

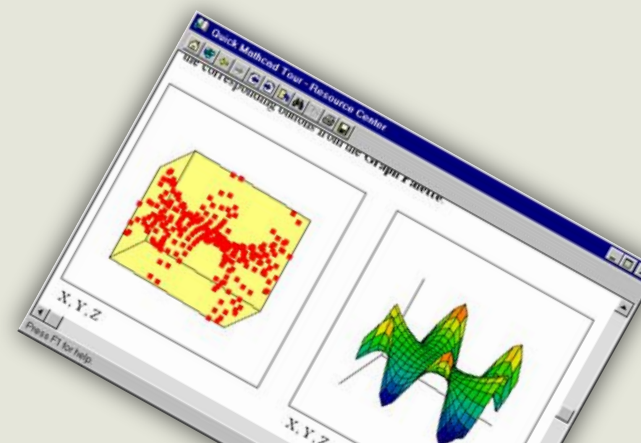
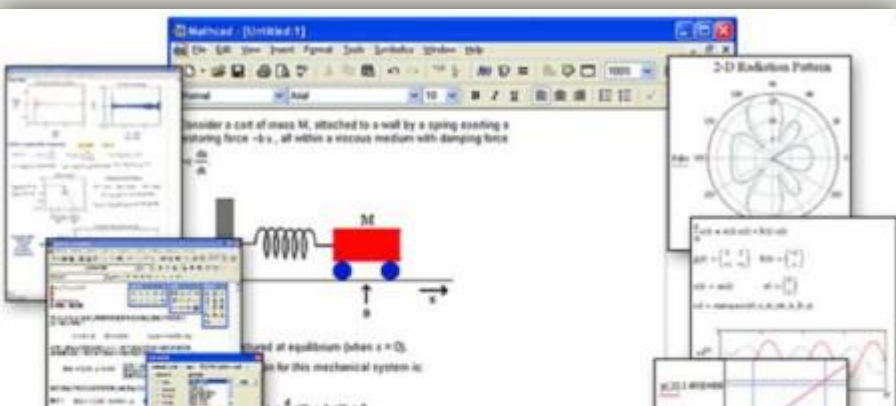


Математический пакет MathCad

Интегрирование. Об алгоритмах интегрирования
Дифференцирование. Производные высших порядков



- Система MathCAD – пакет, предназначенный, для проведения математических расчетов, который содержит текстовый редактор, вычислитель, графический процессор
- Фирма MathSoft Inc.(США) выпустила первую версию системы в 1986 г. Главная отличительная особенность системы MathCAD заключается в её входном языке, который максимально приближён к естественному математическому языку, используемому как в трактатах по математике, так и вообще в научной литературе. Используется принцип *WYSIWYG (What You See Is What You Get* - «что видите, то и получаете»).



- **Текстовый редактор** служит для ввода и редактирования текстов. Текст может состоять из слов, мат. выражений и формул. MathCAD использует общепринятую мат. Символику.
- **Вычислитель** обеспечивает вычисления по мат. Формулам и имеет большой набор мат. Функций.
- **Графический процессор** используется для построения графиков и поверхностей

ЗАДАЧИ

- подготовка научно-технической документации, содержащей текст и формулы в привычной для специалиста форме;
- вычисления результатов математических операций с константами, переменными и размерными физическими величинами;
- векторные и матричные операции;
- решение уравнений и систем уравнений;
- статистические расчеты и анализ данных;
- построение графиков;
- аналитические преобразования и аналитическое решение уравнений и систем;
- аналитическое и численное дифференцирование и интегрирование;
- решение дифференциальных уравнений

Введение в Mathcad

- Урок 1. Введение в Mathcad
- В этом цикле уроков мы научимся работе с математическим пакетом PTC Mathcad Prime 3.0. Почему же многие пользователи отдают предпочтение именно этой программе?
- Все функции реализованы в едином интерфейсе.
- Вид формул привычен для пользователей-непрограммистов.
- Помимо самих расчетов, можно использовать текст, графики и иллюстрации.
- Динамичная, «живая» математика. Изменения в расчетах сразу ведут к изменениям в результатах вычислений.
- Результаты легко может прочитать любой ученый или инженер (не обязательно пользователь Mathcad).

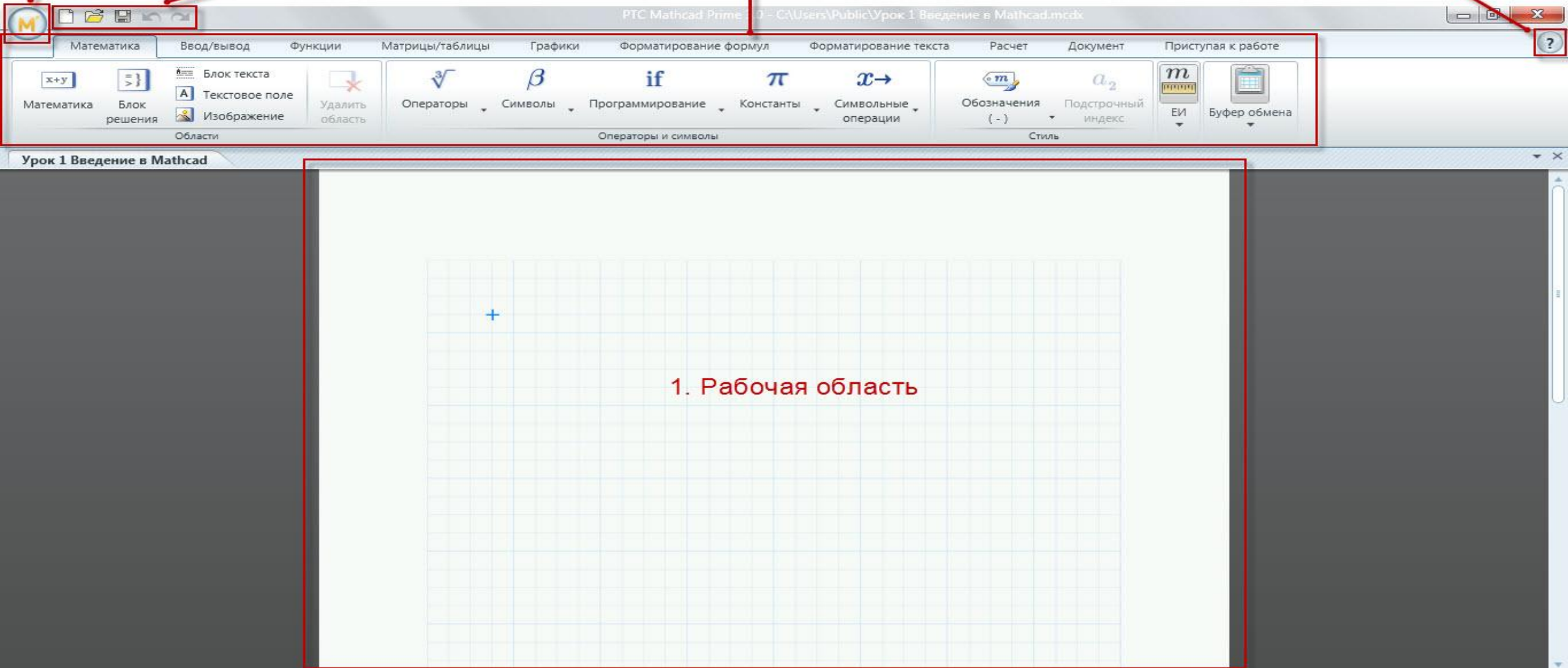
Интерфейс

3. Кнопка Mathcad

4. Панель быстрого доступа

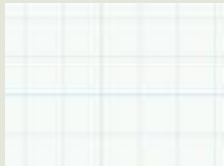
2. Лента

6. Кнопка справки



Рабочая область

Рабочая область – важная часть интерфейса Mathcad. На ней могут содержаться четыре вида областей:

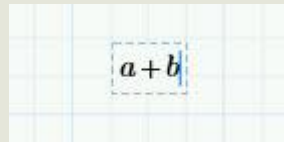


Здесь
введен
текст

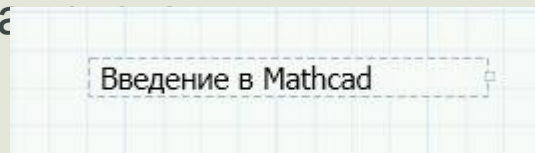
$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx = 2$$

- 1. Пустая область
- 2. Текст
- 3. Математическое выражение
- 4. Изображение

- есть области графиков и таблицы. По свойствам они сходны с областями математических выражений – о них пойдет речь позже в нашем курсе.
- Щелкните по пустой области. Появится курсор в виде синего перекрестия:



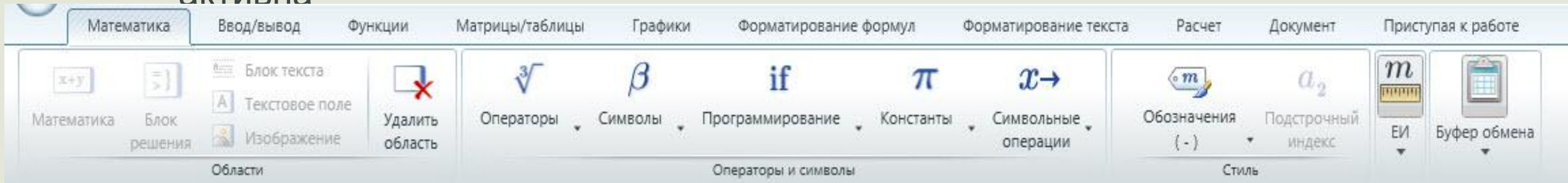
- На его место можно поместить текст, математическое выражение или изображение. Вне пересечения сетки курсор поставить нельзя. Нажмите снова на пустую область и введите **a+b** (без пробелов):
- Вы ввели свое первое математическое выражение и создали, таким образом, *область* с математическим выражением.
- Щелкните левой кнопкой мыши ниже выражения и нажмите сочетание клавиш [Ctrl+T]. Появится поле для ввода



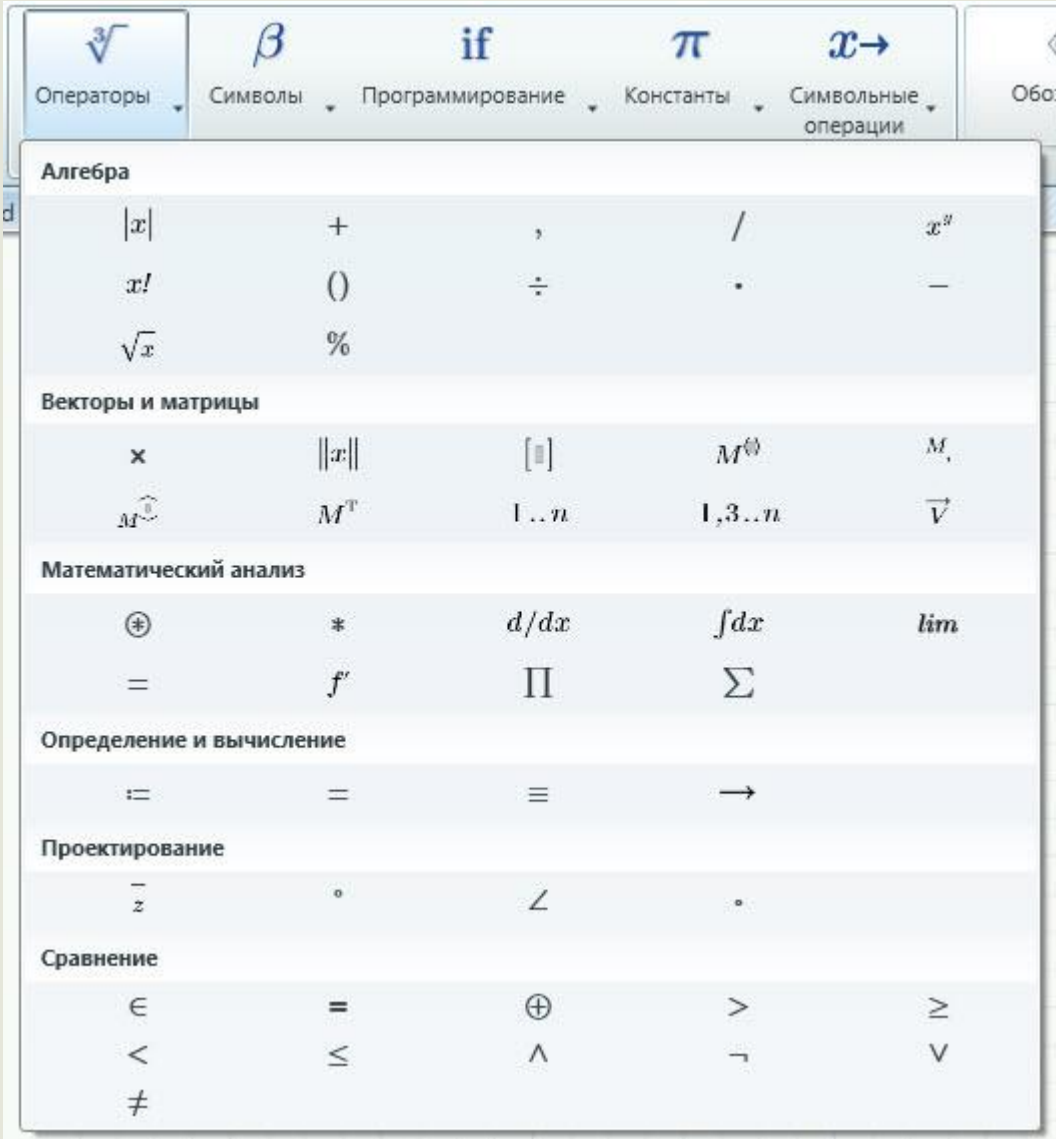
Лента

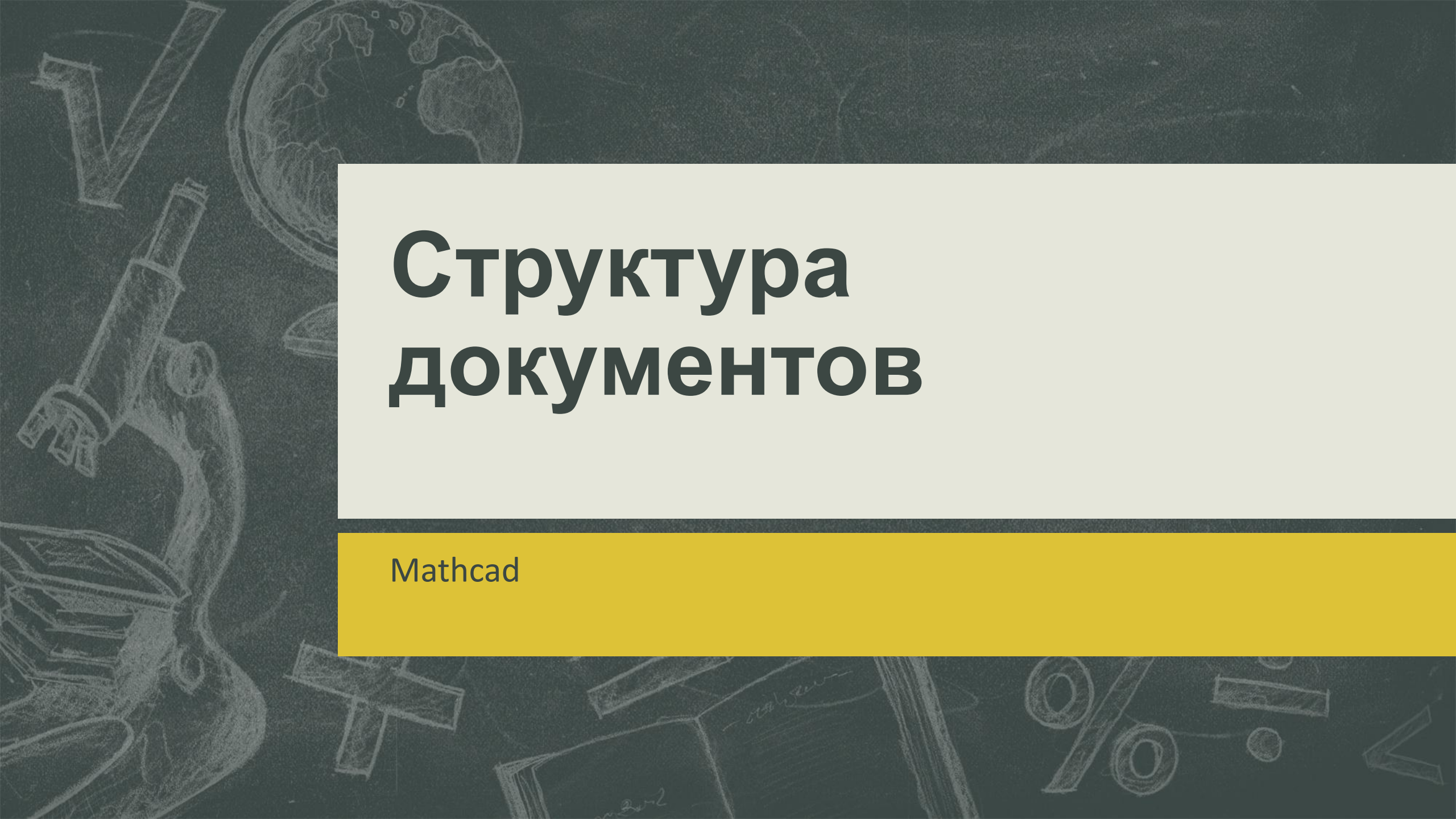
- Математика
- Ввод/вывод
- Функции
- Матрицы/таблицы
- Графики
- Форматирование формул
- Форматирование текста
- Расчет
- Документ
- Приступая к работе

- Для вычислений: Математика, Функции, Матрицы/таблицы, Графики
- Для форматирования: Форматирование текста, Документ
- Первая вкладка ленты – Математика. Щелкните по ней, если она не активна



- В каждой области команд есть меню. Обратите внимание на меню «Операторы». Щелкните левой кнопкой по маленькому треугольнику справа, чтобы раскрыть меню:



The background is a dark, textured surface with various light-colored sketches. On the left, there is a detailed drawing of a microscope. Above it, a globe of the Earth is visible. In the bottom right, there are sketches of mathematical symbols including a percentage sign, an exclamation mark, and a less-than sign. In the bottom center, there is a sketch of an open book with some illegible text on its pages. The overall theme is scientific and technical.

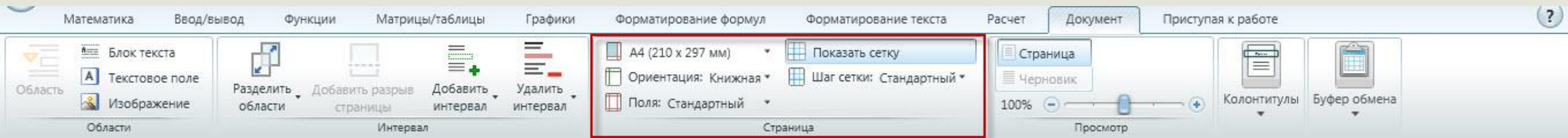
Структура ДОКУМЕНТОВ

Mathcad

Структура документов Mathcad

- При проведении быстрых расчетов можно не задумываться о структурировании документа. Однако при написании отчета или книги важно продумывать, как будет выглядеть документ Mathcad, чтобы читающий его пользователь понял его. Выделим несколько элементов в структуре документов:
- Настройки страницы.
- Верхний и нижний колонтитулы.
- Текстовые поля.
- Настройки шрифта.

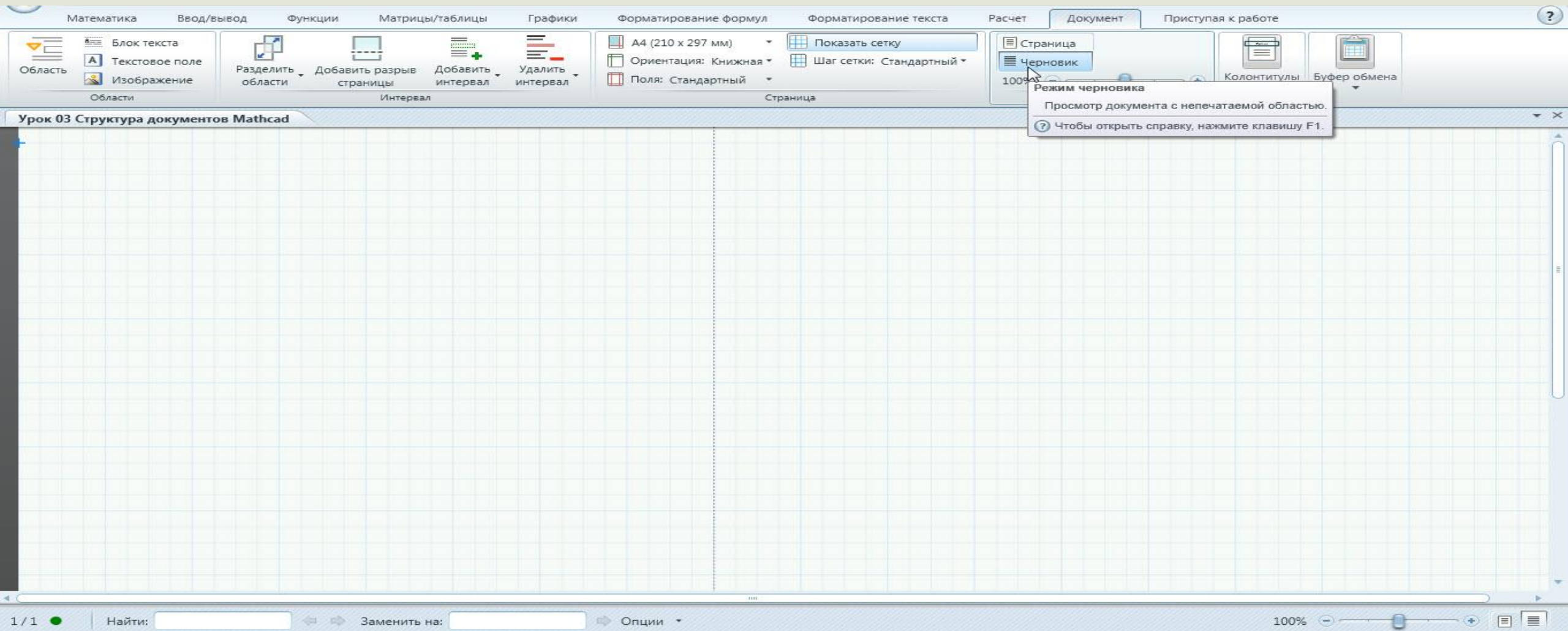
- Чтобы перейти к настройке страницы, зайдите во вкладку Документ → Страница:



Просмотр: страница и черновик

На вкладке Документ → Просмотр находятся те же кнопки, что и в строке состояния: Страница и Черновик. В режиме просмотра Страница размещать области вне границ полей нельзя, и документ выглядит так, как он будет напечатан.

Переключитесь в режим Черновик, и сетка расширится на всю рабочую область:



Теперь размещать области можно и в тех зонах, которые не будут выведены на печать. Эти области не будут видны при переключении обратно в режим просмотра Страница. Эту возможность можно использовать, чтобы скрыть комментарии или вычисления, которые Вы не хотите отображать в основном документе. Скрытые вычисления остаются активными:

Урок 03 Структура документов Mathcad

Вычисление с использованием скрытых переменных:

$$a \cdot b = 10$$

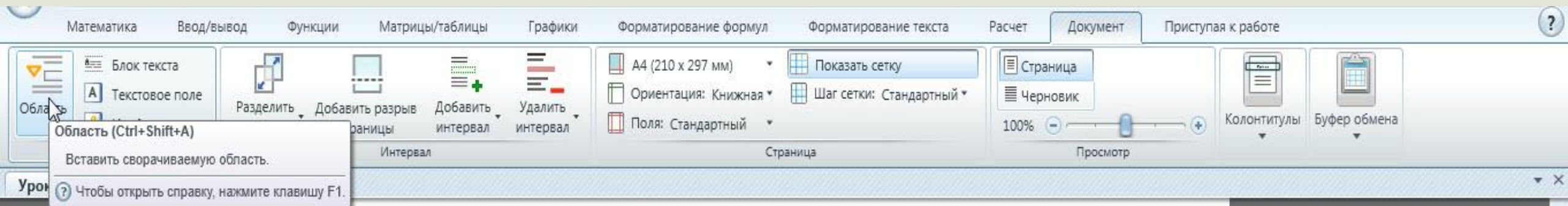
+

Переменные в скрытой области:

$$a := 5$$
$$b := 2$$

Сворачиваемые области

Есть еще один способ скрыть текст и вычисления – сворачиваемые области. Чтобы вставить такую область, перейдите на вкладку Документ → Области → Область:



Переменные в сворачиваемой области:

$$a := 5$$
$$b := 2$$

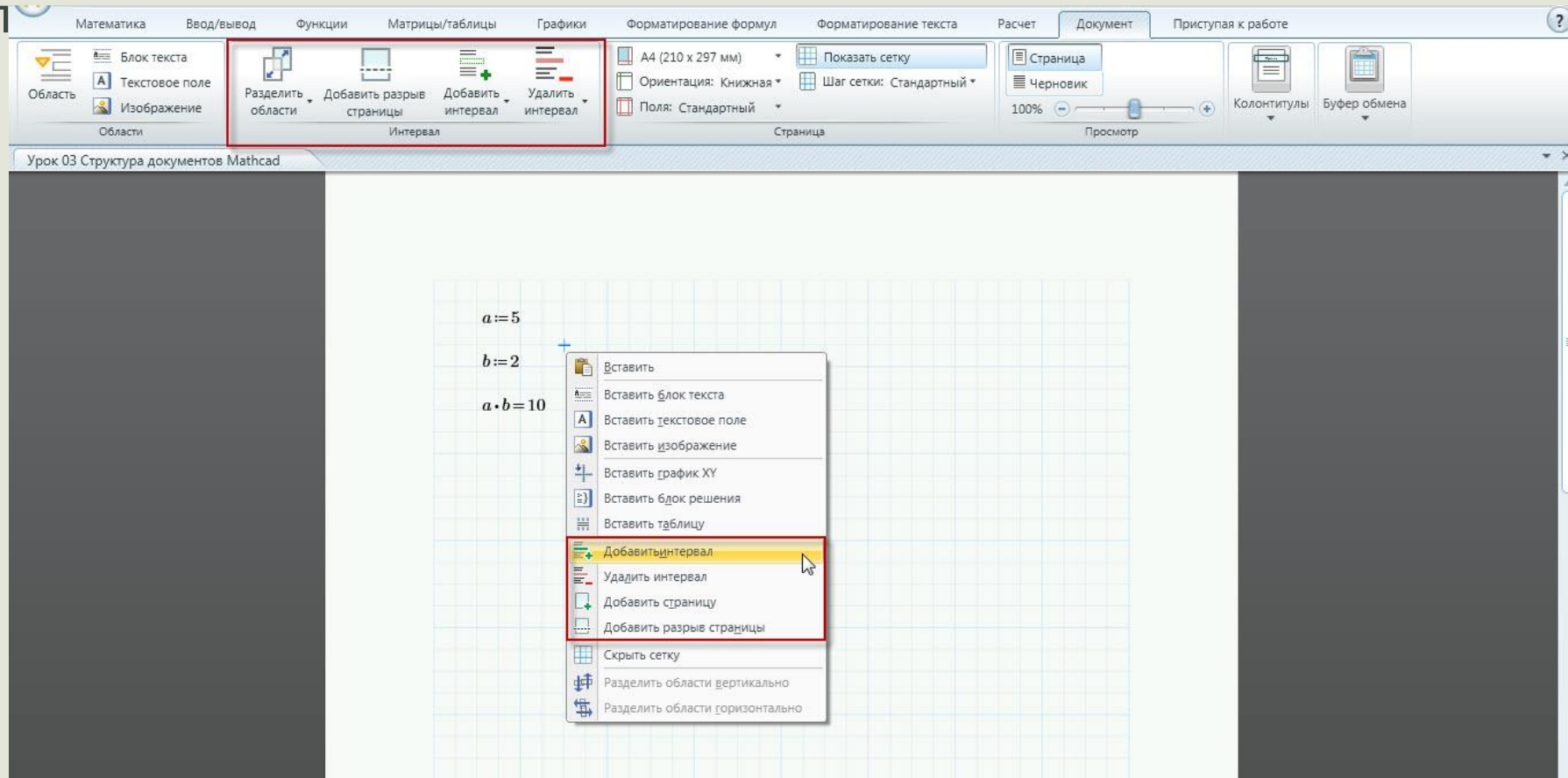
Вычисление с использованием скрытых переменных:

$$a \cdot b = 10$$

+

Добавление/удаление интервалов

- несколько команд для управления интервалами. Они доступны на вкладке Документ → Интервал или через контекстное меню, которое открывается щелчком правой кнопки мыши по пустой обл



- Выберите размер страницы, ориентацию, поля, сетку и размер сетки на вкладке Документ → Страница.
- Используйте режим просмотра Черновик, чтобы увеличить рабочую область и разрешить размещение текста и вычислений, которые будут скрыты при просмотре в режиме Страница и на печати.
- Скрыть текст и вычисления также можно, поместив их в сворачиваемую область Документ → Области → Области.
- Каждая страница содержит колонтитулы, которые можно редактировать по командам в меню Документ → Колонтитулы. Колонтитулы могут содержать, например, заголовки и номера страниц.
- Текст можно поместить в блок текста или в текстовое поле. Блок текста использовать проще. Однако блок текста растягивается на всю ширину сетки, что не всегда нужно. Текстовые поля более гибкие, но ширину каждого поля приходится настраивать отдельно.
- В тексте обычно используется выравнивание по левому краю или по ширине.
- Используйте различные шрифты для основного текста и заголовков. Осторожно используйте причудливые шрифты. Выбирайте размер шрифта основного текста 11 или 12 точек.
- В Mathcad можно вставлять изображения, но нельзя редактировать — только перемещать и изменять размер.
- Следите, чтобы области не заходили на разрыв страницы.

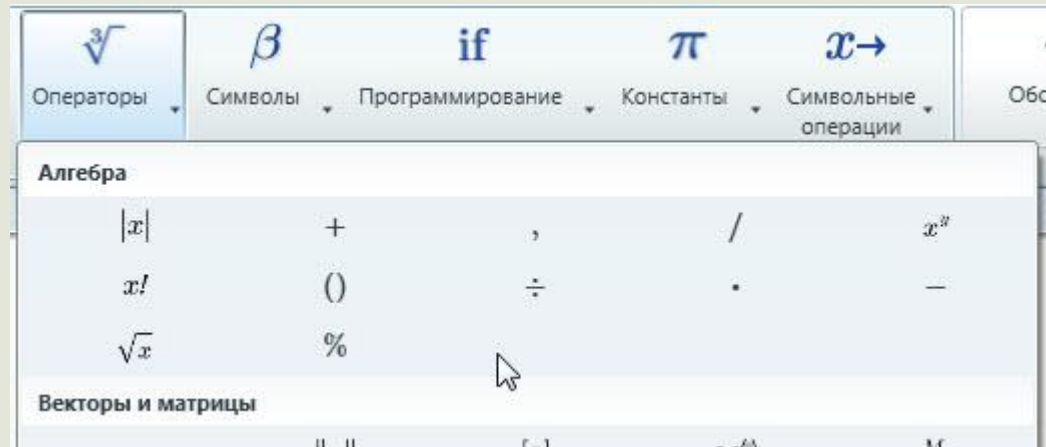
Mathcad

- Mathcad является хорошим калькулятором, особенно удобным при использовании цифровой клавиатуры. Несмотря на то, что Mathcad требует некоторого времени для освоения, он имеет одно неоспоримое преимущество – в нем можно сохранять результаты всех вычислений и выводить их на печать.

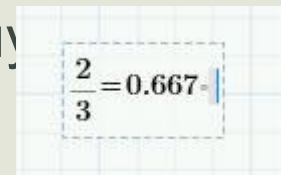
▪ Бинарные операторы

- Большую часть вычислений можно провести с помощью так называемых «бинарных» операторов (операторы для двух чисел):
 - сложение [+]
 - вычитание [-]
 - умножение [*]
 - деление [/]
 - возведение в степень [^]

Кроме того, существует оператор деления «в строку» [\div], который по функции аналогичен обычному оператору деления. Все эти операторы находятся на вкладке Математика → Операторы, но намного быстрее использовать для их ввода клавиатуру:

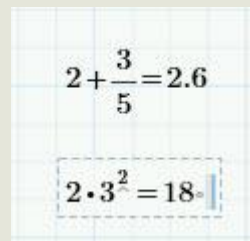


- Использование бинарных операторов в Mathcad аналогично их использованию в обычном калькуляторе. Сначала щелкните мышью в пустой области, введите первое число, затем оператор, затем второе число. Для вывода результата следует нажать [=]. Например, ввод выражения [2/3=] приведет к следующему результату:



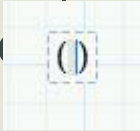
A screenshot of the Mathcad interface showing a grid background. The expression $\frac{2}{3} = 0.667$ is displayed. The equals sign and the result are highlighted with a dashed rectangular box, indicating that the calculation has been completed.

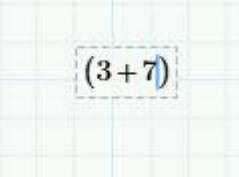
- При использовании бинарных операторов Mathcad использует обычные правила старшинства операций. Попробуйте вычислить следующие выражения:

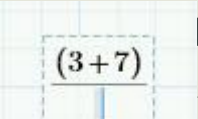


A screenshot of the Mathcad interface showing a grid background. Two expressions are displayed. The first is $2 + \frac{3}{5} = 2.6$. The second is $2 \cdot 3^2 = 18$. The second expression is highlighted with a dashed rectangular box, indicating it is the current focus.

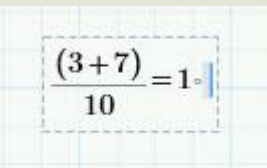
Правила старшинства операций и скобки

- Используя скобки, можно изменить правила старшинства операций. В вычислениях скобки набираются сразу парой. В математической клавиатуре введите открывающую скобку $[$, и появится пара скобок: 

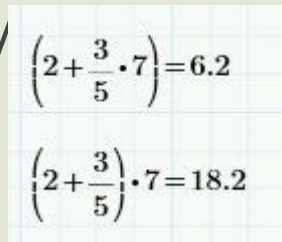
- В появившийся *местозаполнитель* вводите символы дальше, например, $[3+7]$: 

- Нажмите на стрелку вправо на клавиатуре, чтобы выделить закрывающую скобку, затем введите оператор деления $/$: 

- Закончите вычисление, набрав $[10=]$


$$\frac{(3+7)}{10} = 1.0$$

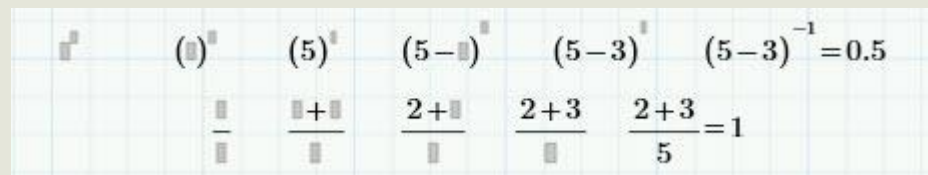
- Следующие выражения можно вычислить, набрав следующие комбинации клавиш [(2+3/5→*7=)] и [2+3/


$$\left(2 + \frac{3}{5} \cdot 7\right) = 6.2$$
$$\left(2 + \frac{3}{5}\right) \cdot 7 = 18.2$$

- При вводе бинарных операторов без чисел Вы получите оператор и два местозаполни:



- При вводе сложных выражений часто бывает проще сначала ввести скобки и операторы, а затем вводить числа:



	(0)	(5)	(5-)	(5-3)	(5-3) ⁻¹ = 0.5
	$\frac{2}{5}$	$\frac{2+3}{5}$	$\frac{2+3}{5}$	$\frac{2+3}{5}$	$\frac{2+3}{5} = 1$

- При вводе сложных выражений можно допустить ошибку. Как их можно исправить, мы обсудим в уроке 6 «Редактирование выражений». А пока просто удаляйте неправильные выражения, выделяя их и нажимая [Delete].

Унарные операторы

- Существует несколько «унарных» операторов, применение которых требует только одно число: квадратный корень [$\sqrt{\quad}$], модуль [$|\quad|$], факториал [$\quad!$]

Примеры:

$$\begin{aligned}\sqrt{25} &= 5 \\ |-3| &= 3 \\ 4! &= 24\end{aligned}$$

- Оператор корня может быть как унарным, так и бинарным. Если не заполнять местозаполнитель над знаком корня, используется квадратный корень

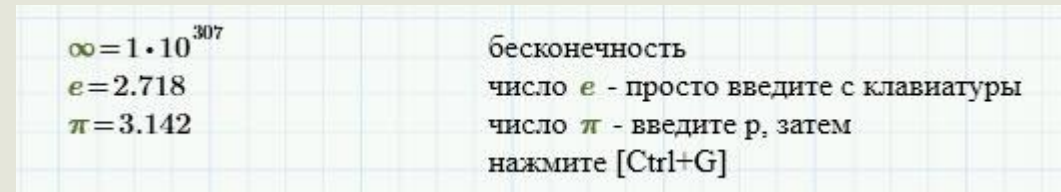
$$\begin{array}{ccc}\sqrt{\quad} & \sqrt{9} & \sqrt{9}=3 \\ \sqrt{\quad} & \sqrt[3]{\quad} & \sqrt[3]{9}=2.08\end{array}$$

- Оператор [$-$] также может использоваться для двух случаев: как оператор вычитания и как оператор отрицания. При внимательном рассмотрении видно, что оператор отрицания находится ближе к числу, следующему за ним:

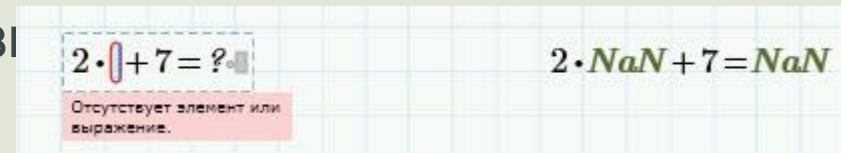
$$\begin{array}{c}5 - 2 = 3 \\ -3 = -3\end{array}$$

Константы

- Стандартные константы Mathcad (доступны на вкладке Математика → Операторы и СИМВОЛЫ →

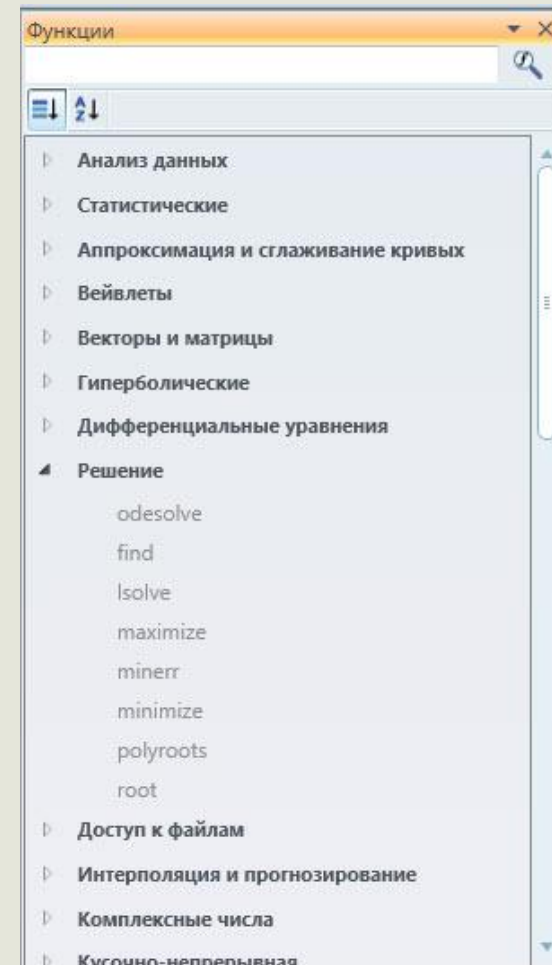


- Странная, но полезная константа – NaN (Not a Number – Не число). Ее можно использовать, чтобы избежать пропущенные или ошибочные значения



Функции

- Mathcad включает в себя большое число функций. Весь список можно увидеть, нажав Функции → Все функции:

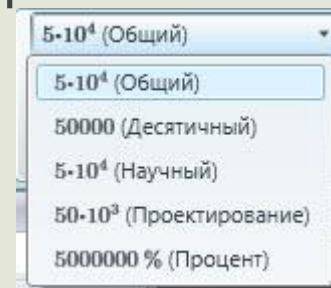


- Вот пример некоторых использования некоторых из них (обратите внимание, что у некоторых из них не совсем привычные названия, например, функцию арккосинуса следует набирать асо

$\ln(4) = 1.386$	натуральный догарифм числа 4
$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5$	синус числа $\pi/6$
$\log(0.01) = -2$	десятичный логарифм числа 0.01
$\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.577$	тангенс числа $\pi/6$
$\exp(1) = 2.718$	экспонента числа 1
$\text{acos}(0.5) = 1.047$	арккосинус числа 0.5
$\text{rnd}(3) = 0.004$	случайные числа от 1 до 3
$\text{rnd}(3) = 0.58$	
$\text{rnd}(3) = 1.755$	

Форматирование чисел

- Чтобы изменить формат числа, следует щелкнуть по числу и выбрать нужный формат на вкладке Форматирование формул → Результаты. Первое меню включает в себя пять форматов: Общий, Десятичный, Научный, Проектирование, Процент:



- Второе меню позволяет настроить число знаков после запятой.
- Продемонстрируем эти настройки на следующих числах (здесь используется оператор присваивания :=, 0):

$a := 215.7$	$b := 0.0130$	$c := 104783$	$d := 10^7$
--------------	---------------	---------------	-------------

Задание:

- Щелкните мышью в пустой области, чтобы начать ввод математического выражения.
- Введите выражение с помощью операторов сложения [+], вычитания [-], умножения [*] и т.д.
- Используйте скобки для изменения правила старшинства операций. При вводе одной скобки на экране появляется сразу пара скобок. Чтобы войти или выйти из скобок, используйте стрелки или щелчок мышью.
- Чтобы составить сложное выражение, сначала наберите скобки и операторы.
- Три полезных унарных оператора: отрицание [-], модуль [|], факториал [!]. Оператор отрицания использует тот же символ, что и оператор вычитания.
- В Mathcad встроено большое число констант. Мы рассмотрели лишь ∞ , e и π .
- В Mathcad есть множество функций. Большую часть из них можно ввести с клавиатуры, например, [sin()] для синуса, [exp()] для экспоненты и т.д.
- При необходимости, отформатируйте число с помощью вкладки Форматирование формул → Результаты.

Переменные и функции в Mathcad

- Возможности Mathcad можно в полной мере оценить только при использовании переменных и функций.
- **Два знака равенства**
- В выражениях Вам необходимо использовать числа (константы), переменные, операторы и знаки равенства. В повседневной жизни мы используем знак равенства = для различных операций. Mathcad, однако, различает эти операции. Наиболее важные из них:
- определение (присвоить значение) – вводится через двоеточие [:]
- вычисление – вводится через знак равенства [=]

Алгебра

$ x $	+	,	/	x^y
$x!$	()	÷	•	-
\sqrt{x}	%			

Векторы и матрицы

\times	$\ x\ $	[]	$M^{(i)}$	$M,$
$M^{\hat{i}}$	M^T	1..n	1,3..n	\vec{V}

Математический анализ

\oplus	*	d/dx	$\int dx$	\lim
=	f'	\prod	\sum	

Определение и вычисление

$:=$	=	\equiv	\rightarrow
------	---	----------	---------------

Проектирование

\bar{z}	•	\angle	•
-----------	---	----------	---

Сравнение

\in	\equiv	\oplus	$>$	\geq
$<$	\leq	\wedge	\lrcorner	\vee
\neq				

- Оператор определения не менее важен, чем оператор вычисления. Значение выражения y можно отобразить только после присвоения ему какого-либо значения. x и y здесь являются *переменными*.

- Введите следующие выражения

```
x:=4   y:=x2
y=16
```

- Эти два знака равенства принципиально различны, поэтому их не следует путать.

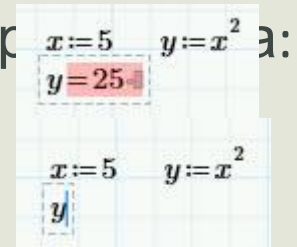
```
x:=4   y:=x2
y=16
```

- Поместите курсор перед числом 4 в первом выражении.

- Удалите число 4 с помощью клавиши [Delete] и введите 5. Щелкните по области и убедитесь, что результат третьего выражения изменился на

```
x:=5   y:=x2
y=25
```

- Попробуйте удалить число 25. Вы увидите, что при первом нажатии число станет красным, а при повторном нажатии удалится 25 и знак р



- **Использование переменных**
- Введите следующие выражения:

$x := 0.5$	$y := \ln(x)$	$y = -0.693$
------------	---------------	--------------

- Попробуйте изменить значение x на 100, 0.5, -4 и 0:

$x := -4$	$y := \ln(x)$	$y = 1.386 + 3.142i$
-----------	---------------	----------------------

$x := 0$	$y := \ln(x)$	$y = ?$
----------	---------------	---------

$x := 0.5$	$y := \ln(x)$	$y = -0.693$
------------	---------------	--------------

- Теперь о том, какие имена можно и нельзя использовать для переменных. Есть несколько правил: имя переменной не может начинаться с цифры и в имени переменной нельзя использовать пробелы и знаки операторов. Имена переменных могут начинаться:
 - с любой строчной или прописной буквы
 - другие символы, если они не являются операторами
 - символы с вкладки Математика → Операторы и символы → Символы
 - символы из Таблицы символов Windows

$x := 3$ $x^2 = 9$

$2 \cdot X = ?$

X отличается от x

$z2 := \sin(0.7 \cdot \pi)$

числа можно использовать,
но не в начале имени
переменной

$\text{количество_мешков} := 24$

не рекомендуется для
научных и технических
вычислений

$\Psi := 15$ $\angle := 60$

с вкладки Математика > Операторы и
символы > Символы

$\$:= 1000$ $. := 3$

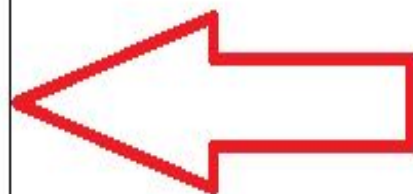
с клавиатуры

. Интегрирование и дифференцирование

- Интегрирование в Mathcad реализовано в виде вычислительного оператора. Допускается вычислять интегралы от скалярных функций в пределах интегрирования, которые также должны быть скалярами. Несмотря на то что пределы интегрирования обязаны быть действительными, подынтегральная функция может иметь и комплексные значения, поэтому и значение интеграла может быть комплексным. Если пределы интегрирования имеют размерность, то она должна быть одной и той же для обоих пределов.

Оператор интеграла

Оператор	Описание	Сочетание клавиш
$\int f(x) dx$	Возвращает неопределенный интеграл $f(x)$.	Ctrl+Shift+I
$\int_a^b f(x) dx$	Возвращает определенный интеграл переменной $f(x)$ от a до b .	



Операнды

- f - любая функция, принимающая скалярные значения. При вычислении определенного интеграла функция f должна быть определена в закрытом интервале $[a, b]$. Эта функция может быть комплексной за исключением случая интегрирования с бесконечным пределом. Эта функция может иметь любое количество переменных.
- x является переменной интегрирования.
- a, b являются вещественными скалярами. Они должны иметь единицы измерения, сравнимые с x .

Дополнительные сведения

- Можно создать многократный интеграл, вставив интегральный оператор несколько раз.
- Подынтегральные выражения с острым максимумом или подынтегральные выражения с формой, не характеризующейся полностью одним масштабом длин, могут вычисляться неточно. Такие функции можно интегрировать по частям.
- Этот оператор может также быть вычислен аналитически для интегралов с решением в закрытой форме.
- Чтобы получить результат интегрирования, следует ввести знак равенства или символьного равенства. В первом случае интегрирование будет проведено численным методом, во втором — в случае успеха, будет найдено точное значение интеграла с помощью символьного процессора Mathcad. Конечно, символическое интегрирование возможно только для небольшого круга несложных подынтегральных функций.