

ГОУ ЦО № 1432

История цифр и их связь с кодированием информации

МОСКВА

2011



Содержание

- История цифр
- Римские цифры
- Цифры Майя
- Цифра Ноль
- Индийские цифры
- Системы счисления
- Позиционная система счисления
- Не позиционная система
- Шестнадцатеричная система
- Перевод из одной системы в другую
- Использование чисел
- Транслятор систем счисления
- Сложение чисел неограниченной длины
- Выводы



История цифр.



Цифры — система знаков («буквы») для записи чисел («слов») (числовые знаки). Слово «цифра» без уточнения обычно означает один из следующих десяти («алфавит») знаков: **0 1 2 3 4 5 6 7 8 9** (т. н. «арабские цифры»). Сочетания этих цифр порождают дву-(и более) значные числа.

Существуют также много других вариантов («алфавитов»):

Римские цифры(**I V X L C D M**)

Шестнадцатеричные цифры(**0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F**)

Цифры майя (от 0 до 19)

в некоторых языках, например, в древнегреческом, в иврите, в церковнославянском, существует система записи чисел буквами.



Римские цифры

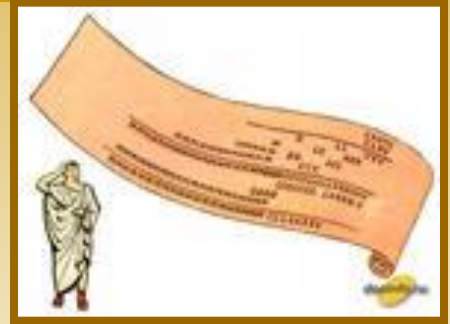
Цифры, использовавшиеся древними римлянами в своей не позиционной системе счисления.



Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр. При этом, если большая цифра стоит перед меньшей, то они складываются (**принцип сложения**), если же меньшая — перед большей, то меньшая вычитается из большей (**принцип вычитания**). Последнее правило применяется только во избежание четырёхкратного повторения одной и той же цифры.

Римские цифры появились около 500 лет до нашей эры у этрусков.





Число	Римский символ
1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

Для закрепления в памяти буквенных обозначений цифр в порядке убывания существует мнемоническое правило:

- **Мы Дарим Сочные Лимоны, Хватит Всем Их.**
- **Мы Даем Советы Лишь Хорошо Воспитанным Индивидам**

Соответственно **M, D, C, L, X, V, I**





Число	Римское обозначение
0	-
4	IV
8	VIII
9	IX
31	XXXI
46	XLVI
99	XCIX
583	DLXXXIII
888	DCCCLXXXVIII
1668	MDCLXVIII
1989	MCMLXXXIX
2009	MMIX
3999	MMMCMXCIX

Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр

MMMCMXCIX

Цифры Майя.



Позиционная запись, основанная в **двадцатеричной системе** счисления (по основанию 20), использовавшаяся цивилизацией **Майя** в доколумбовой Месоамерике.

Цифры майя составлялись из трёх элементов: нуля (знак ракушки), единицы (точка) и пятёрки (горизонтальная черта). Например, 19 писалось как четыре точки в горизонтальном ряду над тремя горизонтальными линиями



Числа свыше 19 писались вертикально снизу вверх по степеням 20.

Например: **32** писалось как $(1)(12) = 1 \times 20 + 12$

429 как $(1)(1)(9) = 1 \times 400 + 1 \times 20 + 9$

4805 как $(12)(0)(5) = 12 \times 400 + 0 \times 20 + 5$

Для записи цифр от 1 до 19 иногда также использовались **изображения божеств**. Такие цифры использовались крайне редко, сохранившись лишь на нескольких монументальных стелах.



Третий разряд (четырёхсотки)			
Второй разряд (двадцатки)			
Первый разряд (единицы)			
	32	429	4805



Цифра Ноль

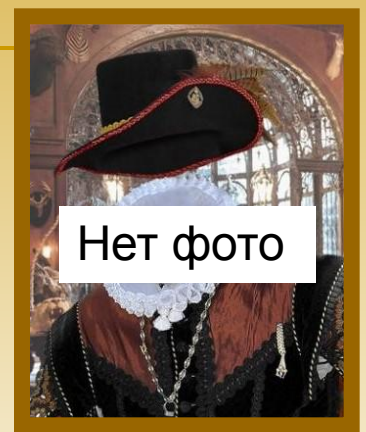
Календарь Майя требовал использования **нуля** для обозначения **пустого разряда**. Первая дошедшая до нас дата с нулём (на стеле 2 в Чиапа-де Корсо, Чиapas) датирована 36 годом до н. э.

В календаре подробное изображение трёх колонок на стеле 1 в Ла-Мохарра. Левая дата — 8.5.16.9.7, то есть 156 год н. э.

В «долгом счёте» календаря майя была использована разновидность 20-ричной системы счисления, в которой второй разряд мог содержать только **цифры от 0 до 17**, после чего к третьему разряду добавлялась единица. Таким образом, единица третьего разряда означала не 400, а $18 \times 20 = 360$, что близко к числу дней в солнечном году.



Индийские цифры



Из истории известно, что в науке **индийское** происхождение так называемых **арабских цифр** было признано лишь в XIX веке.

Первым учёным, высказавшим эту, для того времени новую, мысль, был русский востоковед **Георг Яковлевич Кер** (1692—1740). Кер с 1731 года служил в Москве переводчиком коллегии иностранных дел.



Системы счисления



Система счисления — символический метод записи чисел, представление чисел с помощью письменных знаков.

Система счисления:

- даёт представления **множества чисел** (целых или вещественных)
- даёт каждому числу **уникальное представление** (или, по крайней мере, стандартное представление)
- отражает алгебраическую и арифметическую **структуру чисел**.

Системы счисления подразделяются на **позиционные, непозиционные и смешанные**



Позиционные системы счисления



В позиционных системах счисления один и тот же числовой знак(цифра) в записи числа имеет различные значения в зависимости от того **места (разряда)**, где он расположен.

Изобретение позиционной нумерации, основанной на поместном значении цифр, приписывается шумерам и вавилонянам ; развита была такая нумерация индусами и имела неоценимые последствия в истории человеческой цивилизации. К числу таких систем относится современная **десятичная система** счисления, возникновение которой связано со счётом на пальцах. В средневековой Европе она появилась через итальянских купцов, в свою очередь заимствовавших её у мусульман.



Непозиционные системы счисления

I	VI	1000	1000
II	VII	1000	1000
III	VIII	1000	1000
IV	IX	1000	1000
V	X	1000	1000
VI	XI	1000	1000
VII	XII	1000	1000
VIII	XIII	1000	1000
IX	XIV	1000	1000
X	XV	1000	1000
XI	XVI	1000	1000
XII	XVII	1000	1000
XIII	XVIII	1000	1000
XIV	XIX	1000	1000
XV	XX	1000	1000
XVI	XXI	1000	1000
XVII	XXII	1000	1000
XVIII	XXIII	1000	1000
XIX	XXIV	1000	1000
XX	XXV	1000	1000
XXI	XXVI	1000	1000
XXII	XXVII	1000	1000
XXIII	XXVIII	1000	1000
XXIV	XXIX	1000	1000
XXV	XXX	1000	1000
XXVI	XXXI	1000	1000
XXVII	XXXII	1000	1000
XXVIII	XXXIII	1000	1000
XXIX	XXXIV	1000	1000
XXX	XXXV	1000	1000
XXXI	XXXVI	1000	1000
XXXII	XXXVII	1000	1000
XXXIII	XXXVIII	1000	1000
XXXIV	XXXIX	1000	1000
XXXV	XL	1000	1000
XXXVI	XLI	1000	1000
XXXVII	XLII	1000	1000
XXXVIII	XLIII	1000	1000
XXXIX	XLIV	1000	1000
XL	XLV	1000	1000
XLI	XLVI	1000	1000
XLII	XLVII	1000	1000
XLIII	XLVIII	1000	1000
XLIV	XLIX	1000	1000
XLV	L	1000	1000
XLVI	LXI	1000	1000
XLVII	LXII	1000	1000
XLVIII	LXIII	1000	1000
XLIX	LXIV	1000	1000
L	LXV	1000	1000
LXI	LXVI	1000	1000
LXII	LXVII	1000	1000
LXIII	LXVIII	1000	1000
LXIV	LXIX	1000	1000
LXV	LXX	1000	1000
LXVI	LXXI	1000	1000
LXVII	LXXII	1000	1000
LXVIII	LXXIII	1000	1000
LXIX	LXXIV	1000	1000
LXX	LXXV	1000	1000
LXXI	LXXVI	1000	1000
LXXII	LXXVII	1000	1000
LXXIII	LXXVIII	1000	1000
LXXIV	LXXIX	1000	1000
LXXV	LXXX	1000	1000
LXXVI	LXXXI	1000	1000
LXXVII	LXXXII	1000	1000
LXXVIII	LXXXIII	1000	1000
LXXIX	LXXXIV	1000	1000
LXXX	LXXXV	1000	1000
LXXXI	LXXXVI	1000	1000
LXXXII	LXXXVII	1000	1000
LXXXIII	LXXXVIII	1000	1000
LXXXIV	LXXXIX	1000	1000
LXXXV	LXXXX	1000	1000
LXXXVI	LXXXXI	1000	1000
LXXXVII	LXXXXII	1000	1000
LXXXVIII	LXXXXIII	1000	1000
LXXXIX	LXXXXIV	1000	1000
LXXXX	LXXXXV	1000	1000
LXXXXI	LXXXXVI	1000	1000
LXXXXII	LXXXXVII	1000	1000
LXXXXIII	LXXXXVIII	1000	1000
LXXXXIV	LXXXXIX	1000	1000
LXXXXV	ML	1000	1000
LXXXXVI	MLI	1000	1000
LXXXXVII	MLII	1000	1000
LXXXXVIII	MLIII	1000	1000
LXXXXIX	MLIV	1000	1000
ML	MLV	1000	1000
MLI	MLVI	1000	1000
MLII	MLVII	1000	1000
MLIII	MLVIII	1000	1000
MLIV	MLIX	1000	1000
MLV	MLX	1000	1000
MLVI	MLXI	1000	1000
MLVII	MLXII	1000	1000
MLVIII	MLXIII	1000	1000
MLIX	MLXIV	1000	1000
MLX	MLXV	1000	1000
MLXI	MLXVI	1000	1000
MLXII	MLXVII	1000	1000
MLXIII	MLXVIII	1000	1000
MLXIV	MLXIX	1000	1000
MLXV	MLXX	1000	1000
MLXVI	MLXXI	1000	1000
MLXVII	MLXXII	1000	1000
MLXVIII	MLXXIII	1000	1000
MLXIX	MLXXIV	1000	1000
MLXX	MLXXV	1000	1000
MLXXI	MLXXVI	1000	1000
MLXXII	MLXXVII	1000	1000
MLXXIII	MLXXVIII	1000	1000
MLXXIV	MLXXIX	1000	1000
MLXXV	MLXXX	1000	1000
MLXXVI	MLXXXI	1000	1000
MLXXVII	MLXXXII	1000	1000
MLXXVIII	MLXXXIII	1000	1000
MLXXIX	MLXXXIV	1000	1000
MLXXX	MLXXXV	1000	1000
MLXXXI	MLXXXVI	1000	1000
MLXXXII	MLXXXVII	1000	1000
MLXXXIII	MLXXXVIII	1000	1000
MLXXXIV	MLXXXIX	1000	1000
MLXXXV	CL	1000	1000
MLXXXVI	CLI	1000	1000
MLXXXVII	CLII	1000	1000
MLXXXVIII	CLIII	1000	1000
MLXXXIX	CLIV	1000	1000
CL	CLV	1000	1000
CLI	CLVI	1000	1000
CLII	CLVII	1000	1000
CLIII	CLVIII	1000	1000
CLIV	CLIX	1000	1000
CLV	CLX	1000	1000
CLVI	CLXI	1000	1000
CLVII	CLXII	1000	1000
CLVIII	CLXIII	1000	1000
CLIX	CLXIV	1000	1000
CLX	CLXV	1000	1000
CLXI	CLXVI	1000	1000
CLXII	CLXVII	1000	1000
CLXIII	CLXVIII	1000	1000
CLXIV	CLXIX	1000	1000
CLXV	CLXX	1000	1000
CLXVI	CLXXI	1000	1000
CLXVII	CLXXII	1000	1000
CLXVIII	CLXXIII	1000	1000
CLXIX	CLXXIV	1000	1000
CLXX	CLXXV	1000	1000
CLXXI	CLXXVI	1000	1000
CLXXII	CLXXVII	1000	1000
CLXXIII	CLXXVIII	1000	1000
CLXXIV	CLXXIX	1000	1000
CLXXV	CLXXX	1000	1000
CLXXVI	CLXXXI	1000	1000
CLXXVII	CLXXXII	1000	1000
CLXXVIII	CLXXXIII	1000	1000
CLXXIX	CLXXXIV	1000	1000
CLXXX	CLXXXV	1000	1000
CLXXXI	CLXXXVI	1000	1000
CLXXXII	CLXXXVII	1000	1000
CLXXXIII	CLXXXVIII	1000	1000
CLXXXIV	CLXXXIX	1000	1000
CLXXXV	D	1000	1000
CLXXXVI	DI	1000	1000
CLXXXVII	DII	1000	1000
CLXXXVIII	DIII	1000	1000
CLXXXIX	DIV	1000	1000
D	DV	1000	1000
DI	DVI	1000	1000
DII	DVII	1000	1000
DIII	DVIII	1000	1000
DIV	DX	1000	1000
DV	DXI	1000	1000
DVI	DXII	1000	1000
DVII	DXIII	1000	1000
DVIII	DXIV	1000	1000
DX	DXV	1000	1000
DXI	DXVI	1000	1000
DXII	DXVII	1000	1000
DXIII	DXVIII	1000	1000
DXIV	DXIX	1000	1000
DXV	DXL	1000	1000
DXVI	DXLI	1000	1000
DXVII	DXLII	1000	1000
DXVIII	DXLIII	1000	1000
DXIX	DXLIV	1000	1000
DXL	DXLV	1000	1000
DXLI	DXLVI	1000	1000
DXLII	DXLVII	1000	1000
DXLIII	DXLVIII	1000	1000
DXLIV	DXLIX	1000	1000
DXLV	DXLX	1000	1000
DXLVI	DXLXI	1000	1000
DXLVII	DXLXII	1000	1000
DXLVIII	DXLXIII	1000	1000
DXLIX	DXLXIV	1000	1000
DXLX	DXLXV	1000	1000
DXLXI	DXLXVI	1000	1000
DXLXII	DXLXVII	1000	1000
DXLXIII	DXLXVIII	1000	1000
DXLXIV	DXLXIX	1000	1000
DXLXV	DXLXX	1000	1000
DXLXVI	DXLXXI	1000	1000
DXLXVII	DXLXXII	1000	1000
DXLXVIII	DXLXXIII	1000	1000
DXLXIX	DXLXXIV	1000	1000
DXLXX	DXLXXV	1000	1000
DXLXXI	DXLXXVI	1000	1000
DXLXXII	DXLXXVII	1000	1000
DXLXXIII	DXLXXVIII	1000	1000
DXLXXIV	DXLXXIX	1000	1000
DXLXXV	DXLXXX	1000	1000
DXLXXVI	DXLXXXI	1000	1000
DXLXXVII	DXLXXXII	1000	1000
DXLXXVIII	DXLXXXIII	1000	1000
DXLXXIX	DXLXXXIV	1000	1000
DXLXXX	DXLXXXV	1000	1000
DXLXXXI	DXLXXXVI	1000	1000
DXLXXXII	DXLXXXVII	1000	1000
DXLXXXIII	DXLXXXVIII	1000	1000
DXLXXXIV	DXLXXXIX	1000	1000
DXLXXXV	ML	1000	1000
DXLXXXVI	MLI	1000	1000
DXLXXXVII	MLII	1000	1000
DXLXXXVIII	MLIII	1000	1000
DXLXXXIX	MLIV	1000	1000
ML	MLV	1000	1000
MLI	MLVI	1000	1000
MLII	MLVII	1000	1000
MLIII	MLVIII	1000	1000
MLIV	MLIX	1000	1000
MLV	MLX	1000	1000
MLVI	MLXI	1000	1000
MLVII	MLXII	1000	1000
MLVIII	MLXIII	1000	1000
MLIX	MLXIV	1000	1000
MLX	MLXV	1000	1000
MLXI	MLXVI	1000	1000
MLXII	MLXVII	1000	1000
MLXIII	MLXVIII	1000	1000
MLXIV	MLXIX	1000	1000
MLXV	MLXX	1000	1000
MLXVI	MLXXI	1000	1000
MLXVII	MLXXII	1000	1000
MLXVIII	MLXXIII	1000	1000
MLXIX	MLXXIV	1000	1000
MLXX	MLXXV	1000	1000
MLXXI	MLXXVI	1000	1000
MLXXII	MLXXVII	1000	1000
MLXXIII	MLXXVIII	1000	1000
MLXXIV	MLXXIX	1000	1000
MLXXV	MLXXX	1000	1000
MLXXVI	MLXXXI	1000	1000
MLXXVII	MLXXXII	1000	1000
MLXXVIII	MLXXXIII	1000	1000
MLXXIX	MLXXXIV	1000	1000
MLXXX	MLXXXV	1000	1000
MLXXXI	MLXXXVI	1000	1000
MLXXXII	MLXXXVII	1000	1000
MLXXXIII	MLXXXVIII	1000	1000
MLXXXIV	MLXXXIX	1000	1000
MLXXXV	CL	1000	1000
MLXXXVI	CLI	1000	1000
MLXXXVII	CLII	1000	1000
MLXXXVIII	CLIII	1000	1000
MLXXXIX	CLIV	1000	1000
CL	CLV	1000	1000
CLI	CLVI	1000	1000
CLII	CLVII	1000	1000
CLIII	CLVIII	1000	1000
CLIV	CLIX	1000	1000
CLV	CLX	1000	1000
CLVI	CLXI	1000	1000
CLVII	CLXII	1000	1000
CLVIII	CLXIII	1000	1000
CLIX	CLXIV	1000	1000
CLX	CLXV	1000	1000
CLXI	CLXVI	1000	1000
CLXII	CLXVII	1000	1000
CLXIII	CLXVIII	1000	1000
CLXIV	CLXIX	1000	1000
CLXV	CLXX	1000	1000
CLXVI	CLXXI	1000	1000
CLXVII	CLXXII	1000	1000
CLXVIII	CLXXIII	1000	1000
CLXIX	CLXXIV	1000	1000
CLXX	CLXXV	1000	1000
CLXXI	CLXXVI	1000	1000
CLXXII	CLXXVII	1000	1000
CLXXIII	CLXXVIII	1000	1000
CLXXIV	CLXXIX	1000	1000
CLXXV	CLXXX	1000	1000
CLXXVI	CLXXXI	1000	1000
CLXXVII	CLXXXII	1000	1000
CLXXVIII	CLXXXIII	1000	1000
CLXXIX	CLXXXIV	1000	1000
CLXXX	CLXXXV	1000	1000
CLXXXI	CLXXXVI	1000	1000
CLXXXII	CLXXXVII	1000	1000
CLXXXIII	CLXXXVIII	1000	1000
CLXXXIV	CLXXXIX	1000	1000
CLXXXV	D	1000	1000
CLXXXVI	DI	1000	1000
CLXXXVII	DII	1000	1000
CLXXXVIII	DIII	1000	1000
CLXXXIX	DIV	1000	1000
D	DV	1000	1000
DI	DVI	1000	1000
DII	DVII	1000	1000
DIII	DVIII	1000	1000
DIV	DX	1000	1000
DV	DXI	1000	1000
DVI	DXII	1000	1000
DVII	DXIII	1000	1000
DVIII	DXIV	1000	1000
DX	DXV	1000	1000
DXI	DXVI	1000	1000
DXII	DXVII	1000	1000
DXIII	DXVIII	1000	1000
DXIV	DXIX	1000	1000
DXV	DXL	1000	1000
DXVI	DXLI	1000	1000
DXVII	DXLII	1000	1000
DXVIII	DXLIII	1000	1000
DXIX	DXLIV	1000	1000
DXL	DXLV	1000	1000
DXLI	DXLVI	1000	1000
DXLII	DXLVII	1000	1000
DXLIII	DXLVIII	1000	1000
DXLIV	DXLIX	1000	1000
DXLV	DXLX	1000	1000
DXLVI	DXLXI	1000	1000
DXLVII	DXLXII	1000	1000

Шестнадцатеричная

система счисления



Шестнадцатеричная система счисления (*шестнадцатеричные числа*) — позиционная система счисления по целочисленному основанию 16. Обычно в качестве *шестнадцатеричных цифр* используются десятичные цифры от 0 до 9 и латинские буквы от A до F для обозначения цифр от 10_{10} до 15_{10} , то есть (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F).

Широко используется в низкоуровневом **программировании**, поскольку в **современных компьютерах** минимальной единицей памяти является 8-битный байт, значения которого удобно записывать двумя **шестнадцатеричными** цифрами. Такое использование началось с системы IBM/360, до этого времени использовали **восьмеричную систему**.



счисления в другую

Для перевода **шестнадцатеричного числа** в десятичное необходимо это число представить в виде суммы произведений степеней основания шестнадцатеричной системы счисления на соответствующие цифры в разрядах шестнадцатеричного числа.

Например: число $5A3_{16}$

$$5A3_{16} = 3 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^2 = 3 \cdot 1 + 10 \cdot 16 + 5 \cdot 256 = 1443_{10}$$

Для перевода многозначного **двоичного числа** в шестнадцатеричную систему нужно разбить его на тетрады справа налево и заменить каждую тетраду соответствующей шестнадцатеричной цифрой.

Например:

$$010110100011_2 = 0101 \ 1010 \ 0011 = 5A3_{16}$$



Использование чисел



На монетах **индийские цифры** впервые появляются в 976 году в Испании, где имелись непосредственные связи с арабами.

Наиболее ранняя русская монета с индийскими цифрами относится к 1654 году. **Славянские цифры** в последний раз появляются на медных монетах чеканки 1718 года.

В языках программирования



В разных языках программирования для записи шестнадцатеричных чисел используют различный синтаксис:

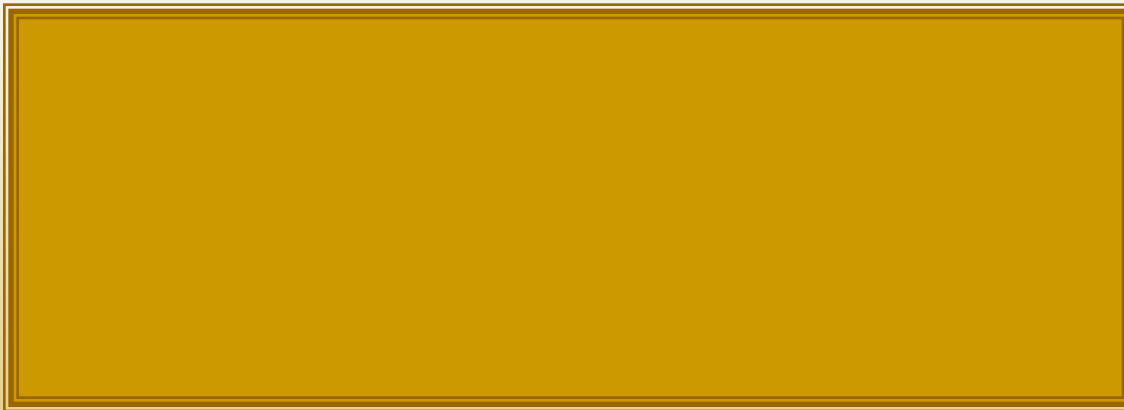
- В **АДА** и **VHDL** такие числа указывают так: «**16#5A3#**».
- В **Си** и языках схожего синтаксиса, например, в **Java**, используют префикс «**0x**».
- В некоторых **Ассемблерах** используют букву «**h**», которую ставят после числа. При этом, если число начинается не с десятичной цифры, то для отличия от имён идентификаторов впереди ставится «**0**» (ноль): «**0FFh**» (255_{10})
- **Паскаль** и некоторые версии **Бейсика** используют префикс «**\$**».
- Некоторые иные платформы, использовали запись **#5A3**, обычно выровненную до одного или двух байт: **#05A3**.
- Другие версии **Бейсика** используют для указания шестнадцатеричных цифр сочетание «**&h**».
- В **Unix**-подобных операционных системах непечатные символы при выводе/вводе кодируются как **0xCC**, где **CC** — шестнадцатеричный код символа

Транслятор систем счисления



Рассмотрим перевод чисел из десятичной системы в шестнадцатеричную и обратно. Для демонстрации перевода чисел была написана программа на языке Visual Basic.

Для перевода из одной системы счисления в другую необходимо ввести число в соответствующее поле и нажать на расположенную рядом командную кнопку. Результат перевода будет выведен в другое поле.

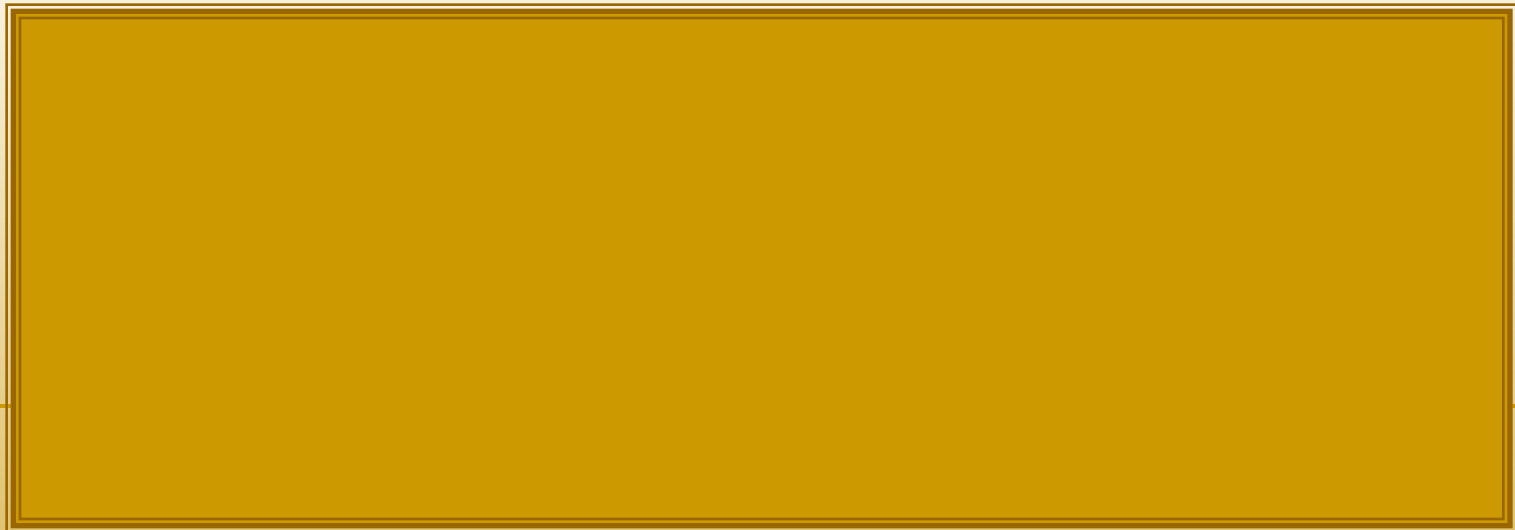


Сложение чисел неограниченной длины



В процессорах компьютеров возможно проведение арифметических операциях для чисел ограниченной длины. При необходимости арифметические операции с числами произвольной длины могут быть осуществлены с помощью специальной программы. Для демонстрации решения была написана программа на языке Visual Basic суммирования чисел неограниченной длины.

Введите требуемые числа и нажмите кнопку «+». Результат будет в третьем поле.



Выводы



- Особыми видами письменных знаков могут быть названы цифры
 - Цифры представляют собой исторические логограммы, служащие для краткого обозначения чисел
 - Для записи информации о количестве объектов используются числа, состоящие из цифр
 - Все системы счисления делятся на две большие группы: позиционные и непозиционные системы счисления.
 - Двоичная система используется для кодирования информации в компьютере
 - Шестнадцатеричная система – это компактная запись двоичных чисел
 - Цифровая система кодирования используется в языках программирования
-

Авторы

