

# Раздел 15

## Комплексный анализ собственных значений

# Раздел 15. Комплексный анализ собственных значений

● КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ....	15 - 3
● РЕШЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ СОБСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ – ТЕОРИЯ.....	15 - 4
● РЕШЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ СОБСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ В MSC.Nastran.....	15 - 5
● УПРАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЕМ ПРИ КОМПЛЕКСНОМ АНАЛИЗЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ.....	15 - 8
● ПРИМЕР №12 – КОМПЛЕКСНЫЙ СОБСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ.....	15 - 9
● ВХОДНОЙ ФАЙЛ ДЛЯ ПРИМЕРА №12.....	15 - 11
● РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ПРИМЕРА №12.....	15 - 12

# Комплексный анализ собственных значений

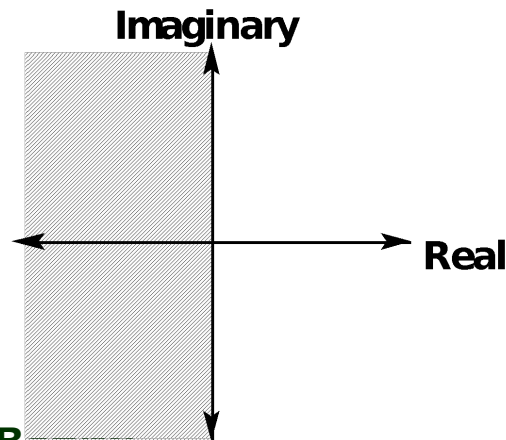
- Используется для исследования устойчивости динамических систем, включающих передаточные функции (включая сервомеханизмы и системы с вращением)
- Используется также для исследования собственных колебаний систем с демпфированием
- Матрицы масс и жесткости могут быть несимметричными и содержать комплексные коэффициенты.
- Дополнительная информация – в *MSC.Nastran Advanced Dynamics User's Guide*.

# Решение комплексной собственной задачи - теория

- Уравнение колебаний

$$[M p^2 + B p + K] \{u\} = \{0\}$$

- где  $p = \alpha + i\omega$
- $\alpha$  – действительная часть решения
- $\omega$  – мнимая часть решения
- При  $\alpha < 0$  динамическая система устойчива



- Коэффициент демпфирования

$$g \approx -2\alpha / |\omega| = 2\xi$$

# Решение комплексной собственной задачи в MSC.Nastran

- Матрица В аналогична используемой при анализе частотного отклика.
- При использовании прямого метода уравнения записываются с использованием матриц М, В и К размерности D-set (физические переменные плюс *внешние* переменные).
- При модальном методе решения используются матрицы М, В и К размерности H-set (модальные переменные плюс *внешние* переменные), при этом предварительно вычисляются моды без учета демпфирования для преобразования переменных D-set в H-set.
- Предусмотрено четыре метода решения: HESS, INV, DET и CLAN
- Метод HESS (“верхний” метод Гессенберга) “родственен” методу GIV. Этот метод предполагает несингулярную матрицу М и может быть весьма затратен при решении больших задач. Следовательно, за исключением небольших задач рекомендуется использование модальной *версии* этого метода.
- Метод HESS: решение уравнений в каноническом виде. Имеются два случая:
  - Системы с  $[B] = 0$
  - Системы с  $[B] \neq 0$

# Решение комплексной собственной задачи в MSC.Nastran

- При  $[B] = 0$  решается

$$[[\mathbf{A}] - \lambda[\mathbf{I}]]\{\phi\} = \mathbf{0}$$

- где  $[\mathbf{A}] = -[\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}]$ ,  $\lambda = p^2$

- При  $[B] \neq 0$  решается

$$[[\mathbf{A}] - p[\mathbf{I}]]\{\phi\} = \mathbf{0}$$

$$\text{where } \{\phi\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{Bmatrix} \quad [\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

- Комплексный метод INV близок методу INV для действительной задачи. Пользователь должен указать область поиска корней на комплексной плоскости. Этот метод подходит для решения больших задач, причем допускается сингулярность матрицы масс  $\mathbf{M}$ . Однако, этот метод более затратен в вычислительном плане по сравнению с методом HESS и менее надежен.
- Метод DET не рекомендуется ввиду его неудобности и неэффективности.

# Решение комплексной собственной задачи в MSC.Nastran

- ❑ Метод CLAN аналогичен “действительному методу Ланцоша” – гибрид последовательного метода и метода трансформации.
  - ❑ Метод поиска корней задается оператором EIGC в Bulk Data Section. В этом же операторе указывается область поиска корней. Оператор EIGC в Bulk Data Section инициируется оператором CMETHOD в Case Control Section.
  - ❑ Вычисление результатов методом модальных ускорений инициируется операторами PARAM,MODACC,0 и PARAM,DDRMM,-1
- Использование метода модальных ускорений не влияет на результаты отыскания корней, он используется только на этапе получения решения в физических координатах.

# Управление решением при комплексном анализе собственных значений

- Executive Control Section
- SOL

	Structured Solution
Direct	107
Modal	110

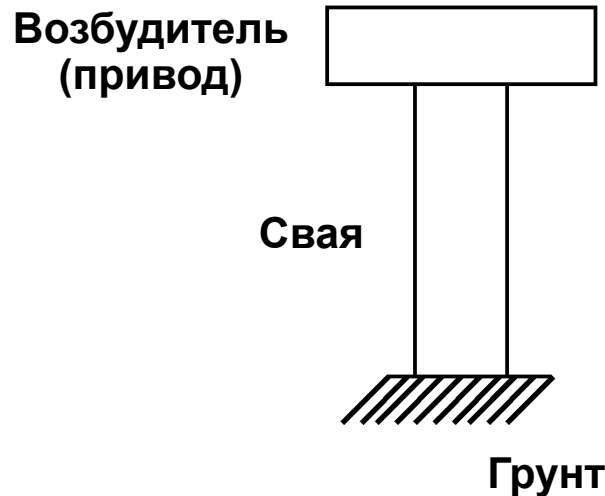
- Case Control Section
- CMETHOD(необходим при обоих методах)
- METHOD (необходим при модальном методе)
- Bulk Data Section
- EIGC (необходим при обоих методах)
- EIGR или EIGRL (необходим при модальном методе)



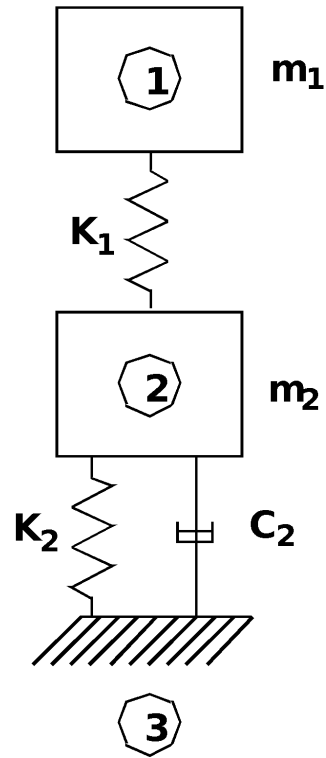
# Пример №12

## Комплексный собственный анализ

Вычислите комплексные моды копра для забивания свай



# Комплексный собственный анализ



$m_1$	3.0 lb-sec <sup>2</sup> /in
$m_2$	1.5 lb-sec <sup>2</sup> /in
$K_1$	50,000 lb/in
$K_2$	12,500 lb/in
$C_2$	30 lb-sec/in

# Входной файл для Примера №12

```
ID SEMINAR, PROB12
SOL 107
TIME 5
CEND
TITLE= TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
SUBTITLE= COMPLEX MODES
DISPLACEMENT= ALL $ DEFAULT= REAL, IMAGINARY
SPC= 100
CMETHOD= 99
$
BEGIN BULK
$
$ COMPLEX EIGENVALUE EXTRACTION PARAMETERS
$
EIGC, 99, HESS, , , , 4
$
$ DEFINE GRIDS, MASSES, AND STIFFNESSES
$ GRID 1 = EXCITER (X=2, MASS=3) 50K STIFFNESS BETWEEN GRIDS 1 AND 2
$ GRID 2 = PILE (X=1, MASS=3) 12.5K STIFFNESS BETWEEN GRIDS 2 AND 3
$ GRID 3 = BASE (X=0, FIX BASE)
$
GRID, 1, , 2., 0., 0.
GRID, 2, , 1., 0., 0.
GRID, 3, , 0., 0., 0.
GRDSET, , , , , , 23456
CELAS2, 1, 50000., 1, 1, 2, 1
CELAS2, 2, 12500., 2, 1, 3, 1
CONM2, 201, 1, , 3.0
CONM2, 202, 2, , 1.5
SPC, 100, 3, 1
$
$ DEFINE DAMPER OF 30 BETWEEN GRIDS 2 AND 3
$
CVISC, 101, 1, 2, 3
PVISC, 1, 30.
$
ENDDATA
```

# Результаты решения Примера №12

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)  
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 6

## COMPLEX EIGENVALUE SUMMARY

ROOT NO.	EXTRACTION ORDER	EIGENVALUE (REAL)	EIGENVALUE (IMAG)	FREQUENCY (CYCLES)	DAMPING COEFFICIENT
1	2	-2.660969E+00	-4.983521E+01	7.931520E+00	1.067907E-01
2	1	-2.660969E+00	4.983521E+01	7.931520E+00	1.067907E-01
3	4	-7.339031E+00	-2.360312E+02	3.756553E+01	6.218695E-02
4	3	-7.339031E+00	2.360312E+02	3.756553E+01	6.218695E-02

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)  
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 7

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)  
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 8

COMPLEX EIGENVALUE = -2.660969E+00, -4.983521E+01

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 1  
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	G	8.514119E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		1.591320E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)  
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 9

COMPLEX EIGENVALUE = -2.660969E+00, 4.983521E+01

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 2  
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	G	8.514119E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		-1.591320E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

# Результаты решения Примера №12

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891) NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 10  
COMPLEX MODES

0 COMPLEX EIGENVALUE = -7.339031E+00, -2.360312E+02

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 3  
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
0 1	G	-4.241094E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		-3.768431E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 2	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891) NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 11  
COMPLEX MODES

0 COMPLEX EIGENVALUE = -7.339031E+00, 2.360312E+02

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 4  
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
0 1	G	-4.241094E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		3.768431E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 2	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

**NAS102**

**Декабрь 2001, Стр. 15-14**  
**MSC Moscow**

