

Логические основы построения компьютера.

Выполнила :ученица 11 б класса

Гинкель Регина

Учитель: Скульбеда Н.И.

Цель.

- 1. Познакомить учащихся с логическими основами компьютера.**
- 2. Ввести понятия логических выражений.**
- 3. Научить строить таблицы для логических функций.**



Содержание.

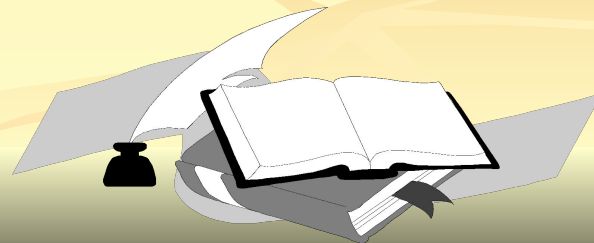
1. Историческая справка.
2. Булева алгебра.
3. Логические выражения.
 - 3.1 Логическое отрицание.
 - 3.2 Логическое сложение.
 - 3.3 Логическое умножение.
 - 3.4 Логическое следование.
 - 3.5 Эквивалентность.
4. Построение таблиц.
5. Основные законы логики.



Историческая справка.

Немецкий ученый Лейбниц первым (в 1666 году) попытался перевести законы мышления (формальную логику) из словесного царства, полного неопределенностей, в царство математики, где отношения между объектами или высказываниями определяются в виде математических соотношений.

Спустя более ста лет, в 1816 году, уже после смерти Лейбница среди ученых шел разговор о создании логического универсального языка, подчиняющегося строгим математическим законам. В 1847 году Буль написал важную статью на тему «Математический анализ логики», а в 1854 году развил свои идеи в работе «Исследование законов мышления».



Буль изобрёл своеобразную алгебру – систему обозначений и правил, применимую ко всевозможным объектам, от чисел и букв до предложений. Его именем она теперь и называется: алгебра Буля, или булева алгебра.



Булева алгебра.

Булева алгебра состоит из компонентов:

- Логические объекты (выражения)
- Операции над логическими объектами
- Аксиомы и теоремы, регламентирующие эти операции



Логические выражения

1. Логические
утверждения

2. Предикаты.



1. **Логические утверждения** – это конкретные частные утверждения, заведомо истинные или ложные, иначе говоря, это логические константы.

Например: $2*2 = 4$ (истина)

Волга впадает в Чёрное море. (ложь)



2. **Предикаты** – это логические высказывания, значения которых могут меняться в зависимости от входящих в них переменных величин, иначе говоря, это логические переменные.

Например: $A + B > C$ (принимают значения Истина или Ложь в зависимости от значений A, B, C)



Логическое отрицание.

Логическое отрицание или **Инверсия**, определяется над одним аргументом (простым или сложным логическим выражением) следующим образом: если исходное выражение истинно, то результат его отрицания будет ложным, и наоборот.

Операция означает, что к исходному логическому выражению добавляют частицу **НЕ** или слова **НЕВЕРНО, ЧТО**. Обозначается значком \neg

A	$\neg A$
0	1
1	0

Логическое сложение.

Логическое сложение или **Дизъюнкция**, определяет логическое соединение двух логических выражений (высказываний) с помощью союза **ИЛИ**. Обозначается значком \vee

Сложное логическое выражение будет истинным тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из исходных (простых) логических выражений.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



запомни знак!

Пример: для сдачи экзамена необходимы знания **или** везение.



Логическое умножение.

Логическое умножение или **Конъюнкция**, определяет соединение двух логических выражений (высказываний) с помощью союза **И**. Обозначается значком **&** или **∧**.

Эта операция ставит в соответствие двум простым логическим выражениям новое- сложное, которое будет истинным тогда и только тогда, когда истинны оба исходных (простых) логических выражения.

A	B	A ∧ B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Запомни знак!

Пример: *Учитель должен быть умным и терпеливым (только одновременное наличие двух качеств, ума и терпения, делает выражение истинным).*



Логическое следование.


Логическое следование или **Импликация**.

Эта операция связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием, а второе- следствием из этого условия. Выражается словами **ЕСЛИ..., ТО...**

Обозначается значком 

Результатом импликации является ложь тогда и только тогда, когда (А) истинно, а следствие (В) ложно.


Например: Если выучишь материал, то сдашь зачет (высказывание ложно только тогда, когда материал выучен, а зачет не сдан, ведь сдать зачет можно и случайно, например если попался единственный знакомый вопрос или удалось воспользоваться шпаргалкой.

А	В	А  В
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Эквивалентность.

Эквивалентность или Равнозначность.

Определяет результат сравнения двух простых логических выражений **A** и **B**, обозначается значком 

Результат – новое логическое выражение, которое является истинным тогда и только тогда, когда оба исходных выражения одновременно истинны или ложны.

A	B	A ↔ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример: *Когда в зимний день светит солнце и «кусает» мороз, это значит, что атмосферное давление высокое.*



Порядок выполнения логических операций.

1. Инверсия - \neg
2. Конъюнкция - $\&$ или \wedge
3. Дизъюнкция - \vee
4. Импликация - \rightarrow
5. Эквивалентность - \leftrightarrow

Для изменения указанного порядка выполнения логических операций используются круглые скобки.

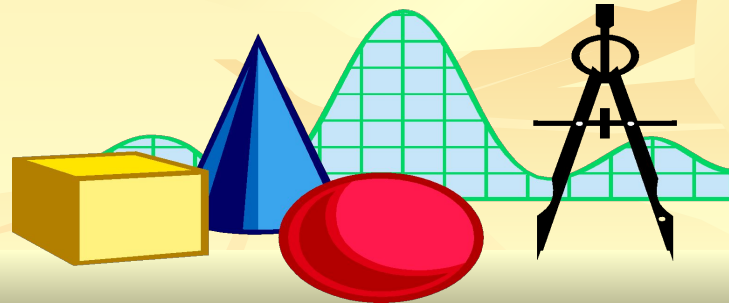
Например: $D = \neg (A \vee B \wedge C)$

Построение таблиц.

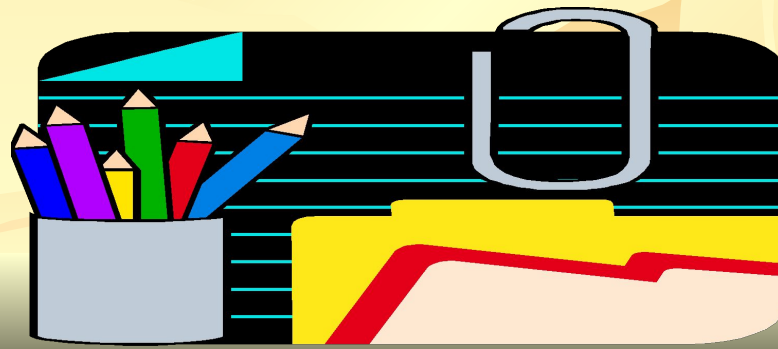
Рассмотрим пример построения таблицы истинности для следующего сложного (составного) логического выражения.

$$D = \neg A \wedge (B \vee C)$$

Сначала нужно установить число строк и столбцов такой таблицы, то есть спланировать форму таблицы. При определении числа строк необходимо некоторым образом перебрать все возможные сочетания логических значений 0 и 1 исходных выражений A, B и C, из которых формируется заданное сложное логическое выражение.



При добавлении третьего аргумента сначала запишем первые 4 строки таблицы, сочетания их со значением третьего аргумента, равным 0, а затем ещё раз запишем эти же 4 строки, но теперь уже со значением третьего аргумента, равным 1. В результате в таблице для трех аргументов окажется 8 строк (+ девятая строка – шапка таблицы), и при таком подходе легко проверить, что мы действительно не повторили и не пропустили ни одного возможного сочетания логических значений аргументов – исходных выражений **A, B, C**



Существует закономерность:

для любого числа N аргументов сложного логического выражения таблица истинности содержит 2^n строк, а также строку заголовка (шапка таблицы).

Количество столбцов таблицы истинности для её построения выбирают равным M . Эти столбцы соответствуют значениям исходных выражений A , B , C , промежуточных результатов $\neg A$, $(B \vee C)$, а также искомого окончательного результата-значения сложного арифметического выражения

$$\neg A \wedge (B \vee C)$$

Построим таблицу сложного логического выражения.

A	B	C	$\neg A$	$B \vee C$	$\neg A \wedge (B \vee C)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

Основные законы логики.

1. Отсутствие степеней и коэффициентов
(идемпотентность): $A \wedge A = A$; $A \vee A = A$
2. Двойное отрицание (инволюция): $\neg(\neg A) = A$
3. Закон исключения третьего: $A \vee \neg A = 1$ (всегда истина)
4. Закон противоречия: $A \wedge \neg A = 0$ (всегда ложь)
5. Независимость от перестановки мест
(коммутативность): $A \vee B = B \vee A$; $A \wedge B = B \wedge A$
6. Независимость от порядка выполнения
однотипных действий (ассоциативность):
 $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$; $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$.

7. Дистрибутивность (распределение):

Умножения-

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C) \quad \text{и наоборот:}$$

$$(A \wedge B) \vee (B \wedge C) = B \wedge (A \vee C).$$

Сложения- $A \vee B \wedge C = (A \vee B) \wedge (A \vee C).$

8. Законы де Моргана:

а) Отрицание одновременной истинности: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

б) Отрицание вариантов: $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

а) Отрицание одновременной истинности: $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

A	B	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A \vee \neg B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

б) Отрицание вариантов: $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

A	B	$\neg(A \vee B)$	$\neg A \wedge \neg B$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

Используемая литература.

- 1.Макарова Н.В. /методическое пособие для учителей.
- 2.Макарова Н.В. /практикум по информационным технологиям.

