Компьютерная генерация трехсвязных регулярных планарных графов без Гамильтонового контура

Computer generation of 3-connected regular plane graphs without Hamiltonian cycles

- **Докладчики:**

  Студенты группы ИИ-11

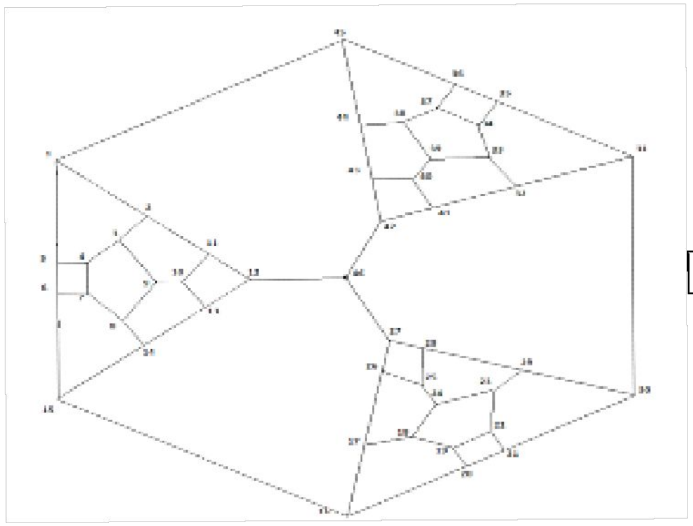
  Сосновский М.С

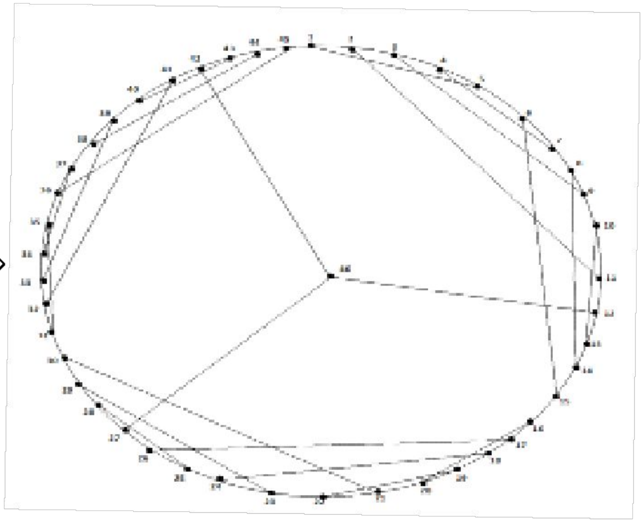
  Цибиков ……

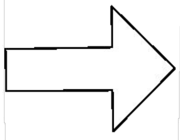
История вопроса 1

Ф.Харари → Тейта → каждый трехсвязный плоский граф содержит остовный простой цикл или ГК → справедливость гипотезы 4-х красок.

В дальнейшем Татт показал, что это неверно, т.е. указал трехсвязный, плоский граф с 46 вершинами, который не является гамильтоновым



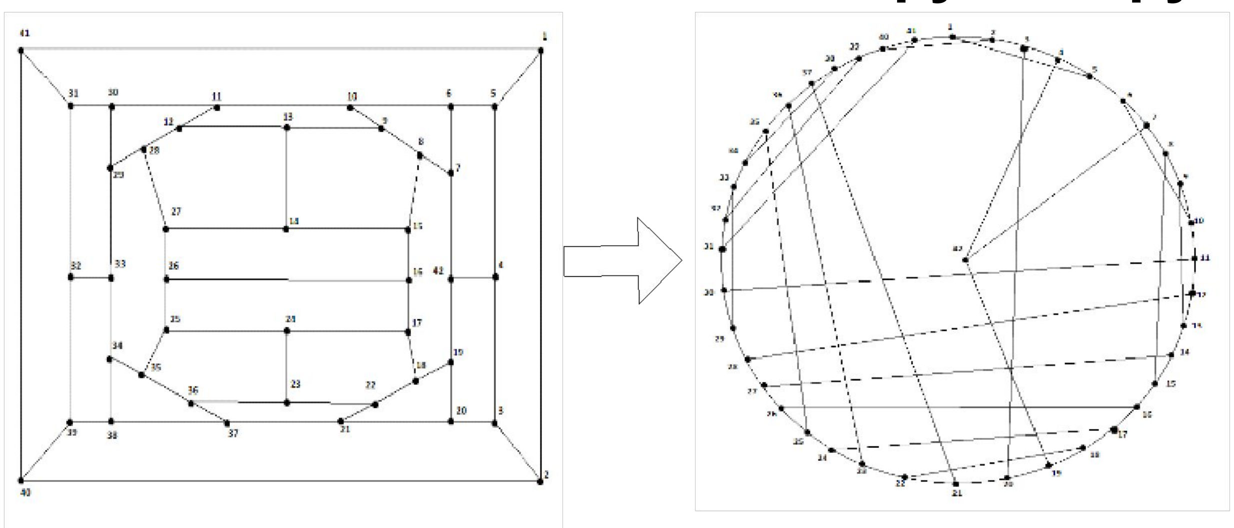




История вопроса 1

Позднее был найден однородный кубический, трехсвязный, плоский граф с 42 вершинами [2].

В монографии Грюнбаума [3] приведен наименьший известный в настоящее время трехсвязный плоский граф с 38 вершинами, не имеющий ГК, который был открыт сразу тремя исследователями независимо друг от друга.



Постановка задачи

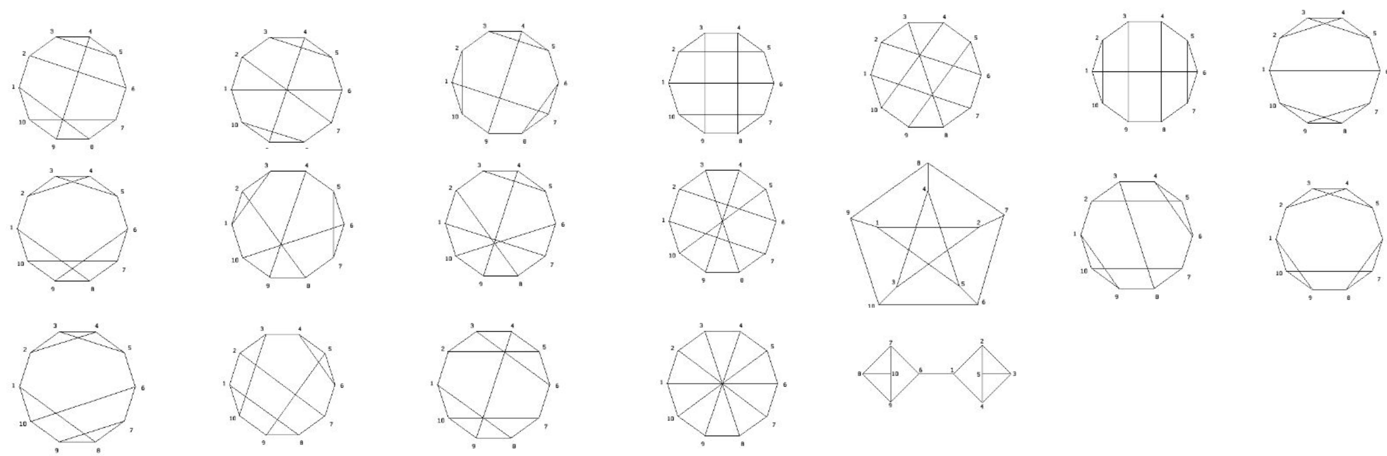
- Следует предположить, что таких графов среди однородных степени 3 (K_n^3) много. Как много и как их искать? А также поиску нового рекорда посвящена данная работа.
- До настоящего времени все найденные графы представляли ручную работу отдельных исследователей. В настоящей работе изготавливается невод, которым будет просеяно все или почти все множество однородных графов и, надеемся, будут найдены требуемые объекты. Попробуем определиться, как глубоко озеро в которое нам необходимо будет закидывать наш невод.

История вопроса 2

Перечисление однородных графов

- Однородные графы используются в проектировании вычислительных сетей, когда каждый компьютер сети соединен с равным числом компьютеров. Также используются в исследовании однородных вычислительных сред, в теле коммуникации и т.д.
- Впервые полный набор из 19 графов K_{10}^{3}, куда входит известный граф Петерсена был перечислен в 1900 году.

История вопроса 2



Дальнейшие перечисления K^{3}_{12}, K^{3}_{14}… были затруднены ростом числа таких графов.

Длительности генерации регулярных графов по М. Менергеру

n	k	Graphs	Candidates	Cand./Graph	CPU-time
4	3	1	1	1.00	0.0s
6	3	2	2	1.00	0.0s
8	3	5	10	2.00	0.0s
10	3	19	37	1.95	0.0s
12	3	85	214	2.52	0.0s
14	3	509	1406	2.76	0.1s
16	3	4060	10432	2.57	1.0s
18	3	41301	96279	2.33	10.8s
20	3	510489	1079585	2.11	2min19s
22	3	7319447	14341762	1.96	34min44s
24	3	117940535	217873241	1.85	9h 43min

Варианты решения

Алгоритм 1

- Решаем диофантовы уравнения вида
  $\mathbf{У_1 * Г_1 + У_2 * Г_2 + \ldots + У_n * Г_n = 2 * Р}$
  где **$У_i$** – количество углов грани, **$Г_i$** – количество граней, **Р** - количество ребер
- Из полученных мы выбираем те в которых выполняется теорема Гринберга
- Выбираем набор граней без ГК и начинаем соединять грани между собой пока не получим, то что все рёбра граней соединены
- Проверяем граф на наличие в нём двух подграфов и тем самым проверяем граф на планарность.