

# Логические операции и таблицы истинности

Учитель информатики  
Поборцева Елена Валентиновна

# КОНЪЮНКЦИЯ

- ▶  $F = A \& B.$
- ▶ Логическое умножение
- ▶ **КОНЪЮНКЦИЯ** - это новое сложное выражение будет истинным только тогда, когда истинны оба исходных простых выражения.
- ▶ Конъюнкция определяет соединение двух логических выражений с помощью союза **И**.

A	B	F
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

# Примеры:

- ▶ 10 делится на 2 и 5 больше 3
- ▶ 10 не делится на 2 и 5 больше 3
- ▶ 10 делится на 2 и 5 не больше 3
- ▶ 10 не делится на 2 и 5 не больше 3

▶  $F = A \& B$

- ▶ **Задание:** Определить, чему будет равно значение  $F$  для каждого выражения.

# ДИЗЪЮНКЦИЯ

- ▶  $F = A + B$
- ▶ **Логическое сложение – ДИЗЪЮНКЦИЯ** - это новое сложное выражение будет истинным тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из исходных (простых) выражений.
- ▶ Дизъюнкция определяет соединение двух логических выражений с помощью союза **ИЛИ**

A	B	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

# Примеры:

- ▶ 10 делится на 2 или 5 больше 3
- ▶ 10 не делится на 2 или 5 больше 3
- ▶ 10 делится на 2 или 5 не больше 3
- ▶ 10 не делится на 2 или 5 не больше 3

$$F = A \vee B$$

- ▶ **Задание:** Определить, чему будет равно значение  $F$  для каждого выражения.

# ИНВЕРСИЯ

- ▶ **Логическое отрицание :**  
**ИНВЕРСИЯ** - если исходное выражение истинно, то результат отрицания будет ложным, и наоборот, если исходное выражение ложно, то результат отрицания будет истинным/
- ▶ Данная операция означает, что к исходному логическому выражению добавляется частица **НЕ** или слова **НЕВЕРНО, ЧТО**

A	$F = \bar{A}$
1	0
0	1

▶ **Пример:**

▶ Луна — спутник Земли (**A**).

▶ Луна — не спутник Земли (**не A**)

$$F = \bar{A}$$

# Логическое следование (импликация)

- ▶ Логическое следование (Импликация) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «если... то...».
- ▶ Импликация записывается как *посылка*  $\square$  *следствие*; (остриё всегда указывает на следствие).
- ▶  $F = A \square B$ , составное высказывание, образованное с помощью операции: **логическое следование (импликация)**
- ▶ **Суждение**, выражаемое импликацией, выражается также следующими способами:
  - ▶ 1. Посылка является **условием**, достаточным для выполнения следствия;
  - ▶ 2. Следствие является условием, необходимым для истинности посылки.



# "Житейский" смысл импликации.

- ▶ Для более лёгкого понимания смысла импликации и запоминания ее таблицы истинности может пригодиться житейская модель:
- ▶ А — начальник. Он может приказать "работай" (1) или сказать "делай что хочешь" (0).
- ▶ В — подчиненный. Он может работать (1) или бездельничать (0).
- ▶ В таком случае импликация — не что иное, как послушание подчиненного начальнику.
- ▶ По таблице истинности легко проверить, что послушания нет только тогда, когда начальник приказывает работать, а подчиненный бездельничает.

# ИМПЛИКАЦИЯ

- ▶ **Логическое следствие: ИМПЛИКАЦИЯ** - связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием (А), а второе (В) – следствием из этого условия.
- ▶ Результатом ИМПЛИКАЦИИ является ЛОЖЬ только тогда, когда условие А истинно, а следствие В ложно.
- ▶ Обозначается  $A \square B$  символом "следовательно" и
- ▶ выражается словами **ЕСЛИ ... , ТО ...**

A	B	F
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

# Примеры:

- ▶ Если данный четырёхугольник квадрат, то около него можно описать окружность
- ▶ Если данный четырёхугольник не квадрат, то около него можно описать окружность
- ▶ Если данный четырёхугольник квадрат, то около него нельзя описать окружность
- ▶ Если данный четырёхугольник не квадрат, то около него нельзя описать окружность
- ▶  $A \square B$
- ▶ **Задание:** Определить, чему будет равно значение  $F$  для каждого выражения.

# Порядок выполнения логических операций

- ▶ 1. инверсия
- ▶ 2. конъюнкция
- ▶ 3. дизъюнкция
- ▶ 4. импликация
  
- ▶ Для изменения указанного порядка выполнения операций используются скобки.

# Пример задания 1:

- ▶ Символом  $F$  обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов:  $X, Y, Z$ .
- ▶ Дан фрагмент таблицы истинности выражения  $F$ :

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

▶ *Какое выражение соответствует  $F$ ?*

- 1)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$     2)  $X \wedge Y \wedge Z$     3)  $X \vee Y \vee Z$     4)  $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$

# Решение :

- ▶ нужно для каждой строчки подставить заданные значения  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  во все функции, заданные в ответах, и сравнить результаты с соответствующими значениями  $F$  для этих данных
- ▶ если для какой-нибудь комбинации  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  результат не совпадает с соответствующим значением  $F$ , оставшиеся строчки можно не рассматривать, поскольку для правильного ответа все три результата должны совпасть со значениями функции  $F$

- ▶ первое выражение, равно 1 только при  $X=Y=Z=0$ , поэтому это неверный ответ (первая строка таблицы не подходит)
- ▶ второе выражение, равно 1 только при  $X=Y=Z=1$ , поэтому это неверный ответ (первая и вторая строки таблицы не подходят)
- ▶ третье выражение, равно нулю при  $X=Y=Z=0$ , поэтому это неверный ответ (вторая строка таблицы не подходит)
- ▶ наконец, четвертое выражение, равно нулю только тогда, когда  $X=Y=Z=1$ , а в остальных случаях равно 1, что совпадает с приведенной частью таблицы истинности
- ▶ таким образом, правильный **ответ – 4**

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

1)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$     2)  $X \wedge Y \wedge Z$     3)  $X \vee Y \vee Z$     4)  $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$

# Пример задания 2:

- ▶ Символом  $F$  обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов:  $X, Y, Z$ .
- ▶ Дан фрагмент таблицы истинности выражения  $F$ :

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	0
1	1	1	0

Какое выражение соответствует  $F$ ?

- 1)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$     2)  $X \wedge Y \wedge Z$     3)  $X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$     4)  $X \vee \neg Y \vee \neg Z$



# Решение :

- ▶ В столбце F есть единственная единица для комбинации  $X=1, Y=Z=0$ , простейшая функция, истинная (только) для этого случая, имеет вид , она есть среди приведенных ответов (ответ 3)
- ▶ таким образом, правильный ответ – 3.

# Пример задания 3:

- ▶ Дан фрагмент таблицы истинности выражения F (см. таблицу справа).
- ▶ Какое выражение соответствует F?

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1

1)  $(X \vee \neg Y) \rightarrow Z$    2)  $(X \vee Y) \rightarrow \neg Z$    3)  $X \vee (\neg Y \rightarrow Z)$    4)  $X \vee Y \wedge \neg Z$

# Ответ к заданию 3:

- ▶ Найди правильный ответ:
- ▶ 1, 2, 3, 4