

# Математические модели



**7 класс**

Выполнила презентацию  
учитель информатики  
МОУ «СОШ №20»  
Поспелова Г. В.

29.11.2016

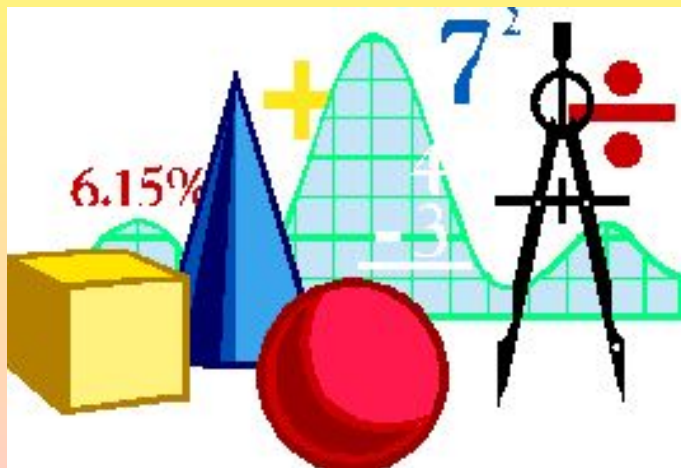
г. Новомосковск Тульская область

## § 2.4. Математические модели

Основным языком информационного моделирования в науке является язык математики.

Модели, построенные с использованием математических понятий и формул, называются математическими моделями.

***Математическая модель*** - информационная модель, в которой параметры и зависимости между ними выражены в математической форме.



Например, известное уравнение  $S=vt$ , где

$S$  - расстояние,

$v$  - скорость

$t$  - время,

представляет собой модель равномерного движения, выраженную в математической форме.

**Равномерное движение** – движение, при котором тело за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути

The diagram shows a person on the left with a blue arrow labeled  $\vec{v}$  pointing right. A horizontal line below represents the trajectory. Three points on the trajectory are marked with red dots and labeled  $S_1$ ,  $S_2$ , and  $S_3$ . Vertical dashed lines connect these points to three clock faces above. The time intervals between the clocks are labeled  $\Delta t_1$ ,  $\Delta t_2$ , and  $\Delta t_3$ . The word "траектория" is written at the end of the horizontal line.

$S_1 = S_2 = S_3$   
 $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$

$v_1 = v_2 = v_3$

Равномерное движение – движение с постоянной скоростью

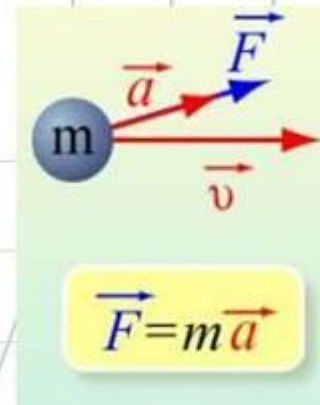
$\vec{s} = \vec{v}t$   
 $x = x_0 + v_{ox}t$

$v_1 = \frac{S_1}{\Delta t_1} \quad v_2 = \frac{S_2}{\Delta t_2} \quad v_3 = \frac{S_3}{\Delta t_3}$

Рассматривая физическую систему: тело массой  $m$ , скатывающееся по наклонной плоскости с ускорением  $a$  под воздействием силы  $F$ , Ньютон получил соотношение  $F = ma$ .

## Второй закон Ньютона

Ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально его массе

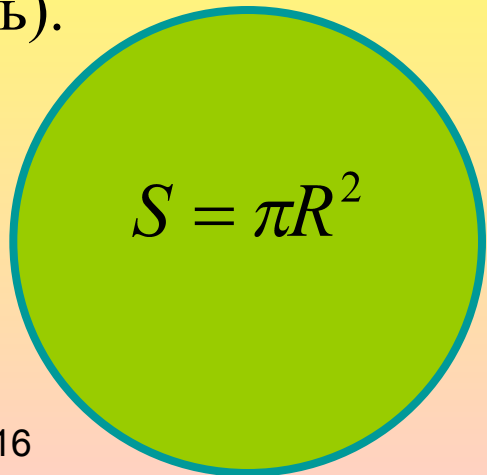


# Математическое моделирование

Метод моделирования дает возможность применять математический аппарат к решению практических задач. Понятия числа, геометрической фигуры, уравнения, являются примерами математических моделей.

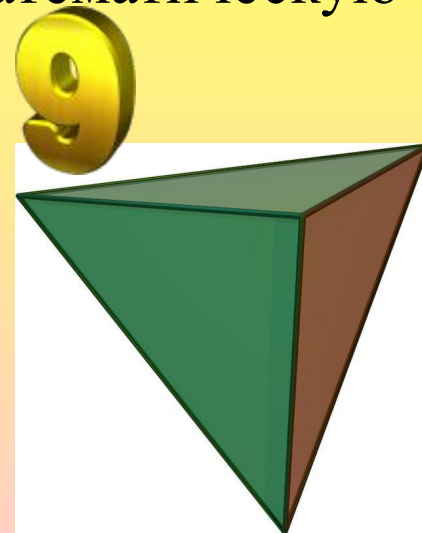
К методу математического моделирования в учебном процессе приходится прибегать при решении любой задачи с практическим содержанием. Чтобы решить такую задачу математическими средствами, ее необходимо вначале перевести на язык математики (построить математическую модель).

5



$$C = 2\pi R$$

7



**При математическом моделировании исследование объекта осуществляется посредством изучения модели, сформулированной на языке математики.**

Пример: нужно определить площадь поверхности стола. Измеряют длину и ширину стола, а затем перемножают полученные числа. Это фактически означает, что реальный объект – поверхность стола – заменяется абстрактной математической моделью прямоугольником. Площадь этого прямоугольника и считается искомой.

Из всех свойств стола выделили три: форма поверхности (прямоугольник) и длины двух сторон. Не важны ни цвет стола, ни материал, из которого он сделан, ни то, как он используется.

Предположив, что поверхность стола – прямоугольник, легко указать исходные данные и результат. Они связаны соотношением  $S=ab$ .



## Рассмотрим пример приведения решения конкретной задачи к математической модели.

Через иллюминатор затонувшего корабля требуется вытащить сундук с драгоценностями. Даны некоторые предположения о формах сундука и окнах иллюминатора и исходные данные решения задачи.

Предположения:

Иллюминатор имеет форму круга. Сундук имеет форму прямоугольного параллелепипеда.

Исходные данные:  $D$  - диаметр иллюминатора;  $x$  - длина сундука;  $y$  - ширина сундука;  $z$  - высота сундука.

Конечный результат: Сообщение: *можно* или *нельзя вытащить*.



Системный анализ условия задачи выявил связи между размером иллюминатора и размерами сундука, учитывая их формы. Полученная в результате анализа информация отобразилась в формулах и соотношениях между ними, так возникла математическая модель.

Математической моделью решения этой задачи являются следующие зависимости между исходными данными и результатом:

$$S_{ил} = \pi R^2$$

$$R = \frac{D}{2}$$

$$S_{сун} = yz$$

Если  $S_{ил} > S_{сун}$ , то сундук *можно вытащить*, а если

$$S_{ил} < S_{сун}$$

, то *нельзя*.



## Пример 1:

Вычислить количество краски для покрытия пола в спортивном зале.

Для решения задачи нужно знать площадь пола. Для выполнения этого задания измеряют длину, ширину пола и вычисляют его площадь. Реальный объект – пол зала – занимает прямоугольником, для которого площадь является произведением длины на ширину. При покупке краски выясняют, какую площадь можно покрыть содержимым одной банки, и вычисляют необходимое количество банок.

Пусть  $A$  – длина пола,  $B$  – ширина пола,  $S1$  – площадь, которую можно покрыть содержимым одной банки,  $N$  – количество банок.

Площадь пола вычисляем по формуле  $S=A \times B$ , а количество банок, необходимых для покраски зала,  $N= A \times B / S1$ .



## Пример 2:

Через первую трубу бассейн наполняется за 30 часов, через вторую трубу – за 20 часов. За сколько часов бассейн наполнится через две трубы?

### Решение:

Обозначим время заполнения бассейна через первую и вторую трубу  $A$  и  $B$  соответственно. Примем за 1 весь объём бассейна, искомое время обозначим через  $t$ .

Так как через первую трубу бассейн наполняется за  $A$  часов, то  $1/A$  – часть бассейна, наполняемая первой трубой за 1 час;  $1/B$  – часть бассейна, наполняемая второй трубой за 1 час.

Следовательно, скорость наполнения бассейна первой и второй трубами вместе составит:  $1/A + 1/B$ .

Можно записать:  $(1/A + 1/B)t = 1$ . получили математическую модель, описывающую процесс наполнения бассейна из двух труб.

Искомое время можно вычислить по формуле:

$$t = \frac{AB}{A + B}$$

## Пример 3:

На шоссе расположены пункты **A** и **B**, удалённые друг от друга на 20 км. Мотоциклист выехал из пункта **B** в направлении, противоположном **A** со скоростью 50 км/ч.

Составим математическую модель, описывающую положение мотоциклиста относительно пункта **A** через  $t$  часов.

За  $t$  часов мотоциклист проедет  $50t$  км и будет находится от **A** на расстоянии  $50t$  км + 20 км. Если обозначить буквой  $s$  расстояние (в километрах) мотоциклиста до пункта **A**, то зависимость этого расстояния от времени движения можно выразить формулой:  $S=50t + 20$ , где  $t>0$ .



# Составьте математическую модель данных ситуаций: Пример!

1. Математической моделью решения этой задачи являются следующие зависимости между исходными данными и результатом: было у Миши  $x$  марок, а у Андрея в полтора раза больше. Если Миша отдаст Андрею 8 марок, то у Андрея станет марок вдвое больше, чем у Миши. Стало у Миши  $x-8$ , у Андрея  $1,5x+8$ . По условию задачи  $1,5x$



2. Математической моделью решения этой задачи являются следующие зависимости между исходными данными и результатом: во втором цехе работают  $x$  человек, в первом – в 4 раза больше, чем во втором, а в третьем - на 50 человек больше, чем во втором. Всего в трех цехах завода работают 470 человек.  
 $x+4x+x+50=470$ .



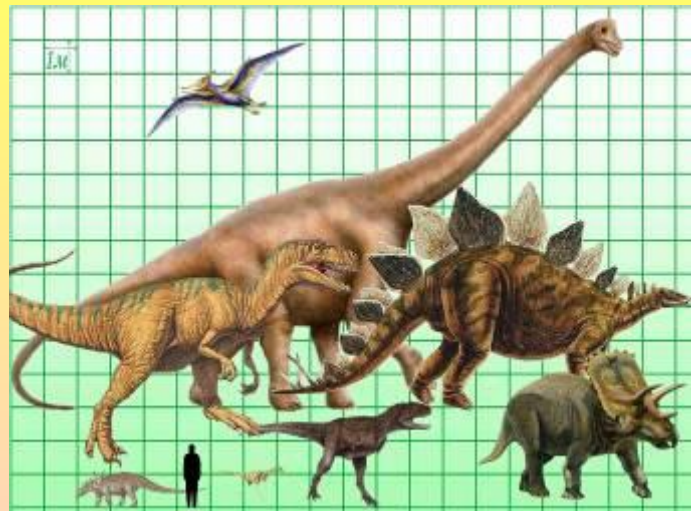
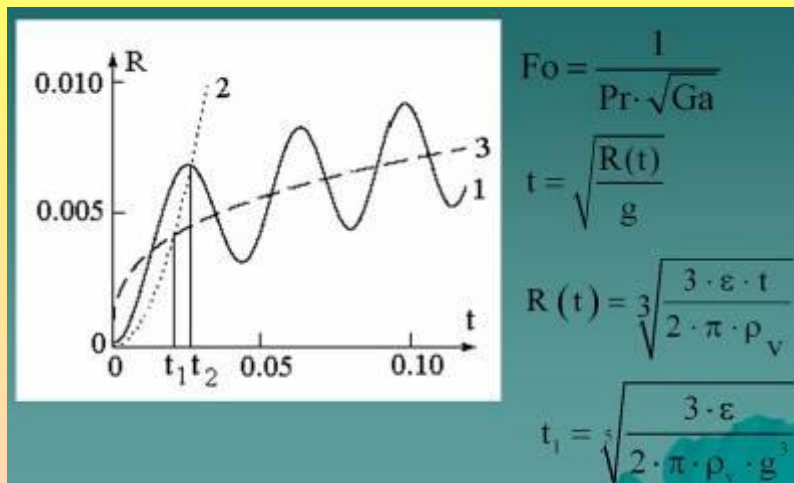
3. Математической моделью решения этой задачи являются следующие зависимости между исходными данными и результатом: первое число равно  $x$ , а второе на 2,5 больше первого. Известно, что  $1/5$  первого числа равна  $1/4$  второго.  
 $x$ ; второе  $x+2,5$ . По условию задачи  $x/5=(x+2,5)/4$ .



Вот так обычно применяется математика к реальной жизни.

Математические модели бывают не только алгебраические (в виде равенства с переменными, как в разобранных выше примерах), но и в другом виде: табличные, графические и другие.

С другими видами моделей мы познакомимся на следующем занятии.

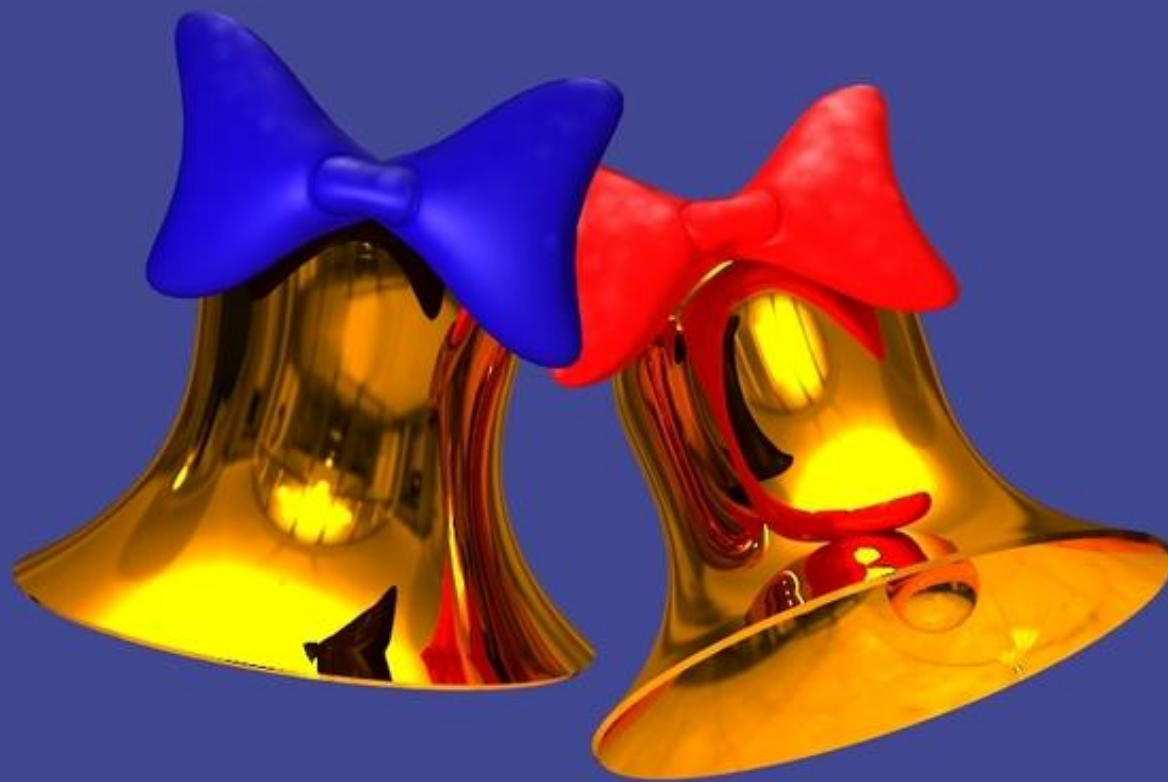


## **Задание на дом:**

§ 2.4 (стр. 54-58)

№№ 1, 2, 3, 4 (стр. 57) в тетради

Спасибо за урок!



# Источники

## 1. Информатика и ИКТ : учебник для 7 класса

Автор : Босова Л. Л. Издательство : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009 Формат : 60x90/16 (в пер.), 229 с., ISBN : 978-5-9963-0092-1

1. <http://www.lit.msu.ru/ru/new/study> (графики, схемы)

2. <http://images.yandex.ru> (картинки)