

# **Логика. Решение экзаменационных задач.**

Автор: учитель информатики и ИКТ  
МБОУ «СОШ №9» г. Энгельса  
Ивачева Мария Александровна

# Немного теории...

- **Алгебра логики** – это раздел математики, изучающий высказывания со стороны их логических значений истинности или ложности.
- **Высказывание** – это повествовательное предложение, относительно которого можно сказать истинно оно или ложно.
- **Пример:**
  - Москва – это столица России
  - Сейчас идет снег
  - Растения не выделяют кислород

# Логические операции

## 1) Операция отрицания

$$\text{НЕ } A, \overline{A}, \neg A$$

A	не A
0	1
1	0

## 2) Логическое умножение (конъюнкция)

A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$A \text{ И } B, A \wedge B, A \& B$$

## 3) Логическое сложение (дизъюнкция)

A	B	A или B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$A \text{ ИЛИ } B, A \vee B, A | B$$

# Логические операции

## 4) Импликация (следование)

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

## 5) Эквивалентность

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## 6) Исключающее ИЛИ

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Законы алгебры логики

Конъюнкция	Дизъюнкция	Инверсия
$A \wedge \bar{A} = 0$ $A \wedge A = A$ $A \wedge 1 = A$ $A \wedge 0 = 0$	$A \vee \bar{A} = 1$ $A \vee A = A$ $A \vee 1 = 1$ $A \vee 0 = A$	$\overline{\overline{A}} = A$
Переместительный закон	Сочетательный закон	Распределительный закон
$A \vee B = B \vee A$ $A \wedge B = B \wedge A$	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$ $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$	$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ $(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$
Закон инверсии	Формулы склеивания	Формулы поглощения
$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$ $\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$	$(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge B) = B$ $(A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee B) = B$	$A \vee (A \wedge B) = A$ $A \wedge (A \vee B) = A$ $A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$ $A \wedge (A \vee \bar{B}) = A$
$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$	$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$	

# Решение задач

# Задача №1

Для какого числа  $X$  истинно высказывание:

$$((x < 4) \rightarrow (x < 3)) \wedge ((x < 3) \rightarrow (x < 1))$$

1)1 2)2 3)3 4)4

**Решение:**

Подставляем в выражение предложенные варианты ответа и определяем, истинно выражение или ложно:

$$1) x=1: ((1 < 4) \rightarrow (1 < 3)) \wedge ((1 < 3) \rightarrow (1 < 1)) = (1 \rightarrow 1) \wedge (1 \rightarrow 0)$$

Сначала вычислим выражение в скобках:

$$(1 \rightarrow 1) \wedge (1 \rightarrow 0) = 1 \wedge 0 = 0 \quad (\text{не подходит})$$

Аналогично подставляем другие варианты ответа, вычисляем:

$$2) x=2: ((2 < 4) \rightarrow (2 < 3)) \wedge ((2 < 3) \rightarrow (2 < 1)) = (1 \rightarrow 1) \wedge (1 \rightarrow 0) = 1 \wedge 0 = 0 \quad (\text{не подходит})$$

$$3) x=3: ((3 < 4) \rightarrow (3 < 3)) \wedge ((3 < 3) \rightarrow (3 < 1)) = (1 \rightarrow 0) \wedge (0 \rightarrow 0) = 0 \wedge 1 = 0 \quad (\text{не подходит})$$

$$4) x=4: ((4 < 4) \rightarrow (4 < 3)) \wedge ((4 < 3) \rightarrow (4 < 1)) = (0 \rightarrow 0) \wedge (0 \rightarrow 0) = 1 \wedge 1 = 1 \quad (\text{подходит})$$

**Ответ: 4.**

# Задача №2

Для какого имени ложно высказывание:

(первая буква гласная  $\wedge$  последняя буква согласная)  $\rightarrow$   $\neg$   
(третья буква согласная)?

- 1) Дмитрий 2) Антон 3) Екатерина 4) Анатолий

**Решение:**

Подставляем в выражение предложенные варианты ответа и определяем, истинно выражение или ложно:

- 1) Дмитрий:  $(0 \wedge 1) \rightarrow \neg(0) = 0 \rightarrow 1 = 1$  (не подходит)  
2) Антон:  $(1 \wedge 1) \rightarrow \neg(1) = 1 \rightarrow 0 = 0$  (подходит)  
3) Екатерина:  $(1 \wedge 0) \rightarrow \neg(0) = 0 \rightarrow 1 = 1$  (не подходит)  
4) Анатолий:  $(1 \wedge 1) \rightarrow \neg(0) = 1 \rightarrow 1 = 1$  (не подходит)

**Ответ: 2.**



# Задача №3

Построить таблицу истинности для следующей функции:

$$F(X,Y,Z)=(x \rightarrow y) \cdot z + \neg y$$

Решение:

1) Нарисуем таблицу на  $K$  строк, где  $K=2^n$ ,  $n$  - количество высказываний в функции

$N=3$ ,  $k=8$  строк

2) Запишем в таблице все варианты  $X, Y, Z$  и вычисляем выражение

по

действиям:

X	Y	Z	$\neg Y$	$X \rightarrow Y$	$(X \rightarrow Y) \cdot Z$	$F(X, Y, Z)$
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1

# Задача №4

Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от 3-х аргументов X,Y,Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F. Какое выражение соответствует F?

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	1	1
0	1	1	0

$$1) \bar{X} \wedge \bar{Y} \wedge Z \quad 2) X \wedge Y \wedge \bar{Z} \quad 3) \bar{X} \vee \bar{Y} \vee Z \quad 4) X \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}$$

**Решение:**

Подставляем значения X,Y,Z из таблицы в предложенные варианты ответа, сравниваем со значением F(X,Y,Z):

$$1) F(X, Y, Z) = \bar{X} \wedge \bar{Y} \wedge Z$$

$$\bar{1} \wedge \bar{0} \wedge 0 = 0 \wedge 1 \wedge 0 = 0$$

$$\bar{0} \wedge \bar{0} \wedge 1 = 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1$$

$$\bar{0} \wedge \bar{1} \wedge 1 = 1 \wedge 0 \wedge 1 = 0$$

$$2) F(X, Y, Z) = X \wedge Y \wedge \bar{Z}$$

$$1 \wedge 0 \wedge \bar{0} = 1 \wedge 0 \wedge 1 = 0$$

$$0 \wedge 0 \wedge \bar{1} = 0 \wedge 0 \wedge 0 = 0$$

$$0 \wedge 1 \wedge \bar{1} = 0 \wedge 1 \wedge 0 = 0$$

$$3) F(X, Y, Z) = \bar{X} \vee \bar{Y} \vee Z$$

$$\bar{1} \vee \bar{0} \vee 0 = 0 \vee 1 \vee 0 = 1$$

$$\bar{0} \vee \bar{0} \vee 1 = 1 \vee 1 \vee 1 = 1$$

$$\bar{0} \vee \bar{1} \vee 1 = 1 \vee 0 \vee 1 = 1$$

$$4) F(X, Y, Z) = X \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}$$

$$1 \vee \bar{0} \vee \bar{0} = 1 \vee 1 \vee 1 = 1$$

$$0 \vee \bar{0} \vee \bar{1} = 0 \vee 1 \vee 0 = 1$$

$$0 \vee \bar{1} \vee \bar{1} = 0 \vee 0 \vee 0 = 0$$

**Ответ: 4**

# Задача №5

Какое логическое выражение равносильно выражению:

$$\neg(A \wedge B) \wedge \neg C$$

1)  $\neg A \vee B \vee \neg C$

2)  $(\neg A \vee \neg B) \wedge \neg C$

3)  $(\neg A \vee \neg B) \wedge C$

4)  $\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$

**Решение:** применим отрицание к выражению в скобках в соответствии с законом инверсии:

$$\neg(A \wedge B) \wedge \neg C = (\neg A \vee \neg B) \wedge \neg C$$

**Ответ: 2.**

# Задача №6

Каково наименьшее натуральное число  $X$ , при котором истинно высказывание

$$(x \cdot (x - 1) < 99) \rightarrow ((x - 1) \cdot (x - 1) > 80)$$

**Решение:** Импликация ложна, когда первое выражение истинно, а второе ложно (см. таблицы истинности). Во всех остальных случаях импликация истинна. Первое выражение ложно для всех натуральных  $x > 10$  и истинно для всех натуральных  $x < 11$ . Второе выражение истинно для всех натуральных  $x > 9$  и ложно для всех натуральных  $x < 10$ . Следовательно, данная импликация истинна для всех натуральных  $x > 9$ . Наименьшее число, соответствующее этому условию  $x = 10$ .

**Ответ: 10.**

# Задача №7

Найдите все тройки значения  $L, M, N$ , при которых указанное выражение принимает ложное значение.

$$L \rightarrow (M \vee N \vee L)$$

**Решение:**

Из таблицы истинности импликации получаем, что  $L=0$ , а

$$(M \vee N \vee L) = 1$$

Подставляем полученное значение  $L$  в выражение в скобках:

$$M \vee N \vee L = M \vee N \vee 0 = M \vee N \vee 1 = 1$$

Из таблицы истинности дизъюнкции следует,

что выражение  $M \vee N$  истинно тогда и только тогда, когда  $(M=1, N=0)$  или  $(M=0, N=1)$  или  $(M=1, N=1)$ . Поскольку  $L=0$ , ответом будут все тройки  $(L=0, M=1, N=0)$ ,  $(L=0, M=0, N=1)$ ,  $(L=0, M=1, N=1)$ .

**Ответ:**  $(L=0, M=1, N=0)$ ,  $(L=0, M=0, N=1)$ ,  $(L=0, M=1, N=1)$ .

# Задача №8

**В таблице приведены запросы к поисковому серверу:**

<b>1</b>	<b>живопись &amp; литература</b>
2	живопись   литература
3	живопись   литература   графика
4	живопись & литература & графика

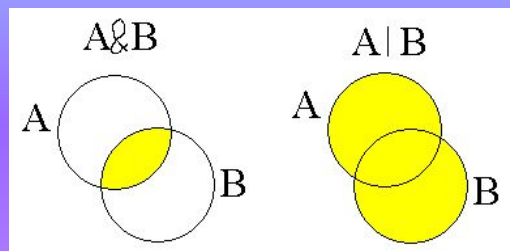
**Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.**

Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ |, а для логической операции «И» – &.

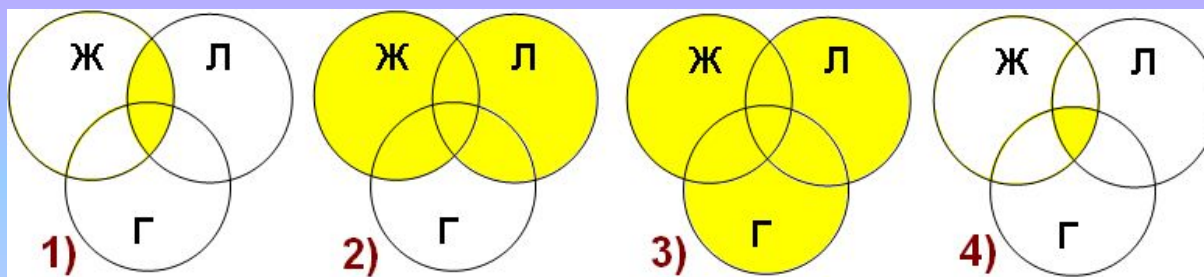
# Задача №8

**Решение:**

Воспользуемся кругами Эйлера (диаграммами Вена):



1	живопись & литература
2	живопись   литература
3	живопись   литература   графика
4	живопись & литература & графика



Ответ: 4123.

# Задача №9

В табличной форме представлен фрагмент базы данных о результатах тестирования учащихся :

Фамилия	Пол	Математика	Русский язык	Химия	Информатика	Биология
Аганян	ж	82	56	46	32	70
Воронин	м	43	62	45	74	23
Григорчук	м	54	74	68	75	83
Роднина	ж	71	63	56	82	79
Сергеенко	ж	33	25	74	38	46
Черепанова	ж	18	92	83	28	61

Сколько записей в данном фрагменте удовлетворяют условию

а) «Пол='м' ИЛИ Химия>Биология»?

б) «Пол='м' И Химия>Биология»?



# Задача №9

задания

Фамилия	Пол	Математика	Русский язык	Химия	Информатика	Биология
Аганян	ж	82	56	46	32	70
Воронин	м	43	62	45	74	23
Григорчук	м	54	74	68	75	83
Роднина	ж	71	63	56	82	79
Сергеенко	ж	33	25	74	38	46
Черепанова	ж	18	92	83	28	61

## Решение:

Первому условию  $Пол='м'$  удовлетворяют записи №2, №3.

Второму условию  $Химия > Биология$  удовлетворяют записи №2, №5, №6.

Значит условию « $Пол='м'$  ИЛИ  $Химия > Биология$ » удовлетворяет 4 записи.

Условию « $Пол='м'$  И  $Химия > Биология$ » удовлетворяет 1 запись.

Ответ: а) 4,  
б) 1.



# Задания

1) Для какого числа  $X$  истинно высказывание:

$$\neg((X < 5) \rightarrow (X > 1))$$

1)1 2)3 3)4 4)2

2) Для какого числа  $X$  истинно высказывание:

$$\neg((x > 3) \rightarrow (x > 4))$$

1)1 2)2 3)3 4)4

3) Для какого числа  $X$  истинно высказывание:

$$((x > 2) \vee (x < 2)) \rightarrow (x > 4)$$

1)1 2)2 3)3 4)4

4) Для какого числа  $X$  истинно высказывание:

$$((x > 3) \vee (x < 3)) \rightarrow (x < 1)$$

1)1 2)2 3)3 4)4

5) Для какого числа  $X$  истинно высказывание:

$$(x > 4) \vee ((x > 1) \rightarrow (x > 4))$$

1)1 2)2 3)3 4)4

# Задания



**1) Для какого имени истинно высказывание:**

*¬(первая буква имени согласная → третья буква имени гласная)*

**1) КСЕНИЯ 2) ЮЛИЯ 3) ПЕТР 4) АЛЕКСЕЙ**

**2) Для какого имени истинно высказывание:**

*¬(первая буква имени гласная → четвертая буква имени согласная)*

**1) Антон 2) Федор 3) Елена 4) Вадим**

**3) Для какого имени истинно высказывание:**

*первая буква имени согласная ∧ (¬вторая буква имени согласная → четвертая буква имени гласная)*

**1) Иван 2) Петр 3) Елена 4) Павел**

**4) Для какого слова ложно высказывание:**

*¬(вторая буква согласная ∧ пятая буква гласная) →*

*(последняя буква согласная ∨ первая буква гласная)*

**1) кенгуру 2) антилопа 3) ящерица 4) крокодил**

**5) Для какого слова истинно высказывание:**

*¬(третья буква согласная ∧ четвертая буква гласная) →*

*(вторая буква согласная ∨ последняя буква гласная)*

**1) гаоцин 2) скворец 3) ласточка 4) моёвка**



# Задания

Заполните таблицу истинности логических выражений:

1)  $A \vee \neg B \vee C$

2)  $\neg((A \vee B) \rightarrow C)$

3)  $\neg(A \wedge B) \wedge \neg C$

# Задания



Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от 3-х аргументов X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F.

Какое выражение соответствует F?

1)

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	1	1
0	1	1	0

1)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge Z$

2)  $X \wedge Y \wedge \neg Z$

3)  $X \vee \neg Y \vee \neg Z$

4)  $\neg X \vee \neg Y \vee Z$

2)

X	Y	Z	F
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

1)  $\neg X \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z}$

2)  $X \vee \bar{Y} \vee Z$

3)  $X \wedge \neg Y \wedge Z$

4)  $\neg X \vee Y \vee \bar{Z}$

3)

X	Y	Z	F
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	1

1)  $X \vee \bar{Y} \vee Z$

2)  $X \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z}$

3)  $X \vee \neg Y \vee Z$

4)  $\neg X \wedge Y \wedge \bar{Z}$



# Задания

1) Какое логическое выражение равносильно выражению:

$$A \wedge \neg(B \vee \neg C) \wedge \neg D$$

1)  $A \wedge \neg B \wedge C \wedge \neg D$

2)  $A \vee \neg B \vee C \vee \neg D$

3)  $A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge \neg D$

4)  $A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D$

2) Какое логическое выражение равносильно выражению:

$$\neg(A \wedge \neg B \wedge C)$$

1)  $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$

2)  $\neg A \wedge B \wedge \neg C$

3)  $\neg A \vee B \vee \neg C$

4)  $A \vee \neg B \vee C$

3) Какое логическое выражение равносильно выражению:

$$\neg(\neg A \wedge B) \vee \neg C$$

1)  $\neg A \vee B \vee \neg C$

2)  $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$

3)  $A \vee \neg B \vee \neg C$

4)  $A \vee B \vee \neg C$



# Задания

1) Каково наименьшее натуральное число  $X$ , при котором истинно высказывание

$$(x \cdot (x + 2) < 50) \rightarrow (x \cdot x > 35)$$

2) Каково наибольшее целое число  $X$ , при котором ложно высказывание

$$(x \cdot (x + 1) > 55) \rightarrow (x \cdot x > 50)$$

3) Каково наибольшее целое число  $X$ , при котором истинно высказывание

$$(x \cdot (x + 1) > x \cdot x + 7) \rightarrow (x \cdot (x + 1) \leq x \cdot x + 7)$$

4) Каково наибольшее целое число  $X$ , при котором ложно высказывание

$$(9 \cdot x + 5 > 60) \rightarrow (x \cdot x > 80)$$

5) Каково наибольшее целое число  $X$ , при котором истинно высказывание

$$(x \cdot x - 1 > 100) \rightarrow (x \cdot (x - 1) < 100)$$



# Задания

1) Найдите значения логических  $A, B, C, D$ , при которых указанное логическое выражение ложно. Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных  $A, B, C, D$  (в указанном порядке). Так, например, строка 0101 соответствует тому, что  $A=0, B=1, C=0, D=1$ .

a)  $(A \wedge \neg B) \rightarrow (C \vee D)$

b)  $\neg(A \vee B \vee C) \rightarrow (C \vee \neg D)$

2) Сколько различных решений имеет уравнение

$$(K \rightarrow L \rightarrow M) \rightarrow (L \rightarrow \neg M \rightarrow N) = 0$$

где  $K, L, M, N$  - логические переменные?



# Задания



**В таблицах приведены запросы к поисковому серверу:**

1)

А	Волейбол   баскетбол   подача
Б	Волейбол   баскетбол   подача   блок
В	Волейбол   баскетбол
Г	Волейбол & баскетбол & подача

Расположите номера запросов в порядке **возрастания** количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

2)

А	Продажа   принтеры
Б	Сервис   продажа   принтеры   сканеры
В	Принтеры & сканеры & продажа & сервис
Г	(продажа   принтеры) & (сервис   сканеры)

Расположите номера запросов в порядке **убывания** количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

3)

А	Разведение & содержание & меченосцы & сомики
Б	Содержание & меченосцы
В	(Содержание & меченосцы)   сомики
Г	Содержание & меченосцы & сомики

Расположите номера запросов в порядке **возрастания** количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

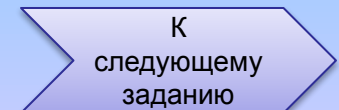


# Задания

- 1) Ниже в табличной форме представлен фрагмент базы данных о погоде.

Дата	Температура	Давление (мм рт. ст.)	Ветер (м/с)	Осадки
01.05.2010	17	754	9	Нет
02.05.2010	16	752	11	Нет
03.05.2010	14	749	15	Нет
04.05.2010	14	747	17	Дождь
05.05.2010	15	745	14	Дождь
06.05.2010	13	750	13	Дождь
07.05.2010	12	751	8	Нет
08.05.2010	15	749	5	нет

- а) Сколько записей в данном фрагменте удовлетворяют условию (Осадки=«дождь») ИЛИ (давление < 750)?
- б) Сколько записей в данном фрагменте удовлетворяют условию (Осадки=«дождь») И (давление  $\leq$  750)?





# Задания

2) В таблице приведены данные о составе и калорийности некоторых продуктов:

Продукт	Вода	Белки	Жиры	Углеводы	Ккал
Абрикосы	86	0,9	0	10,5	46
Апельсины	87,5	0,9	0	8,4	38
Бананы	74	1,5	0	22,4	91
Брусника	87	0,7	0	8,6	40
Виноград	80,2	0,4	0	17,5	69
Вишня	85,5	0,8	0	11,3	49

Сколько записей в данной таблице удовлетворяют условию:  
*Вода > 85 ИЛИ (белки + углеводы < 11 И ккал > 38) ?*



# Источники материалов:

- <http://s99-omsk.narod.ru/pupil/vip/i2003/i2003/logika/be.gif>
- <http://school.sgu.ru>
- П. А. Якушкин, С. С. Крылов, ЕГЭ 2010. Информатика: сборник экзаменационных заданий. М.: Эксмо, 2009
- П. А. Якушкин, В. Р. Лещинер, Информатика: типовые тестовые задания. М.: Экзамен, 2012
- Л. Н. Евич, С. Ю. Кулабухов, Информатика и ИКТ. 10-11 классы. Тематические тесты. Подготовка к ЕГЭ. Базовый, повышенный, высокий уровни: типовые тестовые задания. Ростов-на-Дону: Легион - М, 2011
- Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2012 году государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ