

## Лекция 2.

# Математические основы ИТ

1. Системы счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую.
2. Основные операции над числами в разных системах счисления.
3. Представление информации в оперативной памяти компьютера.

- ◆ **Система счисления** (с/с) - способ изображения чисел с помощью ограниченного набора символов - цифр, имеющих определенные количественные значения, а также совокупность соответствующих правил действий над числами.
- ◆ Системы счисления делятся на **позиционные** и **непозиционные**.

- ◆ В **непозиционной с/с**

количественное значение (вес) символа (цифры) не зависит от его места (позиции) в числе.

- ◆ *Пример - римская с/с:* 1=I, 2 = II, 5 = V, 7 = VII, 9 = IX, 10 = X, 11= XI, 19 = XIX, 50 = L, 100 = C, 500 = D и т.д.

- ◆ **Позиционная с/с** : в ней количественное значение цифры зависит от ее места (позиции или разряда) в ряду цифр, изображающих число.
- ◆ **Разрядом** называется место (позиция), которая отводится данной цифре в записи числа.
- ◆ **Пример:** в числе 434 цифра 4 первого разряда (стоящая справа) означает четыре единицы, а цифра 4 третьего разряда (стоящая слева) означает четыре сотни.

- ◆ **Основанием** позиционной с/с называется количество различных цифр (не менее 2), применяемых в данной с/с.
- ◆ Основание с/с показывает, во сколько раз изменяется количественное значение цифры при ее перемещении на соседнюю позицию (в соседний разряд).
- ◆ Наименование позиционной с/с дается по ее основанию. **Двоичная с/с**: основание равно 2, алфавит состоит из двух цифр: 0 и 1. **Десятичная с/с** – 10 цифр.

- ◆ В вычислительной технике используется двоичная система
- ◆ Для сокращения длины записи кодов команд и адресов при составлении программ используется *восьмеричная* и *шестнадцатеричная* системы счисления.

10 –ая с/с	2-ая с/с	8-ая с/с	16-ая с/с
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	<b>1000</b>	<b>10</b>	<b>8</b>

10 –ая с/с	2-ая с/с	8-ая с/с	16-ая с/с
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

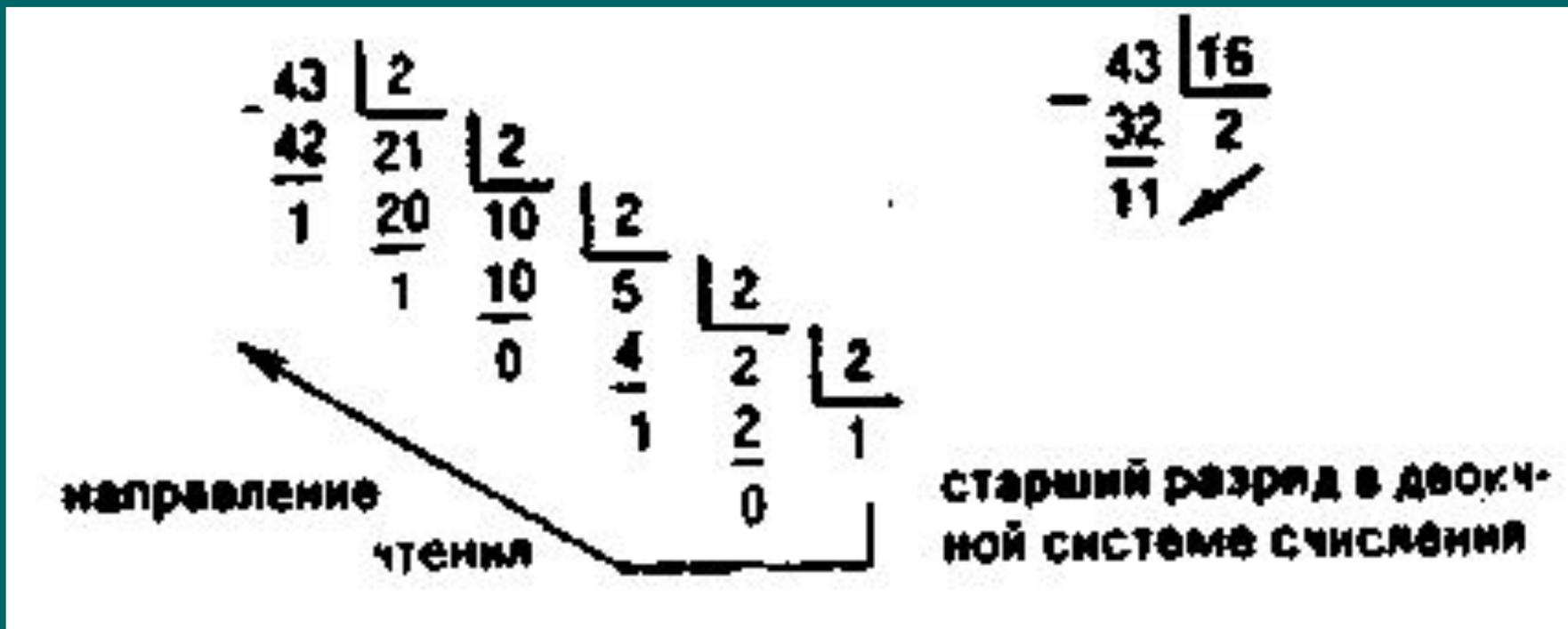
Правила перевода целых и дробных чисел из одной системы счисления в другую различны для целой и дробной частей числа.

При переводе смешанного числа из одной системы в другую целая и дробная части числа обрабатываются порознь по указанным ниже правилам, а затем объединяются результаты в смешанное число в новой системе счисления.

- ◆ Перевод целого числа  $A$  в систему счисления с основанием  $N$ .

Число  $A$ , представленное в одной системе счисления, необходимо последовательно делить по правилам той системы, в которой оно записано, на основание  $N$  той системы счисления, в которую число переводится. Деление следует выполнять до тех пор, пока частное не окажется меньше делителя.

- ◆ Полученные остатки от деления и последнее частное будут являться разрядами числа в новой системе счисления, причем старшим разрядом - цифра последнего частного.
- ◆ При переводе больших чисел из 10-ой в 2-ую с/с и обратно исходное число сначала переводят в 16-ую с/с, а уже затем полученное в этой с/с число переводят в двоичную.



Следовательно,  $43(10) \Rightarrow 101011(2)$ ;  
 $43(10) \Rightarrow 2B(16)$

- ◆ Для перевода в 10-ую с/с используется запись в виде степенного ряда:
- ◆ В общем виде в позиционной системе число  $N(x)$  с основанием  $X$  можно представить в виде степенного ряда в следующем виде:

$$N(X) = K_n \cdot X^n + K_{n-1} \cdot X^{n-1} + \dots + K_1 \cdot X^1 + K_0 \cdot X^0,$$

где  $X$  – основание с/с,

$K$  – любая цифра из алфавита данной с/с,

$n$  — число разрядов целой части (порядок разряда, начиная с 0);

## Примеры для целых чисел:

$$101001_{(2)} \Rightarrow 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 41$$

5 4 3 2 1 0 номер разряда

$$3E8_{(16)} \Rightarrow 3 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 = 1000$$

2 1 0 номер разряд

## **2. Основные операции над числами в разных системах счисления.**

- ◆ В ЭВМ вся информация представляется совокупностью двоичных разрядов.
- ◆ Совокупность двоичных разрядов, предназначенных для представления (записи) данных, называется **разрядной сеткой**.
- ◆ В ЭВМ для машинного представления чисел со знаком применяются:
  - ◆ **прямой**,
  - ◆ **обратный**,
  - ◆ **дополнительный** коды, что упрощает проведение математических операций.

**Прямой код** числа в 2 с/с совпадает по изображению с записью самого числа. Значение знакового разряда для **положительных чисел - 0**, для **отрицательных чисел - 1**. Знаковым разрядом обычно является крайний разряд (слева) в разрядной сетке.

**Пример:** Если для записи кода выделен один байт (8 разрядов), числа +1101 прямой код 0|0001101, для числа -1101 прямой код 1|0001101.

- ◆ **Обратный код** для **положительного** числа в 2 с/с совпадает с прямым кодом. Для **отрицательного** числа все цифры числа заменяются на противоположные (1 на 0, 0 на 1), а в знаковый разряд заносится **единица**.
- ◆ **Пример:** Для числа +1101 прямой код 0|0001101, обратный код 0|0001101;
- ◆ Для числа -1101 прямой код 1|0001101, обратный код 1|1110010.

- ◆ **Дополнительный код** положительного числа в 2 с/с совпадает с *прямым* кодом. Для *отрицательного* числа дополнительный код образуется путем получения обратного кода и *добавлением* к младшему разряду единицы.
- ◆ **Пример:** Для числа +1101 прямой код 0|0001101, обратный код 0|0001101, дополнительный код 0|0001101.
- ◆ Для числа -1101: прямой код 1|0001101, обратный код 1|1110010, дополнительный код 1|1110011

- ◆ Арифметические действия над двоичными числами производятся по тем же правилам, что и над десятичными. Необходимо только учитывать, что сложение двух единиц дает ноль в данном разряде и единицу переноса в следующий.

Сложение двоичных чисел сводится к сложению цифр соответствующих разрядов с учетом переноса в следующий старший разряд:  
 $01 + 01 = 10$

$$\begin{array}{r} 1101,110 \\ + 111,101 \\ \hline 10101,011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 111 \\ \hline 10100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111,11 \\ + 11,11 \\ \hline 10011,10 \end{array}$$

- ◆ Вычитание двоичных чисел выполняется с учетом того, что  $10_2 - 1 = 1$ .

- ◆ *Примеры:*

$$\begin{array}{r}
 1101,110 \\
 - \underline{111,101} \\
 \hline
 0110,001
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1101 \\
 - \underline{111} \\
 \hline
 0110
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1111,00 \\
 - \underline{11,11} \\
 \hline
 1011,01
 \end{array}$$

Но вычитание можно заменить сложением:  
 $A - B = A + (-B)$ , где  $-B$  отрицательное  
число записанное в виде  
дополнительного кода, в этом случае  
вычитание заменяется сложением.

**Пример** для восьмиразрядной сетки:

1101=A A=00001101 прямой код

- 111=B B=10000111 прямой код

0110            11111000 обратный код

      +                  1  
      11111001 дополн. код

A+(-B): 00001101

+11111001

      00000110

- ◆ В ЭВМ числа и нечисловая информация представляются совокупностью двоичных разрядов.
- ◆ Совокупность двоичных разрядов, предназначенных для представления (записи) данных, называется **разрядной сеткой**.
- ◆ В ЭВМ применяют две формы представления чисел:
  - с **фиксированной запятой** (точкой)
  - с **плавающей запятой** (точкой).
- ◆ Эти формы называют также соответственно **естественной** и **нормальной**

- ◆ При **естественной форме** число записывается в естественном виде со следующими компонентами числа:
  - знака,
  - запятой,
  - цифры числа.
- ◆ Для сокращения длины разрядной сетки и упрощения обработки данных в конкретных ЭВМ положение запятой фиксируется **схемотехнически, т. е. аппаратными средствами**.
- ◆ Такая форма представления числа называется формой с **фиксированной запятой (ФЗ)**.

- ◆ При этом в слове данных сохраняются только два структурных компонента:
  - один знаковый разряд,
  - $n$  разрядов для представления цифр числа.
- ◆ Для кода знака обычно выделяется крайний слева разряд. В знаковом разряде 1 соответствует минусу, а 0 – плюсу.

- ◆ **Форма с плавающей запятой** использует представление вещественного числа  $R$  в виде произведения мантиссы  $m$  на основание системы счисления  $p$  в некоторой целой степени  $n$ , которую называют порядком:
- ◆  $R = m * p^n$
- ◆ **Пример:  $25,324 = 0,25324 \times 10^2$ .**

Здесь  $m=0,25324$  — мантисса,  $n=2$  — порядок. Порядок указывает, на какое количество позиций и в каком направлении должна сместиться десятичная точка в мантиссе. Отсюда название «плавающая точка».

## Также можно записать:

- ◆  $25,324 = 2,5324 * 10^1 = 0,0025324 * 10^4$  и т.д.
- ◆ Чтобы не было неоднозначности, в ЭВМ используют **нормализованное** представление числа в форме с плавающей точкой. Мантисса в этом представлении меньше единицы и первая значащая цифра — не ноль.
- ◆ Для нашего числа **нормализованным представлением** будет:  $0,25324 * 10^2$ .
- ◆ В разных типах ЭВМ применяются различные варианты представления чисел в форме с плавающей точкой.

Формат числа (разрядная сетка) с **плавающей запятой** включает:

- один разряд для представления знака порядка,
  - $q1$  разрядов для представления порядка  $p$ ,
  - один разряд для представления знака мантиссы,
  - $q2$  разрядов для представления мантиссы  $m$
- .

### **3. Представление информации в оперативной памяти компьютера.**

- ◆ *Количество информации в вычислительной технике, теории кодирования и передачи сообщений связывают с количеством кодируемых, передаваемых или хранимых символов.*

# Единицы измерения информации

- ◆ **Минимальная** единица измерения информации - **бит**.
- ◆ Бит это количество информации, содержащееся в сообщении типа «да» - «нет».
- ◆ Количество информации в один бит содержится в одном знаке (цифре) двоичного алфавита: 0 или 1.

- ◆ **Байт** - это единица измерения количества информации, состоящая из восьми последовательных и взаимосвязанных битов:
- ◆ **1 байт = 8 бит.**
- ◆ Байт - *основная* единица количества информации в вычислительной технике.
- ◆ **Байт – это мин адресуемая единица памяти.**
- ◆ С помощью одного байта можно выразить  $2^4=256$  различных числовых значений (от 0 до 255)

# Единицы измерения информации

- ◆ 1 байт=8 битов
- ◆ 1 килобайт (Кб)=1024 байта = $2^{10}$  байтов
- ◆ 1 мегабайт (Мб)=1024 килобайта = $2^{10}$  килобайтов= $2^{20}$  байтов
- ◆ 1 гигабайт (Гб)=1024 мегабайта = $2^{10}$  мегабайтов= $2^{30}$  байтов
- ◆ 1 терабайт (Тб)=1024 гигабайта = $2^{10}$  гигабайтов= $2^{40}$  байтов
- ◆ Приставка КИЛО в информатике – это не 1000, а **1024**, то есть  $2^{10}$ .

- ◆ **Один двоичный разряд** соответствует одному **биту** информации.
- ◆ **Один байт** содержит **8 двоичных разрядов (8 бит)**
- ◆ **Машинное слово** - это несколько подряд идущих **байтов**, обозначающих одно целое число.
- ◆ Машинное слово для:  
32-разрядных ЭВМ ( $32:8=4$ ) 4 байта, 64-разрядных ЭВМ ( $64:8=8$ ) 8 байт

# Файл

- ◆ Данные (информация) на диске хранятся в виде файлов.
- ◆ **Файл** — это именованная часть диска, наименьшая единица хранения информации, содержащая определенную последовательность байтов и имеющая уникальное имя.
- ◆ Полное имя файла состоит из двух частей: собственное имя и расширение (указывает на тип файла)
- ◆ **Основное назначение** файлов — хранение и передача информации,
- ◆ **Файл** имеет *имя, атрибуты, время создания и модификации* .

- ◆ **Тип файла** (формат файла) это способ организации данных.
- ◆ *Файлы организованы в каталоги (директории или папки).*
- ◆ Вся совокупность файлов на диске и их организация называется *файловой структурой*.
- ◆ Файловая структура может быть *одноуровневой* – это линейная последовательность файлов (друг за другом) и *многоуровневой (иерархической, древовидной)*.
- ◆ *Каталог самого верхнего уровня называется корневым.*

- ◆ Текстовые файлы (**.txt, .doc** — наиболее распространенный тип данных в компьютерном мире. Для хранения каждого символа чаще всего отводится **один байт**, а кодирование текстовых файлов выполняется с помощью специальных таблиц, в которых каждому символу соответствует определенное число, не превышающее 255.
- ◆ Каждому байту, состоящему из 8 бит, соответствует какой-то один уникальный символ, понятный человеку, который можно ввести в компьютер с клавиатуры и увидеть на экране.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	NUL	SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK	BEL	BS	TAB	LF	VT	FF	CR	SO	SI
1	DLE	DC1	DC2	DC3	DC4	NAK	SYN	ETB	CAN	EM	SUB	ESC	FS	GS	RS	US
2	SPC	!	"	#	\$	%	&	'	(	)	*	+	,	-	.	/
3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
4	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	\	]	^	_
6	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
7	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{		}	~	DEL

- ◆ *Двоичный код состоит из записи слева **номера строки** (4 разряда) и **правее номер столбца** (4 разряда) – всего 1 байт*
- ◆ **Например:** необходимо определить двоичный код символа «б» который находится в ASCII кодировочной таблице на пересечение строки с номером 3 (11) и столбца с номером 6 (110). **Ответ** 00110111
- ◆ *Для размещения надписи «IBM PC» в оперативной памяти или на диске потребуется всего 8 байт — пять букв, два символа кавычек и символ пробела.*

# Кодирование графической информации.

- ◆ Все изображения можно разделить на две большие части — **растровую и векторную**.
- ◆ Растровые изображения представляют собой однослойную сетку точек, называемых **пикселями**. Код **пикселя** содержит информации о его цвете и интенсивности.
- ◆ **Примеры:** Приложение Adobe Photoshop (с форматом файлов **.psd**), редактор Paint (**.bmp**). Для сканированных изображений широко известен формат **.tiff**, а для передачи растровых изображений по сети Internet наиболее известными являются форматы **.gif** и **.jpg**.

- ◆ В противоположность растровой графике в **векторном изображении** в основе лежит линия на базе которой создаются более сложные фигуры.
- ◆ Линия хранится в памяти в виде математической формулы, поэтому объекты векторного изображения могут изменять свой размер без потери качества.
- ◆ **Примеры:** редакционная, чертежная, проектно-конструкторская работа, в картографии: Adobe Illustrator, AutoCAD, CorelDraw, Visio и др. Наиболее известными форматами векторных изображений являются: **.eps, .dcs, .pdf, .cdr, .cmx, .vsd**

- ◆ Для кодировки звука приходится аналоговый сигнал преобразовывать в цифровую, а при воспроизведении звука с цифровых носителей – наоборот.
- ◆ Форматы звуковых файлов: **.WAV, .AIFF, .MP3, .WMA и др.**