

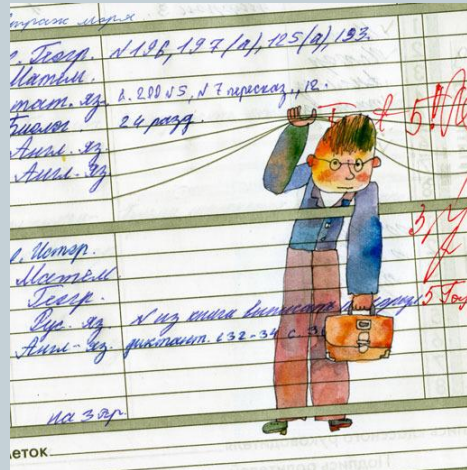
# Комбинаторные задачи. Комбинаторика.



Г. ЕКАТЕРИНБУРГ  
МОУ-ГИМНАЗИЯ № 13  
УЧИТЕЛЬ АНКИНА Т.С.

**расположение**

**перестановки**  
 **$n!$**



**выбор**  
 **$n!$**

# При создании этой презентации были использованы следующие материалы:



- А. Г. Мордкович, П. В. Семёнов. Алгебра 9. Учебник. Часть 1. Изд. Мнемозина. Москва 2010.
- Материалы презентации «Российская академия образования. Институт педагогических исследований одарённости детей (ИПИО). Программно-методический комплекс "Элементы теории множеств и комбинаторики" для среднего и дополнительного образования. Ю.В. Михеев, А.А. Никитин, Г.А. Сапрыкина, Л.С. Шум»: слайды №23. (<http://www.openclass.ru/dig-resource/150925> Ю.В. Михеев, А.А. Никитин, Г.А. Сапрыкина, Л.С. Шум»: слайды №23. (<http://www.openclass.ru/dig-resource/150925>).
- Картинки и изображения с сайта <http://images.yandex.ru/> Картинки и изображения с

# Комбинаторика.



*Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы **выбора** или **расположения** элементов множества в соответствии с заданными **правилами**.*

*Комбинаторика рассматривает **конечные** множества.*

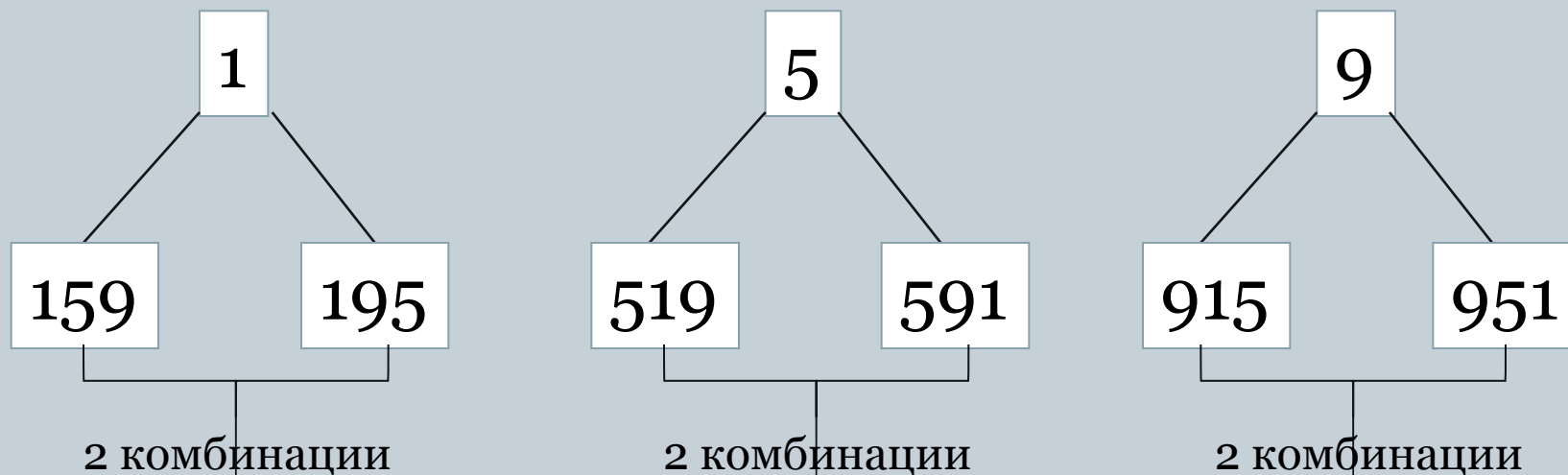
# 1. Метод перебора вариантов.



Пример 2

*Из чисел 1, 5, 9 составить трёхзначное число без повторяющихся цифр.*

**Дерево возможных вариантов!**



**Всего  $2 \cdot 3 = 6$  комбинаций.**

# Методы перебора (дерево возможных вариантов).

## Пример 3

Из цифр 2, 4, 7 составить трёхзначное число, в котором ни одна цифра не может повторяться более двух раз.

а) Сколько таких чисел начинается с 2?

б) Сколько всего таких чисел можно составить?

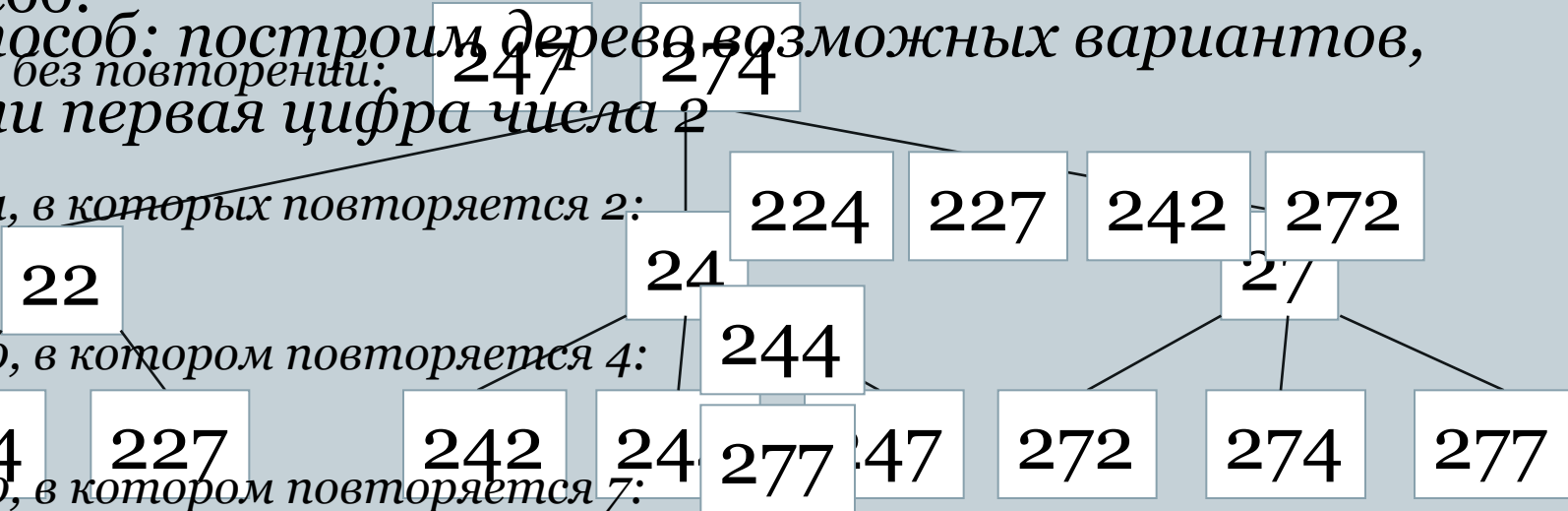
2 способ:

1) Числа без повторения: *способ: построим дерево возможных вариантов, если первая цифра числа 2*

2) Числа, в которых повторяется 2:

3) Число, в котором повторяется 4:

4) Число, в котором повторяется 7:



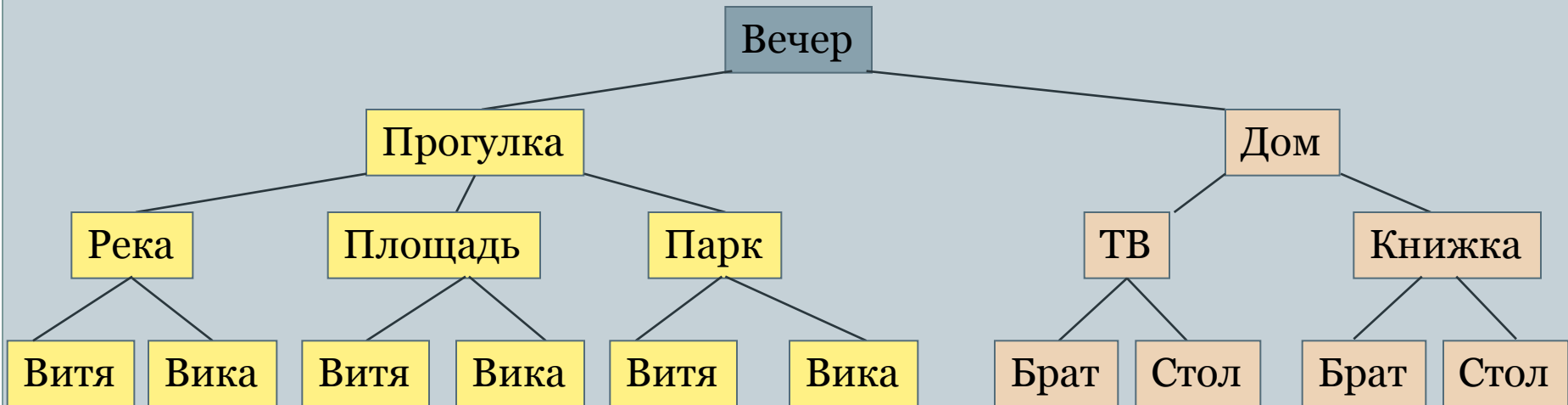
**а) Ответ: 8 чисел.**

**б) Ответ: 24 числа.**

# Дерево возможных вариантов.

## Пример 4.

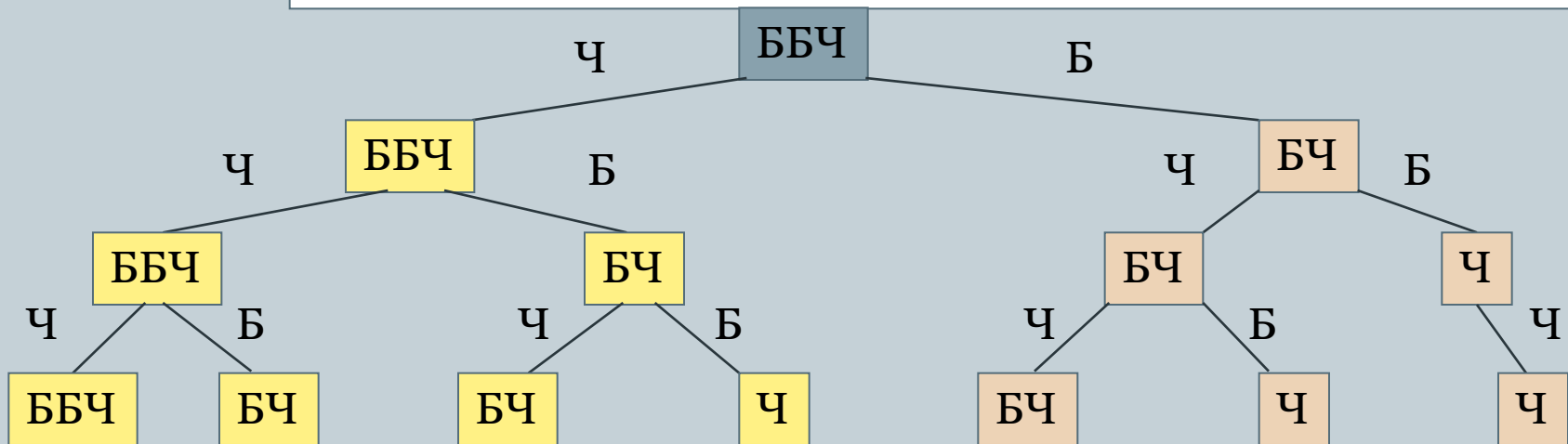
«Этот вечер свободный можно так провести...» (А. Кушнер):  
пойти прогуляться к реке, на площадь или в парк и потом пойти в гости к Вите или к Вике. А можно остаться дома, сначала посмотреть телевизор или почитать книжку, потом поиграть с братом или разобраться наконец у себя на столе. Нарисовать дерево возможных вариантов.



# Применение дерева возможных вариантов.

## Пример 4.

В закрытом ящике три неразличимых на ощупь шара: два белых и один чёрный. При вытаскивании чёрного шара, его возвращают обратно, а вытаскиваемый белый шар откладывают в сторону. Такую операцию производят 3 раза подряд. а) Нарисовать дерево возможных вариантов. б) В скольких случаях будут вытаскиваться шары одного цвета? в) В скольких случаях среди вытаскиваемых шаров белых будет больше?



На завтрак можно выбрать булочку, кекс, пряники или печенье.  
2. Правило умножения.  
Сколько вариантов завтрака есть?

х/б  
изд.

булочка



кекс



пряники



печенье



Для того, чтобы найти число всех возможных исходов (вариантов) независимого проведения двух испытаний А и В, надо перемножить число всех исходов испытания А на число всех исходов испытания В



кефир



кефир



кефир



кефир

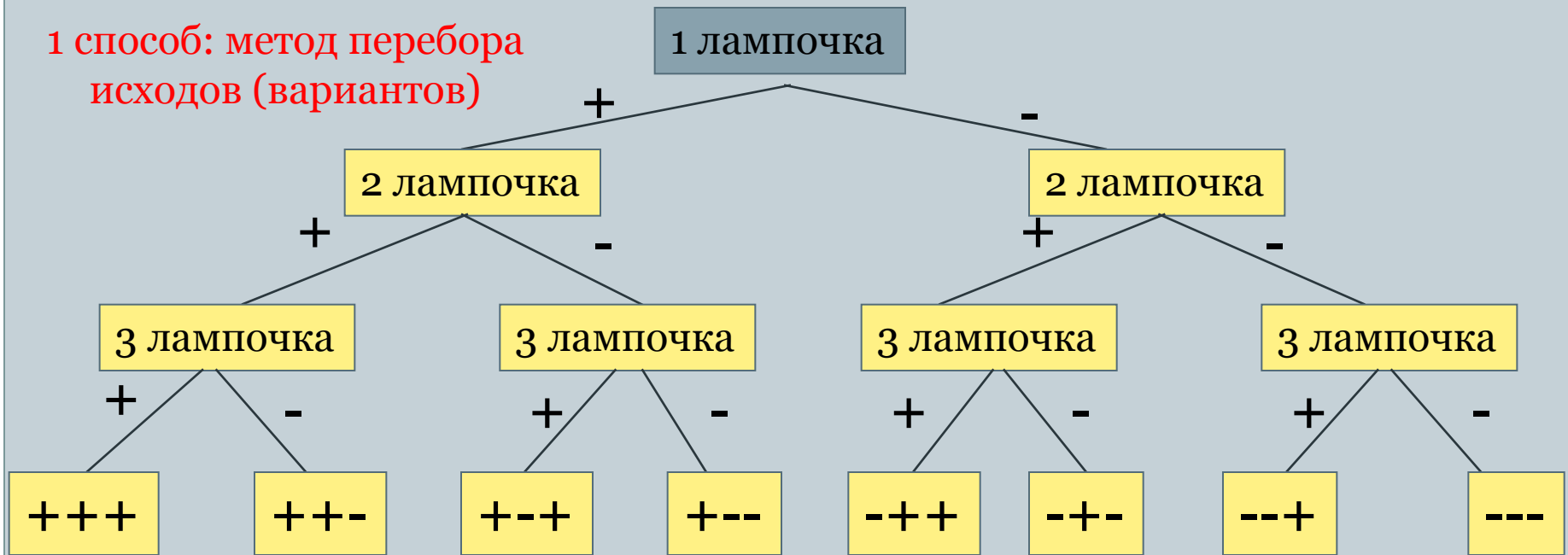
Испытание А имеет 3 варианта (исхода), а испытание В-4, всего вариантов независимых испытаний А и В  $3 \cdot 4 = 12$ .



# Решим задачу:

*В комнате 3 лампочки. Сколько имеется различных вариантов освещения комнаты, включая случай, когда все лампочки не горят.*

**1 способ: метод перебора исходов (вариантов)**



**2 способ: правило умножения.**

Испытание А- действие 1 лампочки, испытание В-действие 2 лампочки, испытание С-действие 3 лампочки.

У каждого испытания 2 исхода: «горит» и «не горит»

**Всего исходов:  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$**

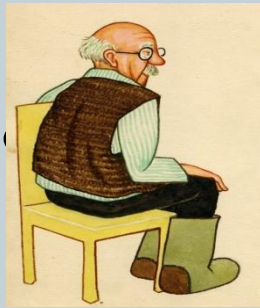
# Семейный ужин.

Пример 1.

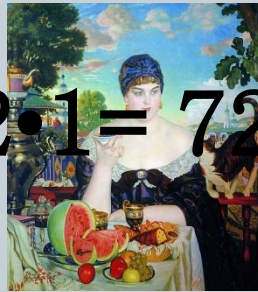
*В семье 6 человек, а за столом в кухне 6 стульев. Было решено каждый вечер перед ужином рассаживаться на эти 6 стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?*



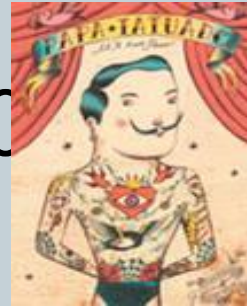
6



5



4



3



2



1

6

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

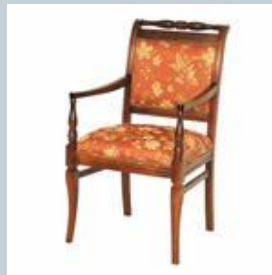
очти 2 года



№1



№2



№3



№4



№5



№6

# 3. «Эн факториал»-n!.



$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 72$$



## Определение.

Произведение подряд идущих первых  $n$  натуральных чисел обозначают  $n!$  и называют «эн факториал»:  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ .

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

$$7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$$



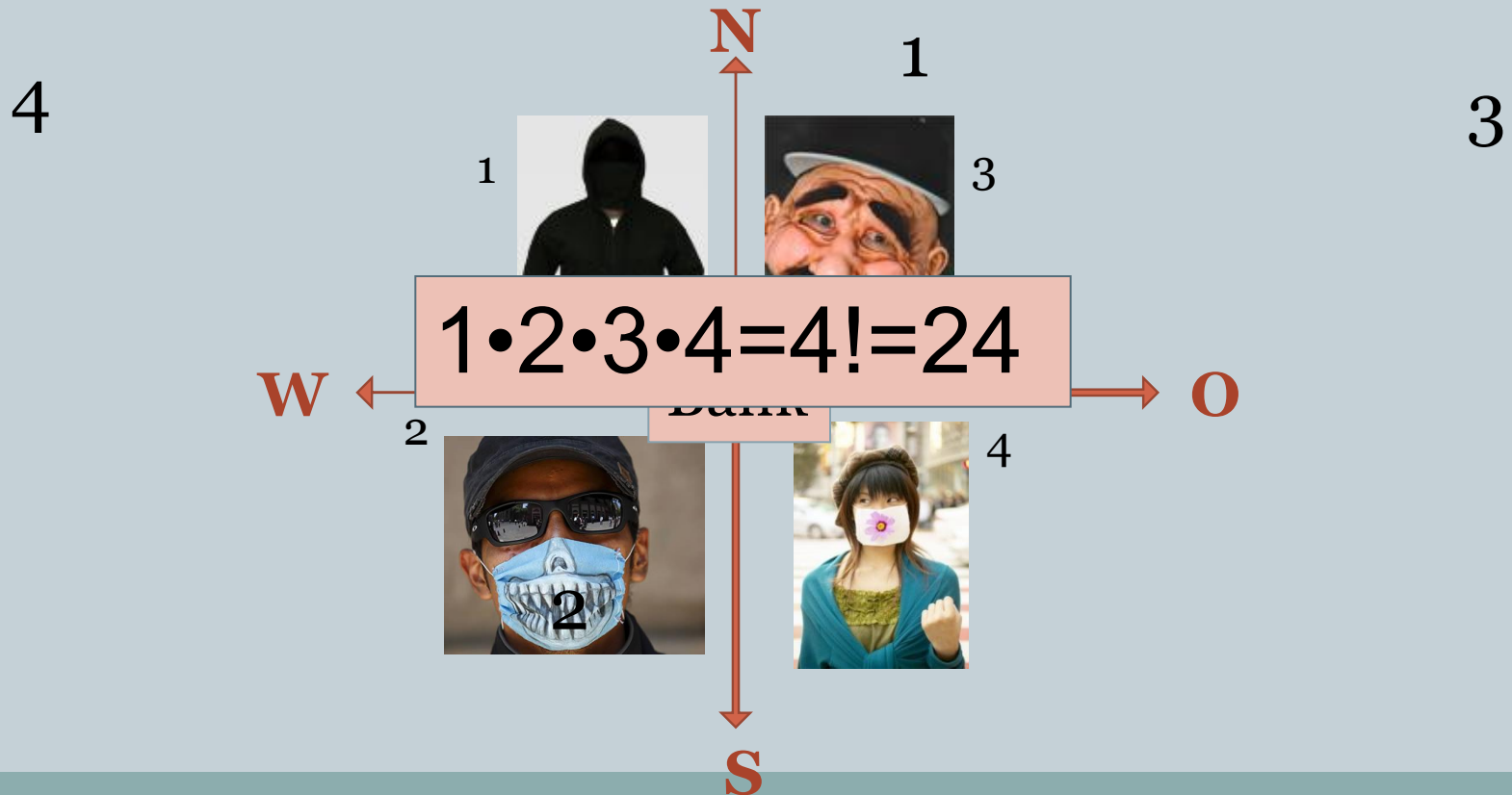
Удобная формула!!!

$$n! = (n-1)! \cdot n$$

# Их разыскивает полиция...

Пример 2.

Сколькими способами 4 вора могут по одному разбежаться на все 4 стороны.



# Расписание уроков.

## Пример 3.

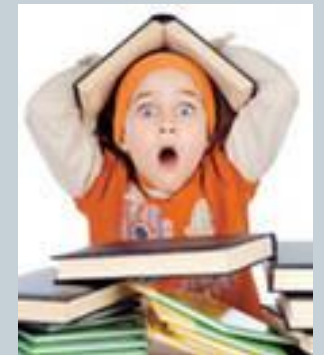
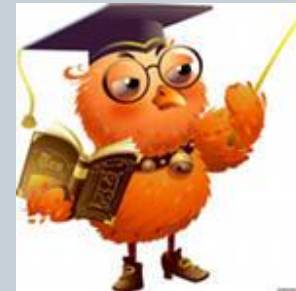
*В 9 классе в среду 7 уроков: алгебра, геометрия, литература, русский язык, английский язык, биология и физкультура. Сколько вариантов расписания можно составить?*

Расставляем предметы по порядку

Предмет	Число вариантов
Алгебра	7
Геометрия	6
Литература	5
Русский язык	4
Английский язык	3
Биология	2
Физкультура	1

Всего вариантов расписания

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 7! = 5040$$



# Перестановки и их число.



## Определение.

Перестановкой называется множество из  $n$  элементов, записанных в определённом порядке.

## Теорема о перестановках элементов конечного множества.



$n$  различных элементов можно расставить по одному на  $n$  различных мест ровно  $n!$  способами.

$$P_n = n!$$