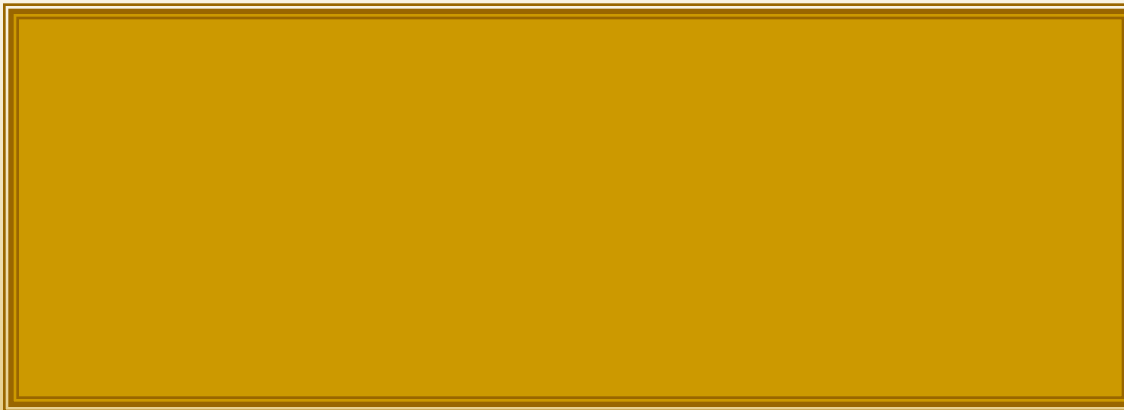
- В **АДА** и **VHDL** такие числа указывают так: «**16#5A3#**».
- В **Си** и языках схожего синтаксиса, например, в **Java**, используют префикс «**0x**».
- В некоторых **Ассемблерах** используют букву «**h**», которую ставят после числа. При этом, если число начинается не с десятичной цифры, то для отличия от имён идентификаторов впереди ставится «**0**» (ноль): «**0FFh**» (255_{10})
- **Паскаль** и некоторые версии **Бейсика** используют префикс «**\$**».
- Некоторые иные платформы, использовали запись **#5A3**, обычно выровненную до одного или двух байт: **#05A3**.
- Другие версии **Бейсика** используют для указания шестнадцатеричных цифр сочетание «**&h**».
- В **Unix**-подобных операционных системах непечатные символы при выводе/вводе кодируются как **0xCC**, где **CC** — шестнадцатеричный код символа

Транслятор систем счисления



Рассмотрим перевод чисел из десятичной системы в шестнадцатеричную и обратно. Для демонстрации перевода чисел была написана программа на языке Visual Basic.

Для перевода из одной системы счисления в другую необходимо ввести число в соответствующее поле и нажать на расположенную рядом командную кнопку. Результат перевода будет выведен в другое поле.

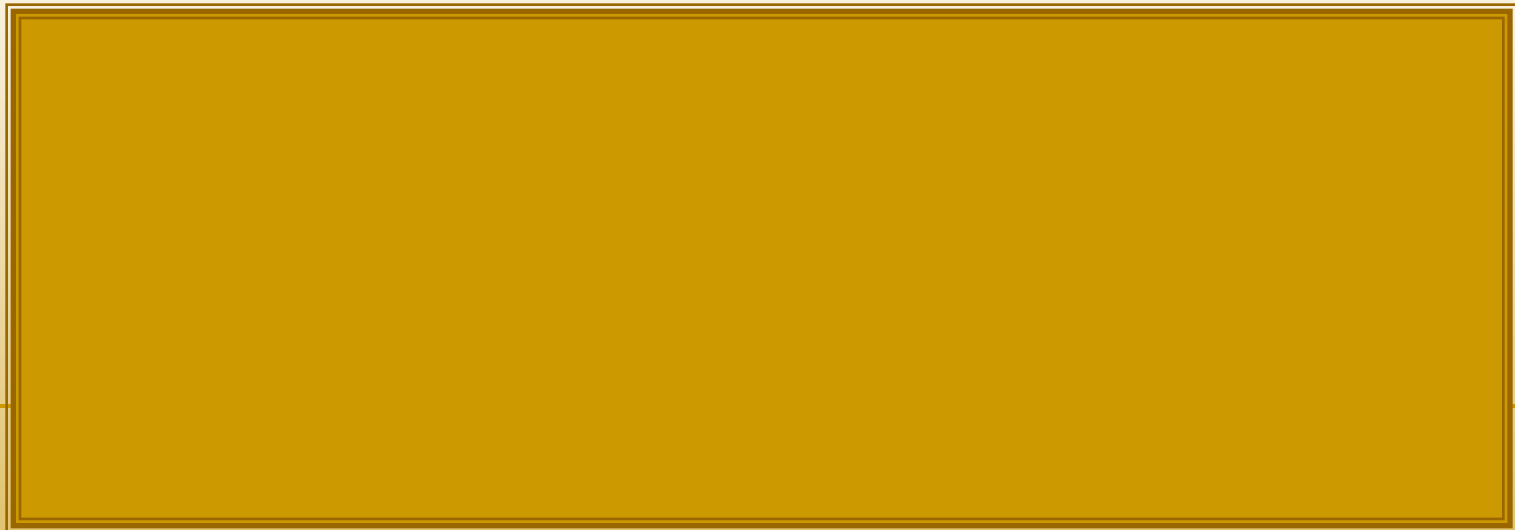


Сложение чисел неограниченной длины



В процессорах компьютеров возможно проведение арифметических операциях для чисел ограниченной длины. При необходимости арифметические операции с числами произвольной длины могут быть осуществлены с помощью специальной программы. Для демонстрации решения была написана программа на языке Visual Basic суммирования чисел неограниченной длины.

Введите требуемые числа и нажмите кнопку «+». Результат будет в третьем поле.



Выводы



- Особыми видами письменных знаков могут быть названы цифры
 - Цифры представляют собой исторические логограммы, служащие для краткого обозначения чисел
 - Для записи информации о количестве объектов используются числа, состоящие из цифр
 - Все системы счисления делятся на две большие группы: позиционные и непозиционные системы счисления.
 - Двоичная система используется для кодирования информации в компьютере
 - Шестнадцатеричная система – это компактная запись двоичных чисел
 - Цифровая система кодирования используется в языках программирования
-

Авторы

