

# НАШ ПРИНЦИП – КАЧЕСТВО!

## МАТЕМАТИКА

ООО "РЕЗОЛЬВЕНТА"

МОСКВА, 2009

[5informatika.net](http://5informatika.net)

# СЛАЙД-ЛЕКЦИЯ № 1

ТЕМА ЛЕКЦИИ:

«МАТРИЦЫ И ДЕЙСТВИЯ НАД  
НИМИ»

# ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. ПОНЯТИЕ И ВИДЫ МАТРИЦ
2. СТРОКИ, СТОЛБЦЫ, ЭЛЕМЕНТЫ И РАЗМЕР МАТРИЦ
3. ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ

# ПОНЯТИЕ И ВИДЫ МАТРИЦ

# ОПРЕДЕЛЕНИЯ

**МАТРИЦЕЙ** НАЗЫВАЕТСЯ  
ПРЯМО-УГОЛЬНАЯ ИЛИ  
КВАДРАТНАЯ ТАБЛИЦА,  
ЗАПОЛНЕННАЯ ЧИСЛАМИ.

ЧИСЛА, ЗАПОЛНЯЮЩИЕ  
МАТРИЦУ, НАЗЫВАЮТСЯ  
**ЭЛЕМЕНТАМИ** МАТРИЦЫ.

# ВИДЫ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix} \text{ Прямоугольная матрица}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 22 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ Матрица-столбец}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \text{ Квадратная матрица}$$

$$(1 \quad -3 \quad 2 \quad 0) \text{ Матрица-строка}$$

# СТРОКИ, СТОЛБЦЫ, ЭЛЕМЕНТЫ И РАЗМЕР МАТРИЦЫ

# **ПРИНЦИП НУМЕРАЦИИ СТРОК И СТОЛБЦОВ**

**СТРОКИ НУМЕРУЮТСЯ СВЕРХУ  
ВНИЗ, НАЧИНАЯ С № 1.**

**СТОЛБЦЫ НУМЕРУЮТСЯ СЛЕВА  
НАПРАВО, НАЧИНАЯ С № 1.**



# СТРОКА И СТОЛБЕЦ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix} \text{ } \mathfrak{A}\text{-строка}$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix} \text{ } \mathfrak{A}\text{-столбец}$$

# РАЗМЕР МАТРИЦЫ

МАТРИЦА, ИМЕЮЩАЯ  $m$  СТРОК И  $n$  СТОЛБЦОВ, НАЗЫВАЕТСЯ МАТРИЦЕЙ РАЗМЕРА  $m$  НА  $n$ .

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Матрица размера 3 на 2  
(3 строки, 2 столбца)

# ОБЩИЙ ВИД МАТРИЦЫ РАЗМЕРА $m$ НА $n$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

# ЭЛЕМЕНТ МАТРИЦЫ

$$\begin{pmatrix} \text{Элемент} \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

$$a_{31} \text{ (атр и-один)} = -30$$

(Ветрока, 1-й столбец )

# ДИАГОНАЛИ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Главная диагональ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Побочная диагональ

# ТРЕУГОЛЬНЫЕ МАТРИЦЫ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Верхняя треугольная матрица}$$

(подглавной диагональю стоят нули)

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Нижняя треугольная матрица}$$

(надглавной диагональю стоят нули)

# ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ

# ЛЮБУЮ МАТРИЦУ МОЖНО УМНОЖИТЬ НА ЧИСЛО

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 & 10 \\ 20 & 10 & 0 \\ -25 & 30 & 5 \end{pmatrix}$$



# МАТРИЦЫ ОДИНАКОВОГО РАЗМЕРА МОЖНО СКЛАДЫВАТЬ И ВЫЧИТАТЬ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 8 & -5 & 5 \\ 7 & 3 & 14 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 3 \pm 8 & -1 \pm (-5) & 2 \pm 5 \\ 4 \pm 7 & 2 \pm 3 & 0 \pm 14 \end{pmatrix}$$

# ТРАНСПОНИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Исходная  
матрица (размер 3 на 2)

$$A^T = \begin{pmatrix} 12 & -17 & -30 \\ 4 & 29 & -36 \end{pmatrix}$$

Транспонированная  
матрица (размер 2 на 3)

# УМНОЖЕНИЕ СТРОКИ НА СТОЛБЕЦ (СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ)

$$(2 \quad -5 \quad 3) \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = 2 \cdot 7 + (-5) \cdot 0 + 3 \cdot (-4) = 2$$

# УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦЫ НА СТОЛБЕЦ

КАЖДАЯ СТРОКА МАТРИЦЫ  
СКАЛЯРНО УМНОЖАЕТСЯ НА  
СТОЛБЕЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 8 + (-1) \cdot 7 + 2 \cdot 2 \\ 4 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 0 \cdot 2 \\ (-5) \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 1 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 46 \\ 4 \end{pmatrix}$$

# ВОЗМОЖНОСТЬ УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

МАТРИЦУ  $A$ , ЗАПИСАННУЮ СЛЕВА,  
МОЖНО УМНОЖИТЬ НА  
МАТРИЦУ  $B$ , ЗАПИСАННУЮ СПРАВА,  
ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА  
**ЧИСЛО СТОЛБЦОВ МАТРИЦЫ  $A$**   
**РАВНО ЧИСЛУ СТРОК МАТРИЦЫ  $B$**

# ПРАВИЛО УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

КАЖДАЯ СТРОКА ЛЕВОЙ  
МАТРИЦЫ СКАЛЯРНО  
УМНОЖАЕТСЯ НА КАЖДЫЙ  
СТОЛБЕЦ ПРАВОЙ МАТРИЦЫ

$$C = A \cdot B$$

$A$  – левая матрица,  $B$  – правая матрица

# ПРИМЕР УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 8 + (-1) \cdot 7 + 2 \cdot 2 & 3 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 2 \cdot (-3) \\ 4 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 0 \cdot 2 & 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot (-3) \\ (-5) \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 1 \cdot 2 & (-5) \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & -5 \\ 46 & 8 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

# УМНОЖЕНИЕ СТОЛБЦА НА СТРОКУ

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot (2 \quad -5 \quad 3) = \begin{pmatrix} 7 \cdot 2 & 7 \cdot (-5) & 7 \cdot 3 \\ 0 \cdot 2 & 0 \cdot (-5) & 0 \cdot 3 \\ (-4) \cdot 2 & (-4) \cdot (-5) & (-4) \cdot 3 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 14 & -35 & 21 \\ 0 & 0 & 0 \\ -8 & 20 & -12 \end{pmatrix}$$



# ВАЖНЫЕ ТИПЫ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Единичная матрица  
(размер 3 на 3)

$$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Нулевая матрица  
(размер 3 на 3)

# СВОЙСТВО ЕДИНИЧНОЙ МАТРИЦЫ: $A \cdot E = E \cdot A = A$

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

**БЛАГОДАРИМ ЗА ВНИМАНИЕ!**