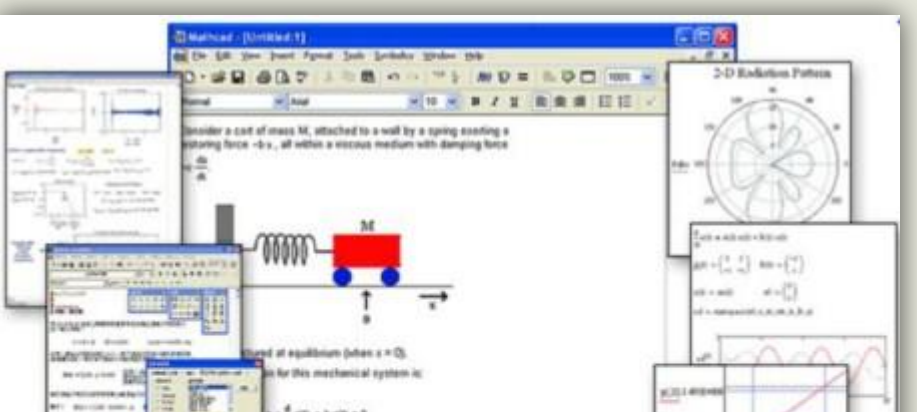
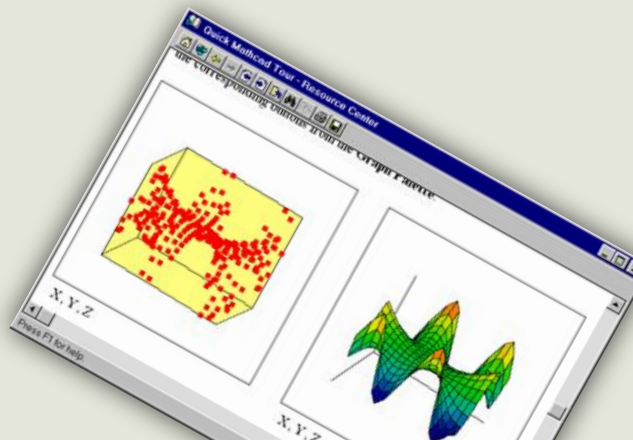
Математический пакет MathCad

Интегрирование. Об алгоритмах интегрирования
Дифференцирование. Производные высших порядков

- Система MathCAD – пакет, предназначенный, для проведения математических расчетов, который содержит текстовый редактор, вычислитель, графический процессор
- Фирма MathSoft Inc.(США) выпустила первую версию системы в 1986 г. Главная отличительная особенность системы MathCAD заключается в её входном языке, который максимально приближён к естественному математическому языку, используемому как в трактатах по математике, так и вообще в научной литературе. Используется принцип *WYSIWYG (What You See Is What You Get* - «что видите, то и получаете»).





- ***Текстовый редактор*** служит для ввода и редактирования текстов. Текст может состоять из слов, мат. выражений и формул. MathCAD использует общепринятую мат. Символику.
- ***Вычислитель*** обеспечивает вычисления по мат. Формулам и имеет большой набор мат. Функций.
- ***Графический процессор*** используется для построения графиков и поверхностей

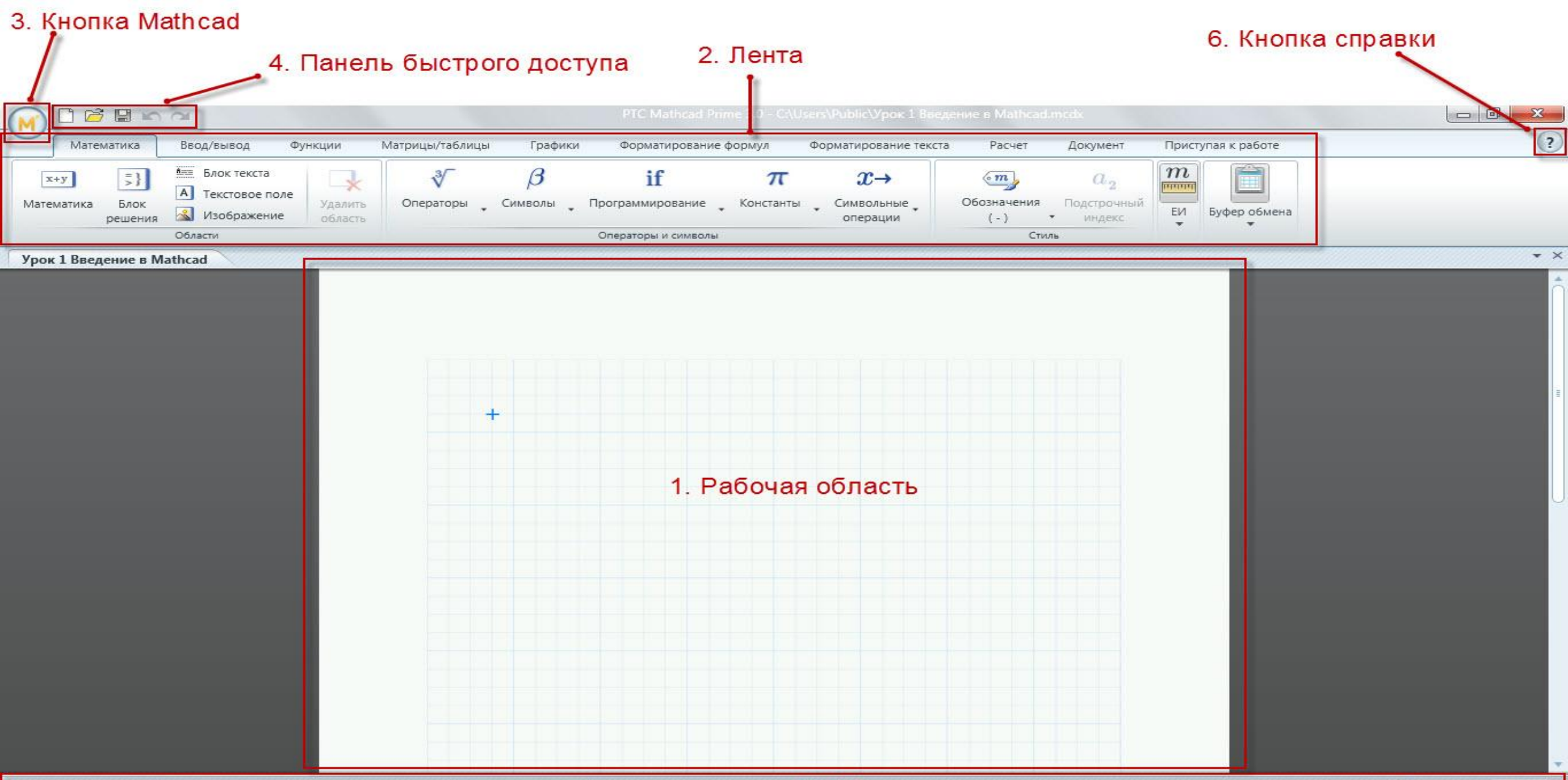
ЗАДАЧИ

- подготовка научно-технической документации, содержащей текст и формулы в привычной для специалиста форме;
- вычисления результатов математических операций с константами, переменными и размерными физическими величинами;
- векторные и матричные операции;
- решение уравнений и систем уравнений;
- статистические расчеты и анализ данных;
- построение графиков;
- аналитические преобразования и аналитическое решение уравнений и систем;
- аналитическое и численное дифференцирование и интегрирование;
- решение дифференциальных уравнений

Введение в Mathcad

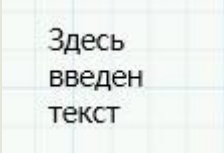
- Урок 1. Введение в Mathcad
- В этом цикле уроков мы научимся работе с математическим пакетом PTC Mathcad Prime 3.0. Почему же многие пользователи отдают предпочтение именно этой программе?
- Все функции реализованы в едином интерфейсе.
- Вид формул привычен для пользователей-непрограммистов.
- Помимо самих расчетов, можно использовать текст, графики и иллюстрации.
- Динамичная, «живая» математика. Изменения в расчетах сразу ведут к изменениям в результатах вычислений.
- Результаты легко может прочитать любой ученый или инженер (не обязательно пользователь Mathcad).

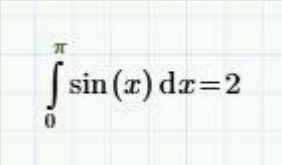
Интерфейс


3. Кнопка Mathcad
4. Панель быстрого доступа
2. Лента
6. Кнопка справки
PTC Mathcad Prime 10 - C:\Users\Public\Урок 1 Введение в Mathcad.mcdx
Математика
Ввод/вывод
Функции
Матрицы/таблицы
Графики
Форматирование формул
Форматирование текста
Расчет
Документ
Приступая к работе
Математика
Блок решения
Блок текста
Текстовое поле
Изображение
Удалить область
Области
Операторы
Символы
Программирование
Константы
Символьные операции
Операторы и символы
Обозначения (-)
Подстрочный индекс
Стиль
ЕИ
Буфер обмена
Урок 1 Введение в Mathcad
1. Рабочая область

Рабочая область

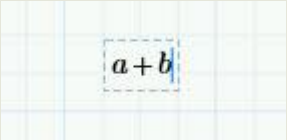
Рабочая область – важная часть интерфейса Mathcad. На ней могут содержаться четыре вида*областей*:



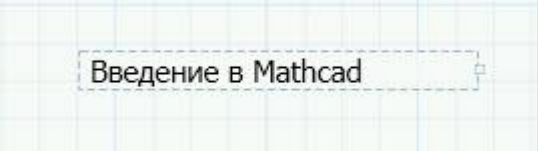


- 1. Пустая область
- 2. Текст
- 3. Математическое выражение
- 4. Изображение

- есть области графиков и таблицы. По свойствам они сходны с областями математических выражений – о них пойдет речь позже в нашем курсе.
- Щелкните по пустой области. Появится курсор в виде синего перекрестия:



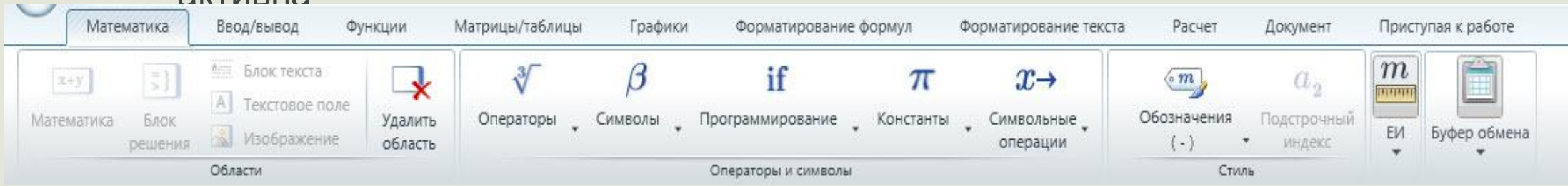
- На его место можно поместить текст, математическое выражение или изображение. Вне пересечения сетки курсор поставить нельзя. Нажмите снова на пустую область и введите **a+b** (без пробелов):
- Вы ввели свое первое математическое выражение и создали, таким образом, *область* с математическим выражением.
- Щелкните левой кнопкой мыши ниже выражения и нажмите сочетание клавиш [Ctrl+T]. Появится поле для ввода



Лента

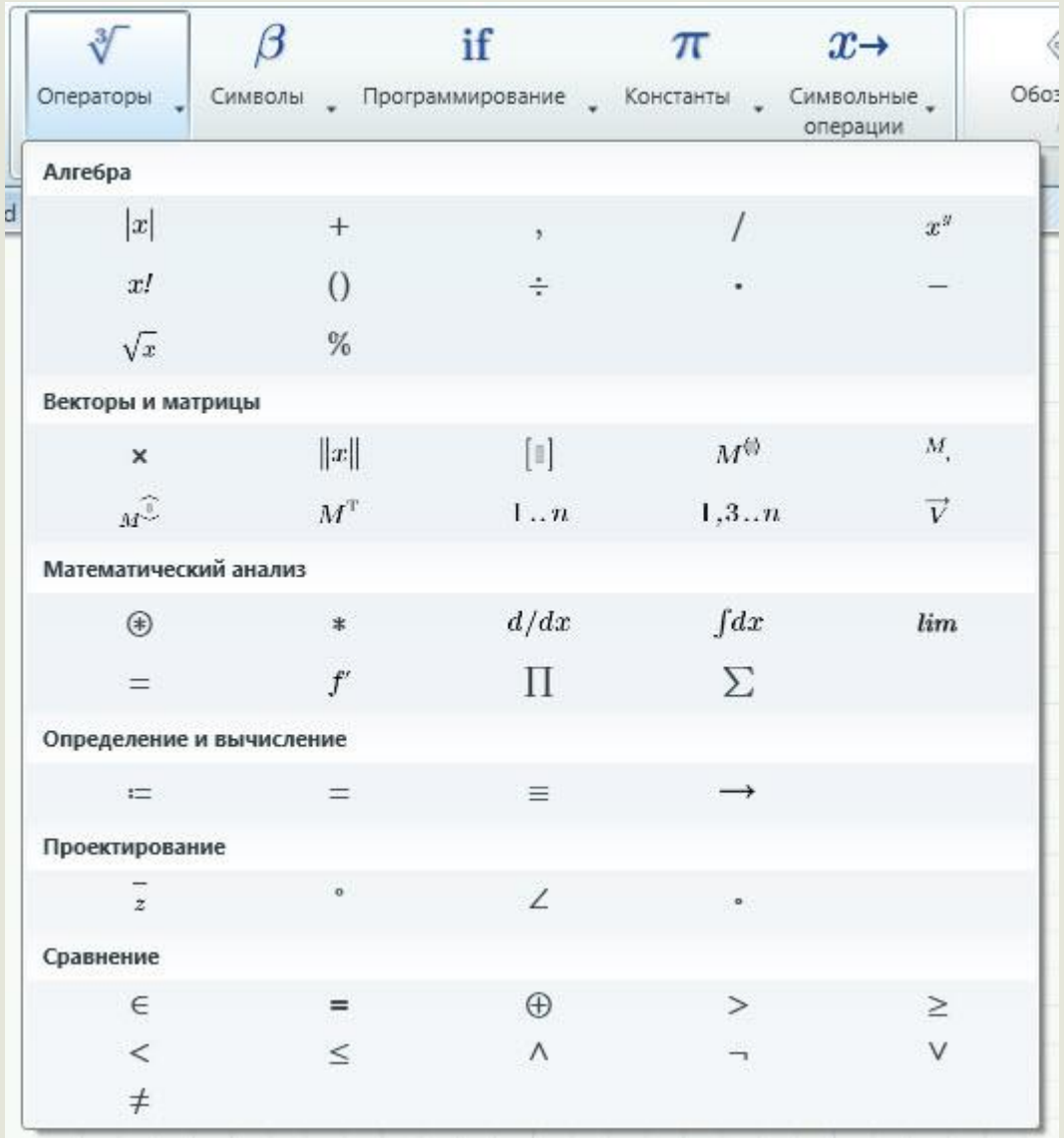
- Математика
- Ввод/вывод
- Функции
- Матрицы/таблицы
- Графики
- Форматирование формул
- Форматирование текста
- Расчет
- Документ
- Приступая к работе

- Для вычислений: Математика, Функции, Матрицы/таблицы, Графики
- Для форматирования: Форматирование текста, Документ
- Первая вкладка ленты – Математика. Щелкните по ней, если она не активна



.

- В каждой области команд есть меню. Обратите внимание на меню «Операторы». Щелкните левой кнопкой по маленькому треугольнику справа, чтобы раскрыть меню:



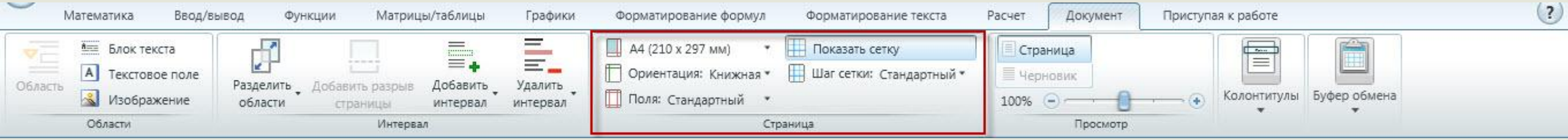
Структура документов

Mathcad

Структура документов Mathcad

- При проведении быстрых расчетов можно не задумываться о структурировании документа. Однако при написании отчета или книги важно продумывать, как будет выглядеть документ Mathcad, чтобы читающий его пользователь понял его. Выделим несколько элементов в структуре документов:
- Настройки страницы.
- Верхний и нижний колонтитулы.
- Текстовые поля.
- Настройки шрифта.

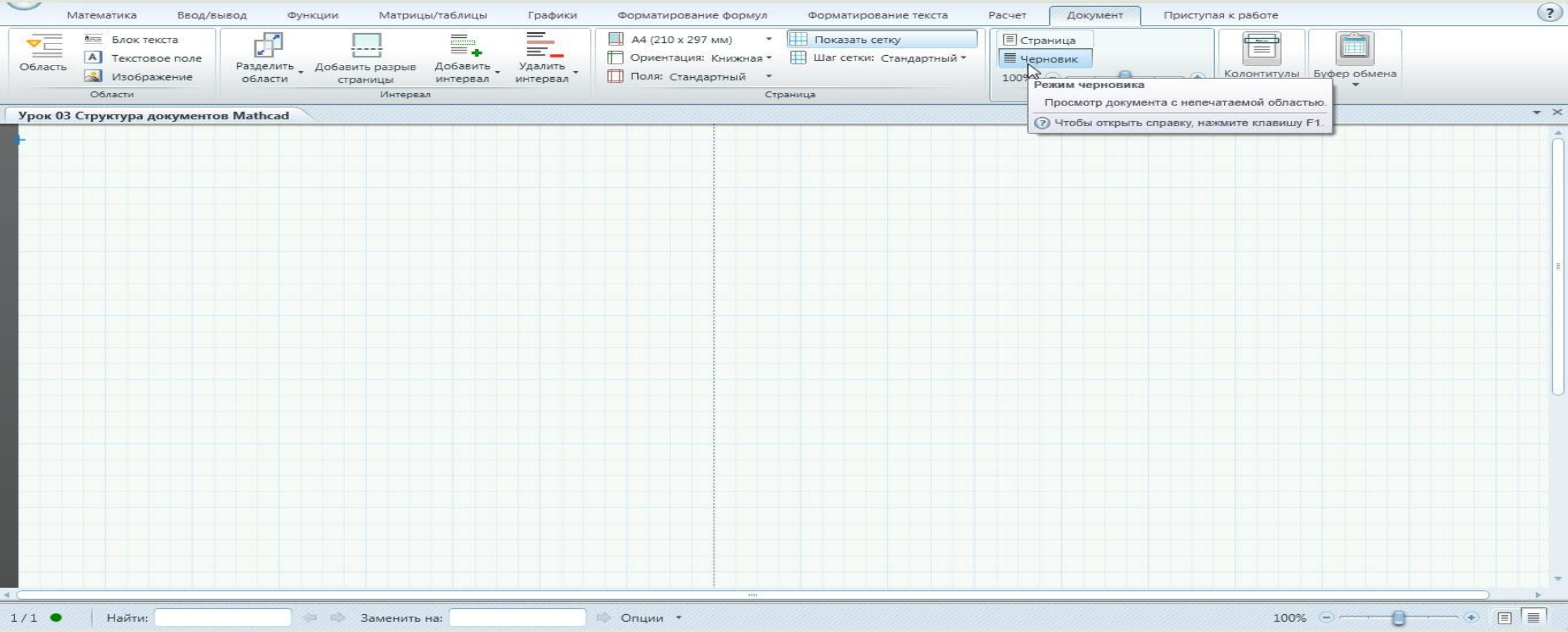
- Чтобы перейти к настройке страницы, зайдите во вкладку Документ –> Страница:



Просмотр: страница и черновик

На вкладке Документ –> Просмотр находятся те же кнопки, что и в строке состояния: Страница и Черновик. В режиме просмотра Страница размещать области вне границ полей нельзя, и документ выглядит так, как он будет напечатан.

Переключитесь в режим Черновик, и сетка расширится на всю рабочую область:



Теперь размещать области можно и в тех зонах, которые не будут выведены на печать. Эти области не будут видны при переключении обратно в режим просмотра Страница. Эту возможность можно использовать, чтобы скрыть комментарии или вычисления, которые Вы не хотите отображать в основном документе. Скрытые вычисления остаются активными:

Урок 03 Структура документов Mathcad

Вычисление с использованием скрытых переменных:

$a \cdot b = 10$

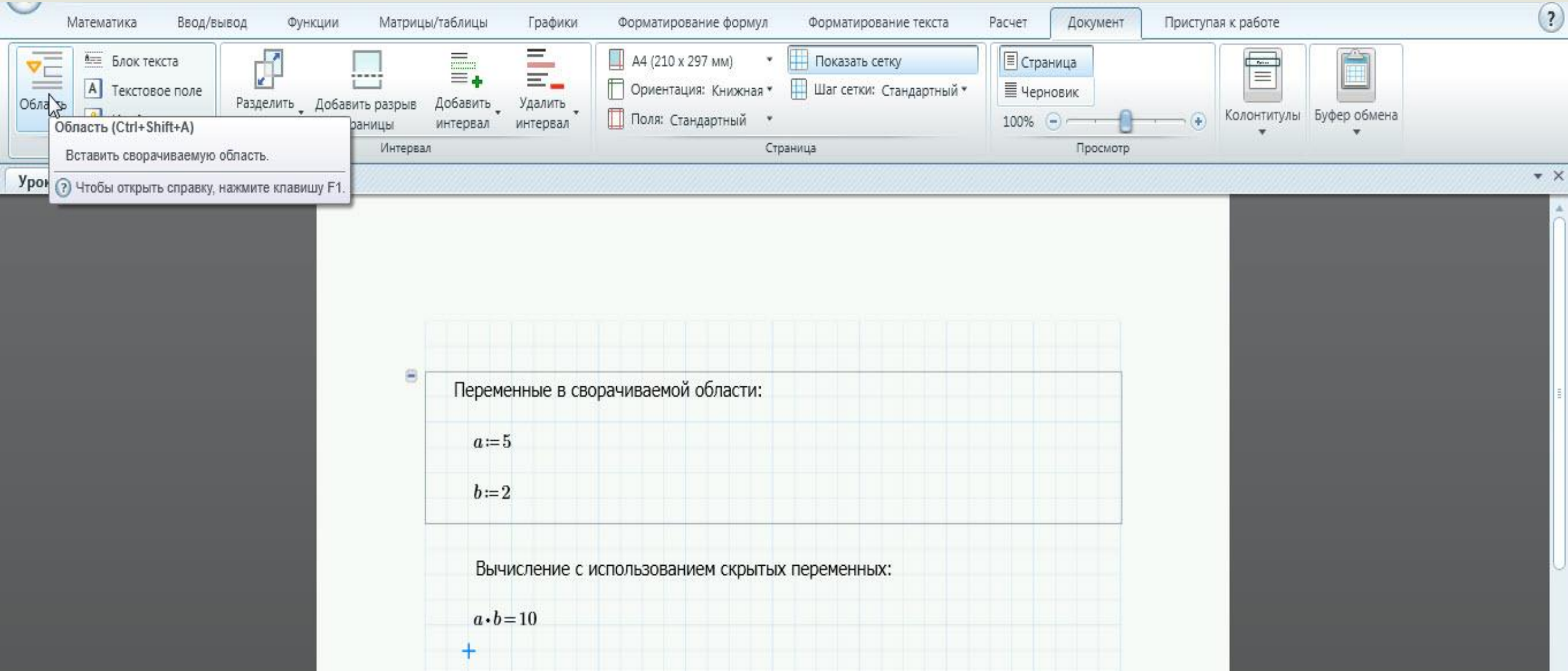
Переменные в скрытой области:

$a := 5$

$b := 2$

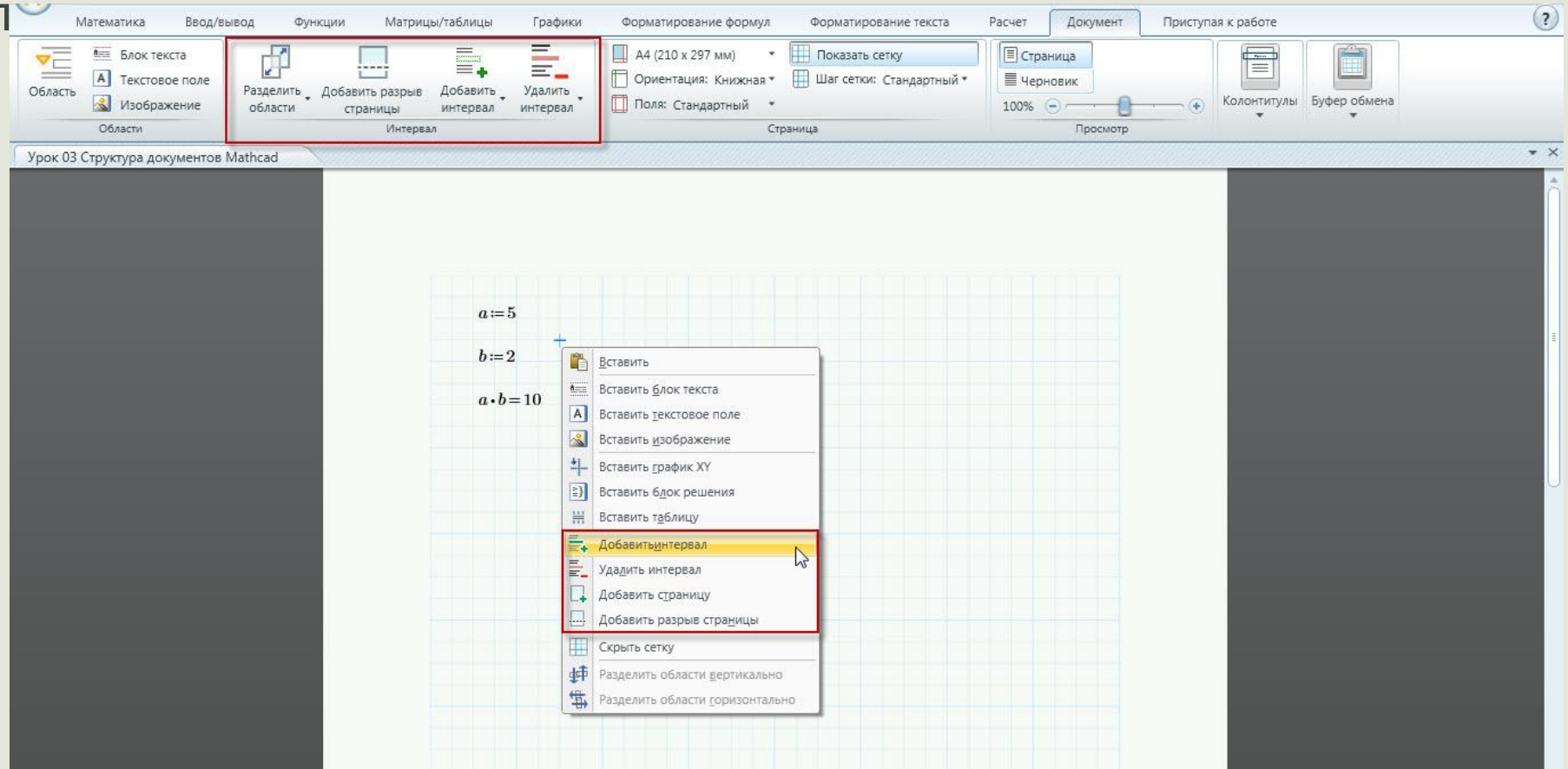
Сворачиваемые области

Есть еще один способ скрыть текст и вычисления – сворачиваемые области. Чтобы вставить такую область, перейдите на вкладку Документ –> Области –> Область:



Добавление/удаление интервалов

- несколько команд для управления интервалами. Они доступны на вкладке Документ –> Интервал или через контекстное меню, которое открывается щелчком правой кнопки мыши по пустой обл



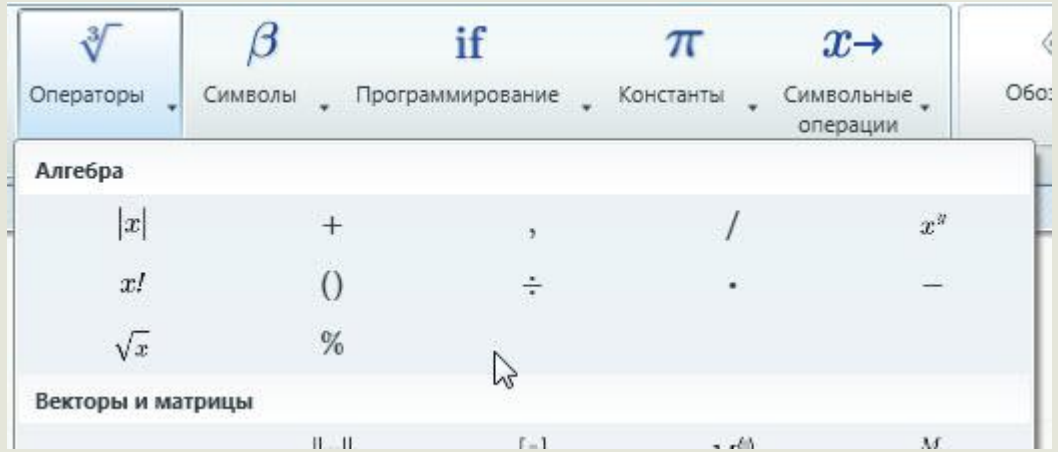
- Выберите размер страницы, ориентацию, поля, сетку и размер сетки на вкладке Документ –> Страница.
- Используйте режим просмотра Черновик, чтобы увеличить рабочую область и разрешить размещение текста и вычислений, которые будут скрыты при просмотре в режиме Страница и на печати.
- Скрыть текст и вычисления также можно, поместив их в сворачиваемую область Документ –> Области –> Области.
- Каждая страница содержит колонтитулы, которые можно редактировать по командам в меню Документ –> Колонтитулы. Колонтитулы могут содержать, например, заголовки и номера страниц.
- Текст можно поместить в блок текста или в текстовое поле. Блок текста использовать проще. Однако блок текста растягивается на всю ширину сетки, что не всегда нужно. Текстовые поля более гибкие, но ширину каждого поля приходится настраивать отдельно.
- В тексте обычно используется выравнивание по левому краю или по ширине.
- Используйте различные шрифты для основного текста и заголовков. Осторожно используйте причудливые шрифты. Выбирайте размер шрифта основного текста 11 или 12 точек.
- В Mathcad можно вставлять изображения, но нельзя редактировать — только перемещать и изменять размер.
- Следите, чтобы области не заходили на разрыв страницы.

Mathcad

- Mathcad является хорошим калькулятором, особенно удобным при использовании цифровой клавиатуры. Несмотря на то, что Mathcad требует некоторого времени для освоения, он имеет одно неоспоримое преимущество – в нем можно сохранять результаты всех вычислений и выводить их на печать.

- **Бинарные операторы**
- Большую часть вычислений можно провести с помощью так называемых «бинарных» операторов (операторы для двух чисел):
- сложение [+]
- вычитание [-]
- умножение [*]
- деление [/]
- возведение в степень [^]

Кроме того, существует оператор деления «в строку» [÷], который по функции аналогичен обычному оператору деления. Все эти операторы находятся на вкладке Математика –> Операторы, но намного быстрее использовать для их ввода клавиатуру:



- Использование бинарных операторов в Mathcadаналогично их использованию в обычном калькуляторе. Сначала щелкните мышью в пустой области, введите первое число, затем оператор, затем второе число. Для вывода результата следует нажать [=]. Например, ввод выражения [2/3=] приведет к следующему результату:

$$\frac{2}{3} = 0.667$$

- При использовании бинарных операторов Mathcad использует обычные правила старшинства операций. Попробуйте вычислить следующие выражения:

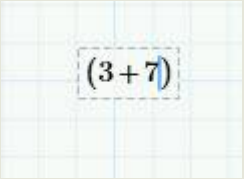
$$2 + \frac{3}{5} = 2.6$$

$$2 \cdot 3^2 = 18$$

Правила старшинства операций и скобки

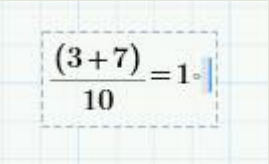
- Используя скобки, можно изменить правила старшинства операций. В вычислениях скобки набираются сразу парой. В математическ пасти введите открывающуюся скобку [(], и появится пара скобок:

- В появившийся *местозаполнитель* вводите символы дальше, например, [3+7]:



- Нажмите на стрелку вправо на клави тобы выделить закрывающую скобку, затем введите оператор деле /]

- Закончите вычисление, набрав [10=]:



- Следующие выражения можно вычислить, набрав следующие комбинации клавиш [(2+3/5→*7=] и [2+3/

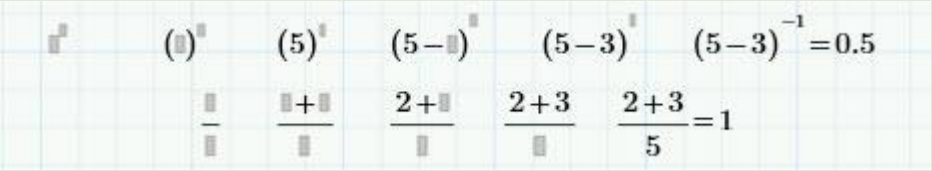
$$\left(2+\frac{3}{5}\cdot 7\right)=6.2$$

$$\left(2+\frac{3}{5}\right)\cdot 7=18.2$$

- При вводе бинарных операторов без чисел Вы получите оператор и два местозаполни

$$\square+\square \qquad \square\cdot\square \qquad \frac{\square}{\square} \qquad \square^{\square}$$

- При вводе сложных выражений часто бывает проще сначала ввести скобки и операторы, а затем вводить числа:



- При вводе сложных выражений можно допустить ошибку. Как их можно исправить, мы обсудим в уроке 6 «Редактирование выражений». А пока просто удаляйте неправильные выражения, выделяя их и нажимая [Delete].

Унарные операторы

- Существует несколько «унарных» операторов, применение которых требует только одно число: квадратный корень [\], модуль [|], факториал [!
  Примеры:

$$\sqrt{25}=5$$
$$|-3|=3$$
$$4!=24$$

- Оператор корня может быть как унарным, так и бинарным. Если не заполнять местозаполнитель над знаком корня, используе
  корень

$$\sqrt{\square} \qquad \sqrt{9} \qquad \sqrt{9}=3$$
$$\sqrt{\square} \qquad \sqrt[3]{\square} \qquad \sqrt[3]{9}=2.08$$

- Оператор [-] также может использоваться для двух сл ператор
  вычитания и как оператор отрицания. При вниматель трении
  видно, что оператор отрицания находится ближе к числу, следующему за
  ним:

$$5-2=3$$
$$-3=-3$$

Константы

- Стандартные константы Mathcad (доступны на вкладке Математика –> Операторы и символы –> I

$\infty = 1 \cdot 10^{307}$ бесконечность

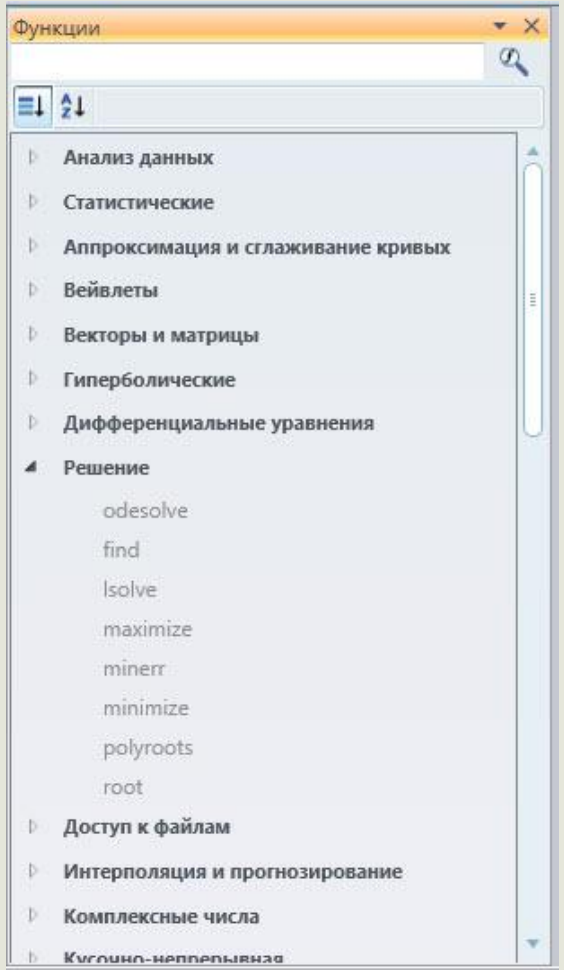
$e = 2.718$ число e - просто введите с клавиатуры

$\pi = 3.142$ число π - введите p, затем нажмите [Ctrl+G]

- Странная, но полезная константа – NaN (Not a Number– Не число). Ее можно использовать, чтобы избегать пропущенные или ошибочные зн

Функции

- Mathcad включает в себя большое число функций. Весь список можно увидеть, нажав Функции –> Все функции:

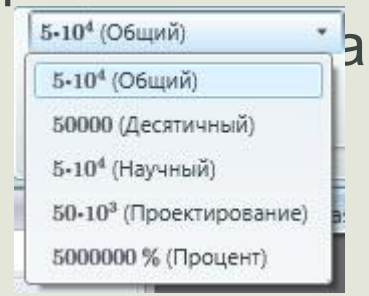


- Вот пример некоторых использования некоторых из них (обратите внимание, что у некоторых из них не совсем привычные названия, например, функцию арккосинуса следует набирать aco

$\ln(4)=1.386$	натуральный догарифм числа 4
$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=0.5$	синус числа $\pi/6$
$\log(0.01)=-2$	десятичный логарифм числа 0.01
$\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)=0.577$	тангенс числа $\pi/6$
$\exp(1)=2.718$	экспонента числа 1
$\mathrm{acos}(0.5)=1.047$	арккосинус числа 0.5
$\mathrm{rnd}(3)=0.004$ $\mathrm{rnd}(3)=0.58$ $\mathrm{rnd}(3)=1.755$	случайные числа от 1 до 3

Форматирование чисел

- Чтобы изменить формат числа, следует щелкнуть по числу и выбрать нужный формат на вкладке Форматирование формул –> Результаты. Первое меню включает в себя пять форматов: Общий, Десятичный, Научный, ание, Процент:



- Второе меню позволяет настроить число знаков после запятой.
- Продемонстрируем эти настройки на следующих числах (здесь используется оператор присваивания :=, о):

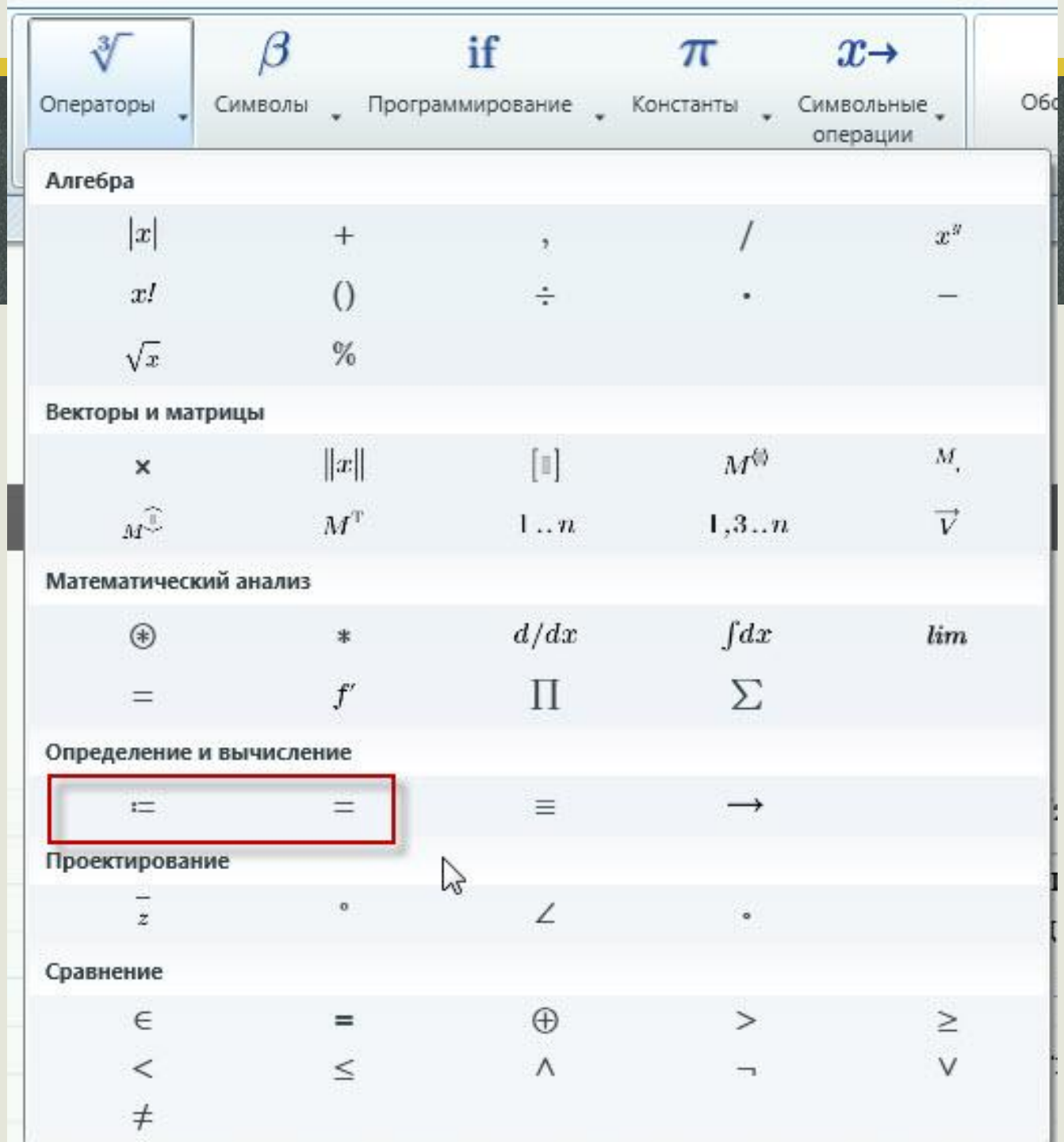
$a := 215.7$ $b := 0.0130$ $c := 104783$ $d := 10^7$

Задание:

- Щелкните мышью в пустой области, чтобы начать ввод математического выражения.
- Введите выражение с помощью операторов сложения [+], вычитания [-], умножения [*] и т.д.
- Используйте скобки для изменения правила старшинства операций. При вводе одной скобки на экране появляется сразу пара скобок. Чтобы войти или выйти из скобок, используйте стрелки или щелчок мышью.
- Чтобы составить сложное выражение, сначала наберите скобки и операторы.
- Три полезных унарных оператора: отрицание [-], модуль [|], факториал [!]. Оператор отрицания использует тот же символ, что и оператор вычитания.
- В Mathcad встроено большое число констант. Мы рассмотрели лишь ∞, e и π.
- В Mathcad есть множество функций. Большую часть из них можно ввести с клавиатуры, например, [sin(] для синуса, [exp(] для экспоненты и т.д.
- При необходимости, отформатируйте число с помощью вкладки Форматирование формул –> Результаты.

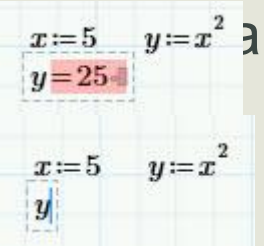
Переменные и функции в Mathcad

- Возможности Mathcad можно в полной мере оценить только при использовании переменных и функций.
- **Два знака равенства**
- В выражениях Вам необходимо использовать числа (константы), переменные, операторы и знаки равенства. В повседневной жизни мы используем знак равенства = для различных операций. Mathcad, однако, различает эти операции. Наиболее важные из них:
- определение (присвоить значение) – вводится через двоеточие [:]
- вычисление – вводится через знак равенства [=]


Операторы
Символы
Программирование
Константы
Символьные операции
Алгебра
Векторы и матрицы
Математический анализ
Определение и вычисление
Проектирование
Сравнение

- Оператор определения не менее важен, чем оператор вычисления. Значение выражения *y* можно отобразить только после присвоения ему какого-либо значения. *x* и *y* здесь являются *переменными*.
- Введите следующие выражени $x := 4 \quad y := x^2$ $y = 16$
- Эти два знака равенства принципиально различны, поэтому их не следует путать.
- Поместите курсор перед числом 4 в первом выражении. $x := 4 \quad y := x^2$ $y = 16$
- Удалите число 4 с помощью клавиши [Delete] и введите 5. Щелкните по пустой области и убедитесь, что результат третьего выражения изменился н $x := 5 \quad y := x^2$ $y = 25$

- Попробуйте удалить число 25. Вы увидите, что при первом нажатии число станет красным, а при повторном нажатии удалится 25 и знак р а:



- **Использование переменных**
- Введите следующие выражения:

$x := 0.5 \qquad y := \ln(x) \qquad y = -0.693$

- Попробуйте изменить значение *x* на 100, 0.5, -4 и 0:

$x := -4 \qquad y := \ln(x) \qquad y = 1.386 + 3.142i$

$x := 0 \qquad y := \ln(x) \qquad y = ?$

$x := 0.5 \qquad y := \ln(x) \qquad y = -0.693$

- Теперь о том, какие имена можно и нельзя использовать для переменных. Есть несколько правил: имя переменной не может начинаться с цифры и в имени переменной нельзя использовать пробелы и знаки операторов. Имена переменных могут начинаться:
- с любой строчной или прописной буквы
- другие символы, если они не являются операторами
- символы с вкладки Математика –> Операторы и символы –> Символы
- символы из Таблицы символов Windows

$x := 3$	$x^2 = 9$	
$2 \cdot X = ?$		X отличается от x
$z2 := \sin(0.7 \cdot \pi)$		числа можно использовать, но не в начале имени переменной
$количество_мешков := 24$		не рекомендуется для научных и технических вычислений
$\Psi := 15$	$\measuredangle := 60$	с вкладки Математика > Операторы и символы > Символы
$\$:= 1000$	$. := 3$	с клавиатуры

. Интегрирование и дифференцирование

- Интегрирование в Mathcad реализовано в виде вычислительного оператора. Допускается вычислять интегралы от скалярных функций в пределах интегрирования, которые также должны быть скалярами. Несмотря на то что пределы интегрирования обязаны быть действительными, подынтегральная функция может иметь и комплексные значения, поэтому и значение интеграла может быть комплексным. Если пределы интегрирования имеют размерность, то она должна быть одной и той же для обоих пределов.

Оператор интеграла

Оператор	Описание	Сочетание клавиш
$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	Возвращает неопределенный интеграл *f(x)*.	Ctrl+Shift+I
$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	Возвращает определенный интеграл переменной *f(x)* от *a* до *b*.	

Операнды

- *f* - любая функция, принимающая скалярные значения. При вычислении определенного интеграла функция *f* должна быть определена в закрытом интервале *[a, b]*. Эта функция может быть комплексной за исключением случая интегрирования с бесконечным пределом. Эта функция может иметь любое количество переменных.
- *x* является переменной интегрирования.
- *a, b* являются вещественными скалярами. Они должны иметь единицы измерения, сравнимые с *x*.

Дополнительные сведения

- Можно создать многократный интеграл, вставив интегральный оператор несколько раз.
- Подынтегральные выражения с острым максимумом или подынтегральные выражения с формой, не характеризующейся полностью одним масштабом длин, могут вычисляться неточно. Такие функции можно интегрировать по частям.
- Этот оператор может также быть вычислен аналитически для интегралов с решением в закрытой форме.
- Чтобы получить результат интегрирования, следует ввести знак равенства или символьного равенства. В первом случае интегрирование будет проведено численным методом, во втором — в случае успеха, будет найдено точное значение интеграла с помощью символьного процессора Mathcad. Конечно, символьное интегрирование возможно только для небольшого круга несложных подынтегральных функций.