

Методы и средства хранения информации

ст. пр. Овчинников А.Л.

Структура курса

- Лекции – 18 часов
- Лабораторные занятия – 18 часов
- Самостоятельная работа студента – 90 часов

Виды контроля:

- Модульный контроль (тестирование)
- Защита лабораторных работ
- ЗАЧЕТ

Структура лекционного материала

- СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ДЛЯ ХРАНЕНИЯ И ПОИСКА
- МЕТОДЫ ОРГАНИЗАЦИИ ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ В СУБД
- РОЛЬ И ЗАДАЧИ ЗУ В СОВРЕМЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ И ЭВМ
- КЛАССИФИКАЦИЯ УСТРОЙСТВ ХРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ
- ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВЗУ
- ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НОСИТЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИИ
- МАГНИТНЫЕ НАКОПИТЕЛИ
- ОПТИЧЕСКИЕ НАКОПИТЕЛИ(НАКОПИТЕЛИ НА КОМПАКТ-ДИСКАХ, DVD)
- ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫЕ СИСТЕМЫ ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ. RAID-МАССИВЫ
- УСТРОЙСТВА ДЛЯ РЕЗЕРВНОГО КОПИРОВАНИЯ ДАННЫХ

Содержание лабораторного практикума

Лр1	<p>Исследование линейных и нелинейных структур данных. Линейные списки и бинарные деревья поиска.</p> <p>Цель работы: Исследовать возможности применения линейных и нелинейных структур данных – линейных списков и бинарных деревьев поиска – для хранения, поиска и обработки информации. Приобрести практические навыки использования классов, реализующих списки и бинарные деревья поиска и исследовать их эффективность при выполнении операций добавления, удаления и поиска данных.</p>
Лр2	<p>Исследование нелинейных структур данных. AVL-деревья</p> <p>Цель работы: Исследовать возможности применения AVL-деревьев – для хранения, поиска и обработки информации. Приобрести практические навыки использования классов, реализующих AVL-деревья. Оценить эффективность использования AVL-деревьев в сравнении с бинарными деревьями поиска.</p>
Лр3	<p>Исследование Б-деревьев при доступе к данным во внешней памяти</p> <p>Цель работы: Исследовать возможности применения нелинейных структур данных – Б-деревьев, для хранения и поиска информации. Приобрести практические навыки использования Б-деревьев для реализации эффективного поиска и доступа к данным во внешней памяти. Произвести оценку эффективности использования Б-деревьев для организации хранения данных.</p>
Лр4	<p>Структуры данных, основанные на хеш-таблицах</p> <p>Цель работы: Исследовать возможности применения нелинейных структур данных – хеш-таблиц для хранения и обработки информации. Приобрести практические навыки использования хеш-таблиц для реализации быстрого доступа к данным.</p>
Лр5	<p>Исследование подсистемы WINAPI по работе с дисками</p> <p>Цель работы: Исследовать подсистему WINAPI по работе с дисковой подсистемой, приобрести практические навыки разработки программного обеспечения, использующего информацию о накопителях информации.</p>
Лр6	<p>Исследование главной загрузочной записи диска</p> <p>Цель работы: Изучение структуры главной загрузочной записи жесткого диска. Получение практических навыков работы с главной загрузочной записью.</p>

Литература

1. Савицкий, Н. И. Технологии организации, хранения и обработки данных [Текст] : учеб. пособие / Н. И. Савицкий. - М. : ИНФРА - М, 2001. (рус.).
2. Гук, М. Аппаратные средства IBM PC [Текст] : энцикл. / М. Гук. - 2-е изд. - М. и др. : Питер, 2004. - 928 с. (рус.).
3. Гасанов, Э. Э. Теория хранения и поиска информации [Текст] / Э. Э. Гасанов, В. Б. Кудрявцев. - М. : Физматлит, 2002. - 288 с. (рус.).
4. Кузнецов, С. Д. СУБД(системы управления базами данных) и файловые системы [Текст] : научно-популярная литература / С. Д. Кузнецов; . - М. : Майор, 2001. - 175 с. (рус.).
5. Гук, М. Дисковая подсистема ПК [Текст] / М. Гук. - СПб. и др. : Питер, 2001. - 336 с. (рус.).
6. Побегайло, А. Системное программирование в Windows [Текст] / А. Побегайло. - СПб. : БХВ - Петербург, 2006. - 1056 с. (рус.).

ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ СТРУКТУРЫ ДАННЫХ. ЛИНЕЙНЫЕ СПИСКИ И БИНАРНЫЕ ДЕРЕВЬЯ ПОИСКА.

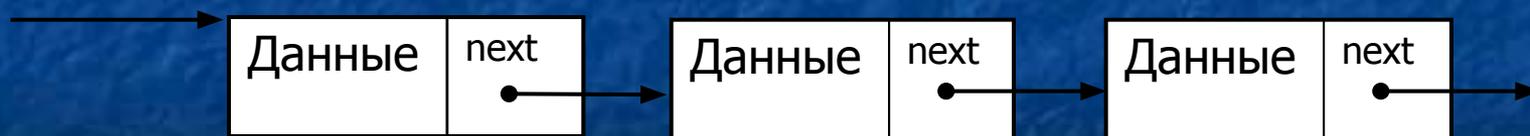
- **Список** – это линейная динамическая структура данных. Каждый элемент такой структуры, в простейшем случае содержит два поля:

- поле данных;

- поле – указатель на следующий элемент.

С помощью указателя каждый из элементов списка связывается со следующим элементом (в случае однонаправленного списка)

Голова



Для работы со списком обязательно хранится указатель на первый элемент (*голову*) списка.

Основным отличием списка от массива является то, что **список является динамической структурой**. Это позволяет:

- создавать список, не резервируя лишнего места в памяти
- создавать список той длины, которая необходима программе на данный момент времени, не опасаясь его переполнения.

Однако, в списке отсутствует возможность сразу обратиться к произвольному элементу, что существенно замедляет поиск (в массиве доступ к любому элементу может быть получен с использованием индекса).

Добавление элементов, как правило, осуществляется в конец списка, поэтому желательно также всегда хранить указатель и на последний элемент – *хвост* списка.



- При **удалении** некоторого элемента списка **необходимо найти предыдущий и следующий элементы и связать их** (указатель предыдущего должен теперь указывать на следующий, а не на удаляемый). Только после этого можно освободить память от удаляемого элемента.



- В отличие от линейного списка, **дерево** – **нелинейная динамическая структура данных**.
- Древовидная структура характеризуется:
 - множеством **узлов** (nodes), происходящих от единственного начального узла, называемого **корнем** (root).
 - Каждый узел может быть **родителем** (parent), указывающим на 1 или более узлов, называемых **сыновьями** (children).
 - Каждый некорневой узел имеет только одного родителя, и каждый родитель имеет 0 или более сыновей.
 - Узел, не имеющий детей, называется **листом** (leaf).

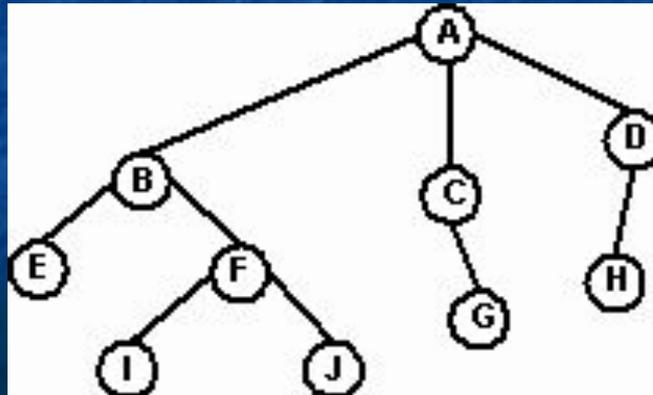


Рисунок 1 – Древовидная структура

- Длина пути от корня к какому-либо узлу есть **уровень узла**. Уровень корня равен 0. Каждый сын корня является узлом 1-го уровня, следующее поколение – узлами 2-го уровня и т.д. Например, на рисунке 2 узел F является узлом 2-го уровня (с длиной пути 2).
- **Глубина** (depth) дерева есть **его максимальный уровень**. Понятие глубины также может быть описано в терминах пути. Глубина дерева есть длина самого длинного пути от корня до узла. На рисунке 2 глубина дерева равна 3.

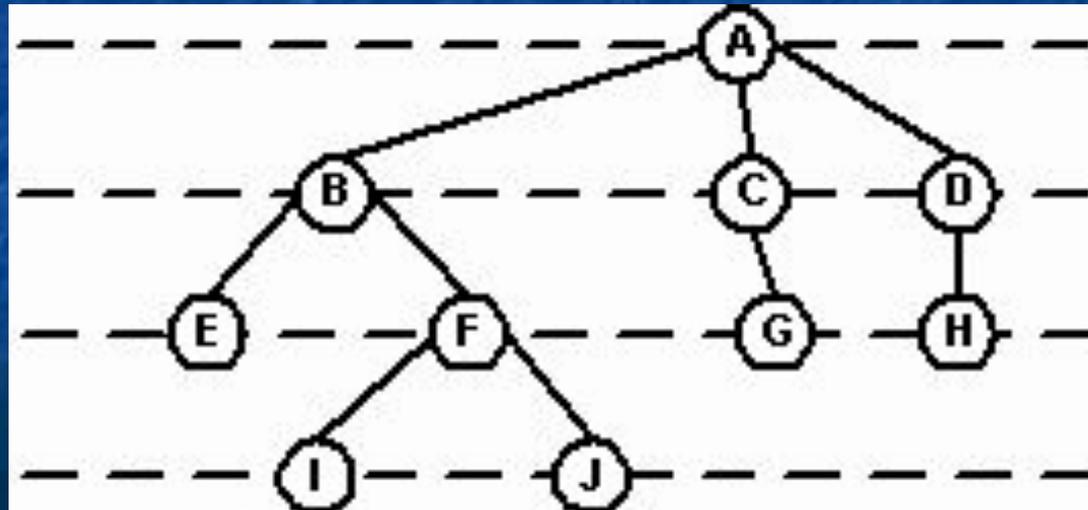


Рисунок 2 - Уровень узла и длина пути

■ Сосредоточимся на ограниченном классе деревьев, где каждый родитель имеет не **более двух сыновей**.

Такие деревья называются **бинарными** деревьями.

Бинарные деревья (binary trees) имеют унифицированную структуру, допускающую разнообразные алгоритмы прохождения и **эффективный доступ к элементам**.

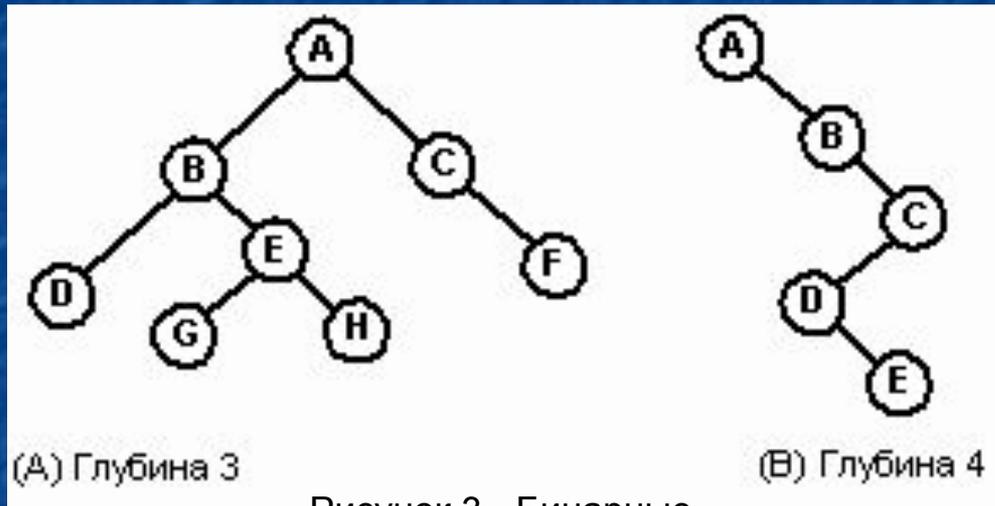
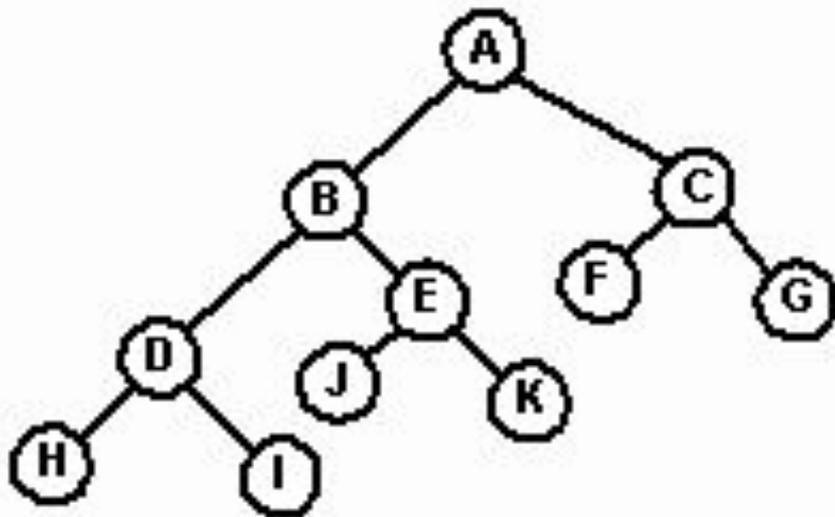


Рисунок 3 - Бинарные

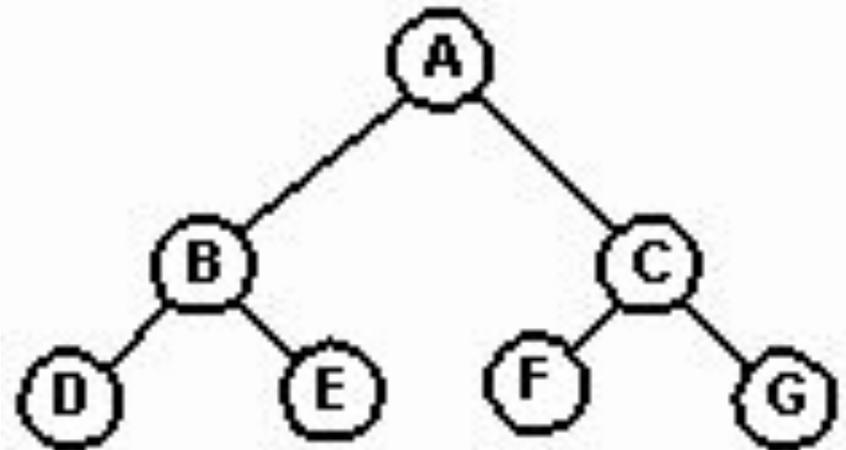
деревья

На уровне n бинарное дерево может содержать от 1 до 2^n узлов. **Число узлов, приходящееся на уровень, является показателем плотности дерева.** На рисунке 3 дерево A содержит 8 узлов при глубине 3, в то время как дерево B содержит 5 узлов при глубине 4. Последний случай является особой формой, называемой **вырожденным (degenerate) деревом**, у которого есть единственный лист (E) и каждый нелистовой узел имеет только одного сына.

- **Законченные** бинарные деревья (complete binary tree) - деревья глубины N , где каждый уровень $0 \dots N-1$ имеет полный набор узлов, и все листья уровня N расположены слева.
- Законченное бинарное дерево, содержащее 2^N узлов на уровне N , является **полным**.
- На рисунке показаны **законченное** и **полное** бинарные деревья:



Законченное дерево (глубина 3)



Полное дерево (глубина 2)

■ Законченные и полные бинарные деревья обладают следующими свойствами:

- На нулевом уровне имеется 2^0 узлов, на первом - 2^1 , на втором - 2^2 и т.д. На первых $k-1$ уровнях имеется 2^k-1 узлов: $1 + 2 + 4 + \dots + 2^{k-1} = 2^k-1$
- На уровне k количество дополнительных узлов колеблется от 1 до 2^k (полное). В полном дереве число узлов равно: $1 + 2 + 4 + \dots + 2^{k-1} + 2^k = 2^{k+1} - 1$
- Число узлов законченного бинарного дерева удовлетворяет неравенству: $2k \leq N \leq 2^{k+1} - 1$; решая его относительно k , имеем: $k \leq \log_2(N) \leq k+1$

В случае, если бинарное дерево упорядочено, т.е. для каждого поддеревя выполняется условие – значение каждого узла левого поддеревя меньше значения корневого узла, а значение любого узла правого поддеревя больше или равно значения корневого узла – такое дерево называется **бинарным деревом поиска**.

Упорядоченность дерева накладывает свои особенности на процедуры создания дерева, добавления и удаления элементов (узлов), а также поиска.

- Очевидно, что бинарное дерево поиска будет иметь существенные преимущества перед линейным списком по времени поиска данных.
- Действительно, если для поиска в линейном списке, содержащем N элементов, в худшем случае нужно выполнить N операций сравнения, то в случае полного бинарного дерева поиска, содержащего такое же количество элементов, наибольшее количество сравнений - $\log_2(N)$.
- Очевидно, что чем больше N , тем более выгодно использование при поиске бинарного дерева поиска по сравнению с линейным списком.

Однако, при сравнении двух рассматриваемых структур по времени **выполнения операций добавления** элементов следует отметить **преимущество линейного списка**.

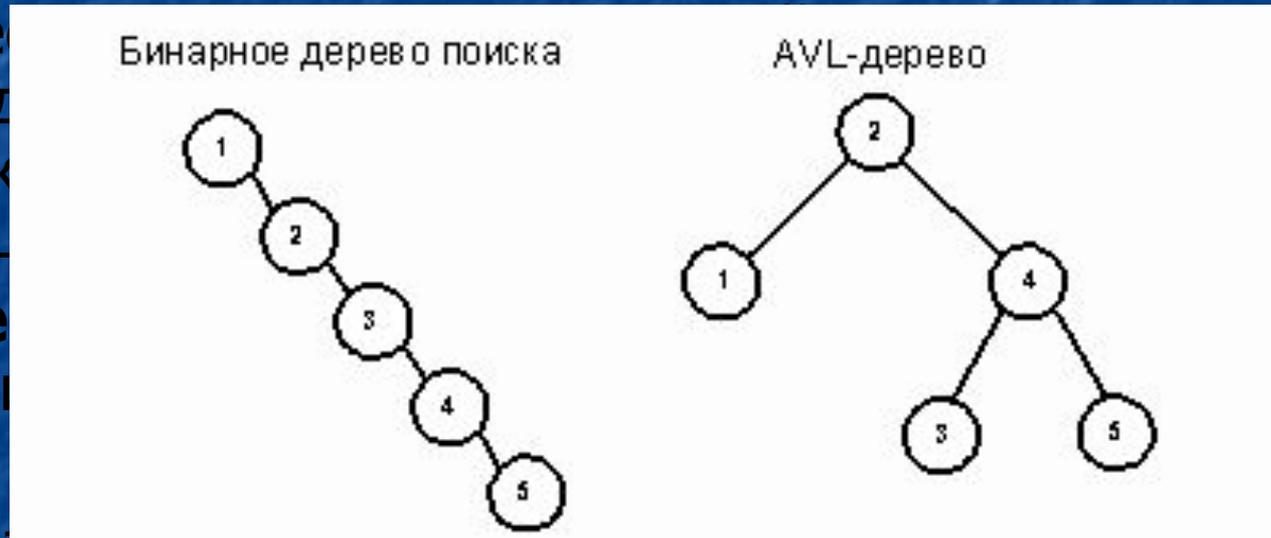
Действительно, при добавлении в бинарное дерево поиска сначала придется найти подходящий лист (выполнив при этом в случае полного дерева $\log_2(N)$ операций сравнения), тогда как добавление к списку, в случае хранения хвоста происходит сразу же.

- Как известно, при **удалении** узла из бинарного дерева поиска, **необходимо сначала найти** требуемый элемент, а затем **может возникнуть необходимость модификации дерева** (замещения удаляемого узла), при этом требуется время и на поиск замещающего узла.
- В списке же, удаление узла также сводится к его поиску (причем, в однонаправленном списке желательнее сразу же найти и предыдущий элемент), после чего переопределением указателя предыдущего элемента текущий элемент может быть удален из списка.
- Таким образом, в **случае небольшого числа элементов, возможно и преимущество линейного списка**, однако, с ростом числа элементов все существеннее будет преимущество бинарного дерева поиска.

Сбалансированные деревья. AVL-деревья.

Как известно, при некотором стечении обстоятельств бинарное дерево поиска может оказаться вырожденным. Тогда высота его будет N , и доступ к данным существенно замедлится.

Существуют
обладает
поиск
Они не
деревья
Ланди



к деревьям,
деревьев
L-
ЬСКОГО И

Под сбалансированностью понимают то, что для каждого узла дерева **высоты обоих его поддеревьев различаются не более чем на 1.**

Строго говоря, этот критерий нужно называть **AVL-сбалансированностью** в отличие от идеальной сбалансированности, когда для каждого узла дерева количества узлов в левом и правом поддеревьях различаются не более чем на 1.

Сбалансированные деревья. AVL-деревья.

- В общем случае **высота сбалансированного дерева не превышает $\log_2 N$.**
- Таким образом, AVL-дерево является структурой хранения, обеспечивающей быстрый доступ к данным, независимо от порядка поступления ключей при его построении.

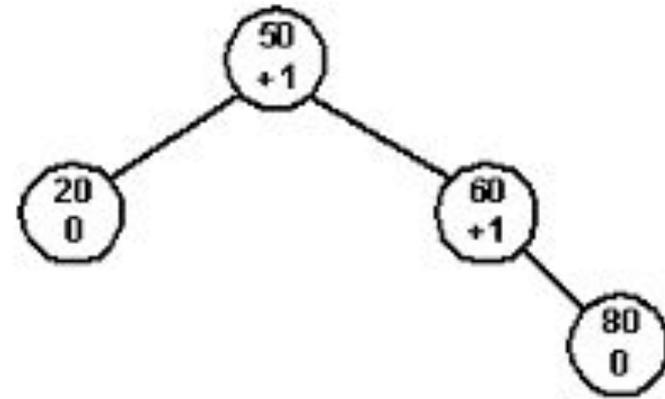
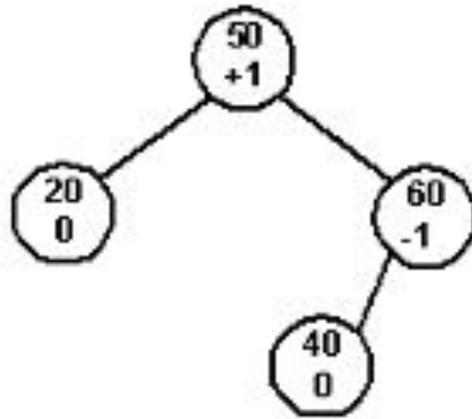
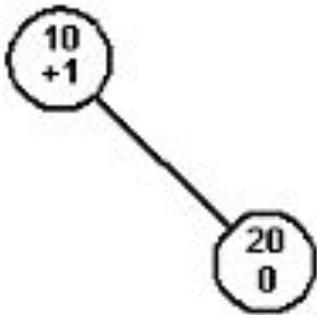
Очевидно, что AVL-деревья имеют структуру, аналогичную бинарным деревьям поиска.

Все операции идентичны описанным для бинарных деревьев, за исключением операций **добавления и удаления** узлов.

В случае AVL-деревьев, после выполнения каждой из этих операций **проверяется соотношение высот левого и правого поддеревьев** тех узлов, которые затронула операция (от добавленного/удаленного узла до корня).

Значение, содержащее разность высот правого и левого поддеревьев - **показатель сбалансированности** - хранится в дополнительном поле каждого узла AVL-дерева.

Сбалансированные деревья. AVL-деревья.



AVL-деревья со значениями показателя сбалансированности

- Если показатель сбалансированности отрицателен, то узел «перевешивает влево», так как высота левого поддерева больше, чем высота правого поддерева.
- При положительном показателе сбалансированности узел «перевешивает вправо».
- Сбалансированный по высоте узел имеет показатель сбалансированности равный 0.
- **В AVL-дереве показатель сбалансированности каждого узла должен принимать значения из диапазона $[-1, 1]$.**

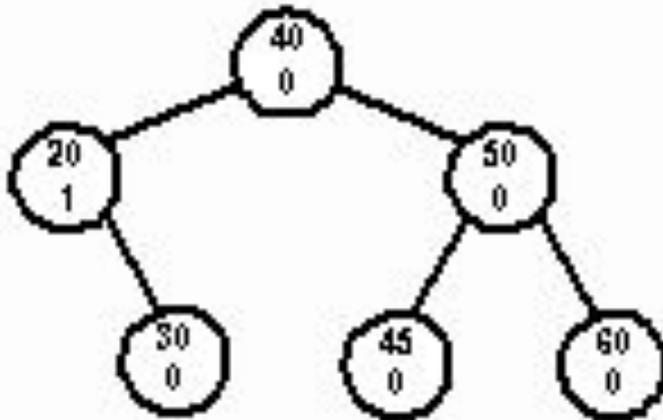
Алгоритм AVL-вставки

- Процесс поиска места для вставки нового узла в AVL-дерево такой же, как и в случае бинарного дерева поиска.
- Осуществляется спуск по левым и правым сыновьям, пока не встретится пустое поддереве, а затем производится предварительная вставка нового узла в этом месте (возможно использование рекурсивного спуска).
- Обновление показателей сбалансированности узлов, затронутых при добавлении ведется в обратном порядке (при возвращении из рекурсии). При этом показатель сбалансированности родительского узла можно скорректировать после изучения эффекта от добавления нового элемента в одно из его поддеревьев. Необходимость корректировки определяется для каждого узла, входящего в поисковый маршрут.

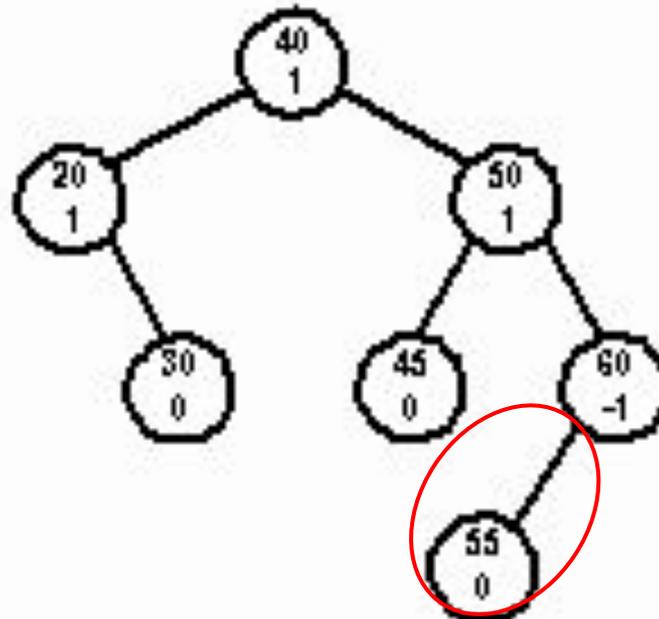
- Есть три возможных ситуации.
- В двух первых случаях узел сохраняет сбалансированность, и реорганизация поддеревьев не требуется. Нужно лишь скорректировать показатель сбалансированности данного узла.
- В третьем случае разбалансировка дерева требует **модификации** дерева – выполнения процедур **одинарного** или **двойного** поворотов узлов.

Случай 1. Узел на поисковом маршруте изначально является сбалансированным (показатель сбалансированности равен 0). После вставки в поддерево нового элемента узел стал перевешивать влево или вправо в зависимости от того, в какое поддерево была произведена вставка:

До вставки узла 55

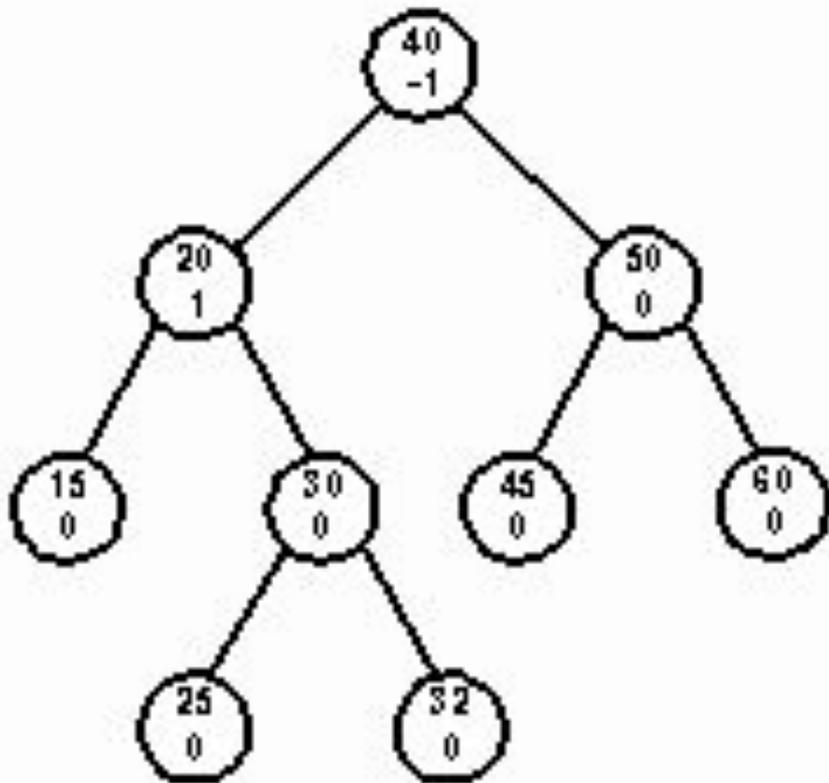


После вставки узла 55

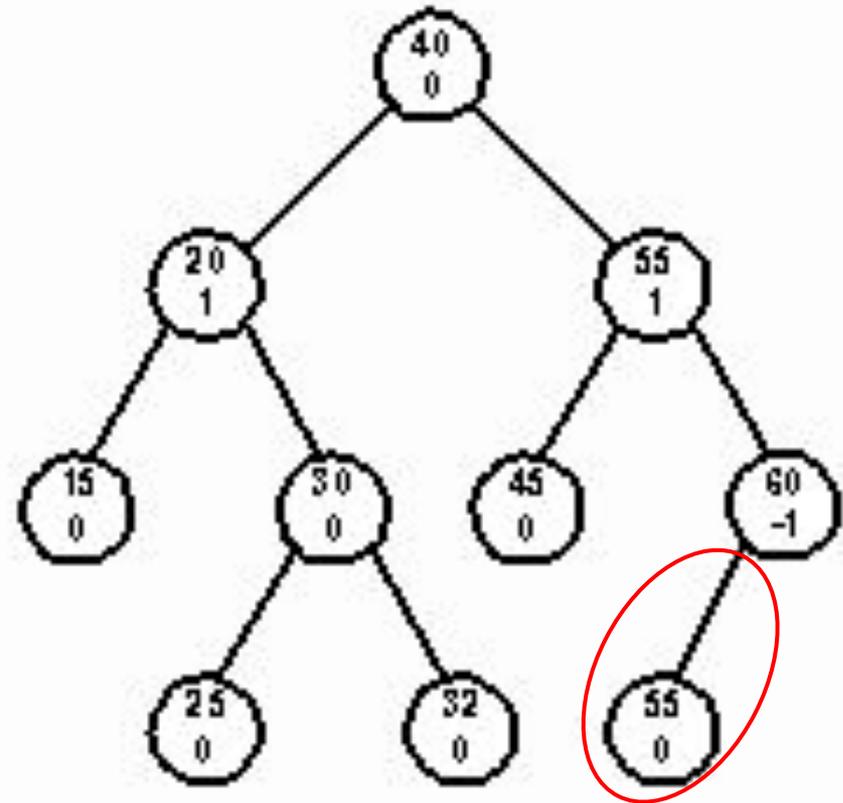


Случай 2. Одно из поддеревьев узла перевешивает, и новый узел вставляется в более легкое поддерево. Узел становится сбалансированным:

До вставки узла 55



После вставки узла 55



- **Случай 3.** Одно из поддеревьев узла перевешивает, и новый узел помещается в **более тяжелое поддерево**. Очевидно, что при этом нарушается условие сбалансированности дерева, так как показатель сбалансированности выходит за пределы $-1..1$.

Чтобы восстановить равновесие, нужно выполнить модификацию дерева – одну из процедур **поворота** дерева.

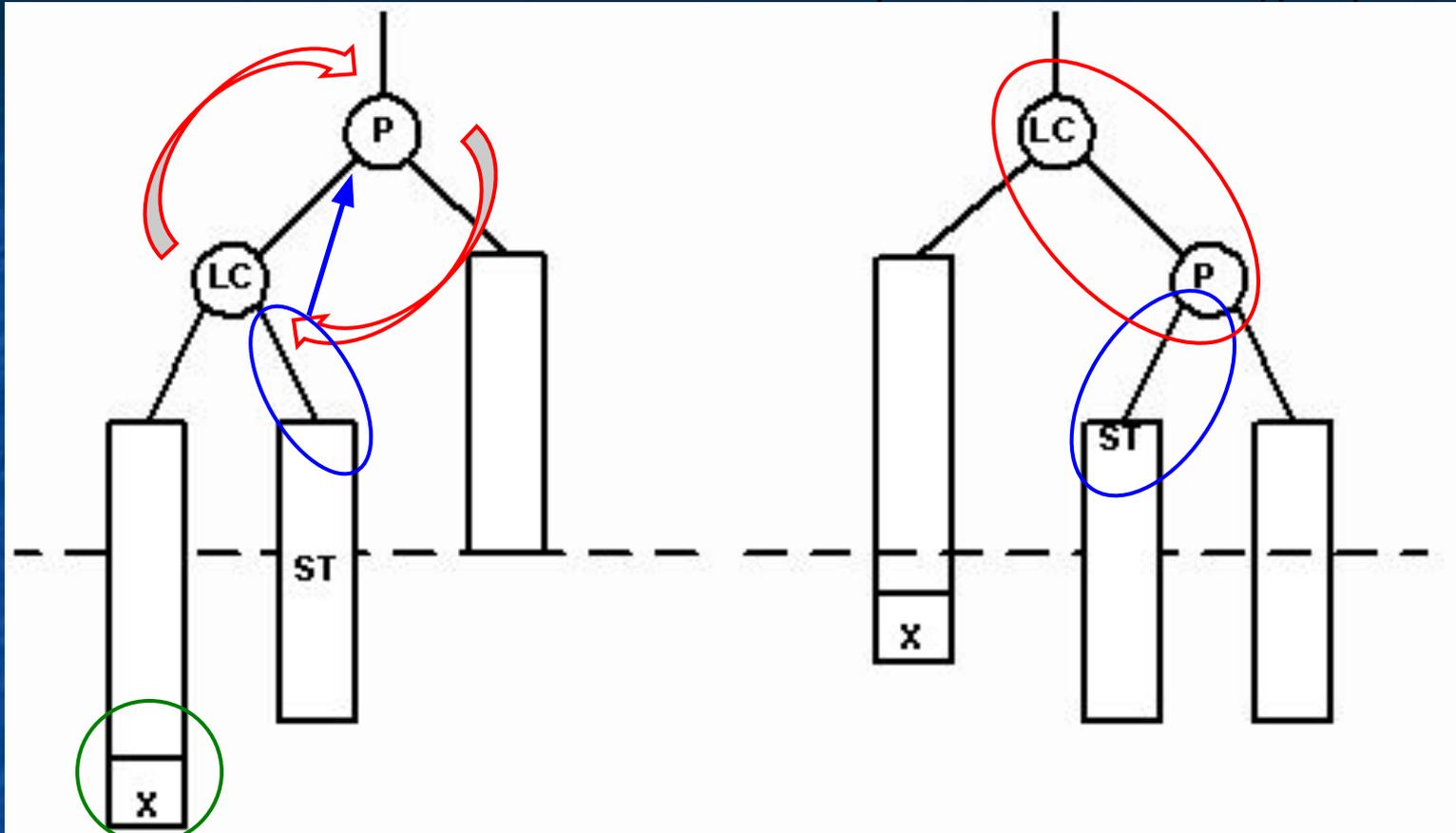
Повороты AVL-дерева

Повороты необходимы, когда родительский узел (обозначим его P) становится разбалансированным - баланс фактор становится равен 2 или -2.

Одинарный поворот вправо (single right rotation) происходит тогда, **когда родительский узел P и его левый сын** (обозначим его LC) **начинают перевешивать влево** после вставки узла в позицию X .

Сбалансированные деревья. AVL-деревья.

Алгоритм AVL-вставки. Одинарный поворот.

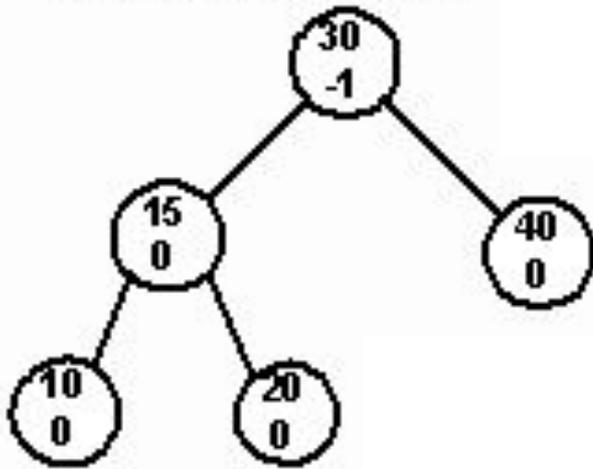


В процессе одинарного поворота:

- LC замещает своего родителя, который становится правым сыном.
- Бывшее правое поддерево узла LC (ST) присоединяется к P в качестве левого поддерева.

Одинарный поворот уравнивает как родителя, так и его левого сына.

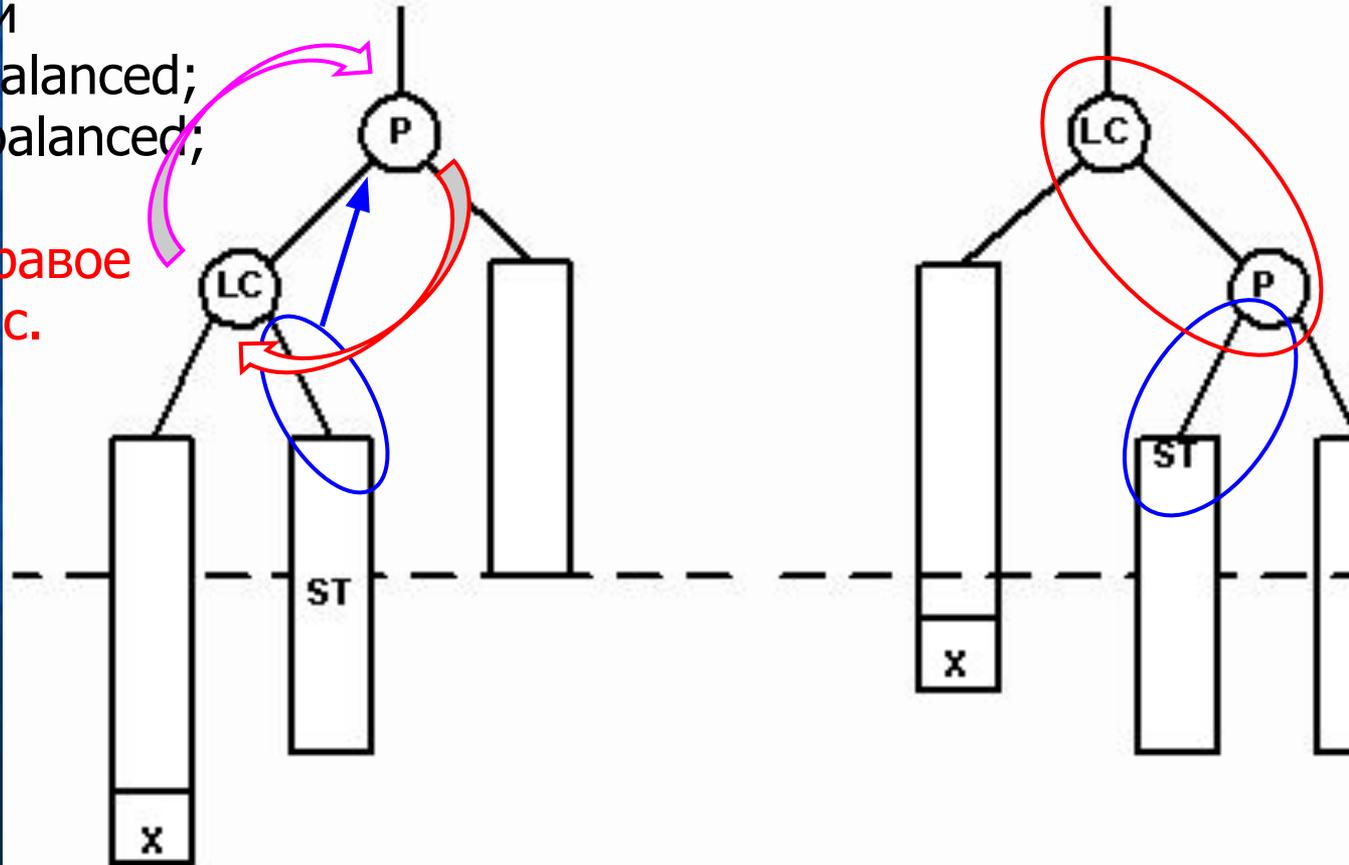
Исходное дерево



Сбалансированные деревья. AVL-деревья.

Алгоритм AVL-вставки. Одиарный поворот.

```
template <class T>
void AVLTree<T>::SingleRotateRight
  (AVLTreeNode<T>* &p)
{
  AVLTreeNode<T> *lc;
  // установить lc на левое поддерево
  lc = p->Left();
  // скорректировать показатели
  // сбалансированности
  p->balanceFactor = balanced;
  lc->balanceFactor = balanced;
  p->left = lc->Right();
  // переместить p в правое
  // поддерево узла lc.
  lc->right = p;
  // сделать lc новым
  // корнем.
  p = lc;
}
```



Сбалансированные деревья. AVL-деревья.

Алгоритм AVL-вставки. Двойной поворот.

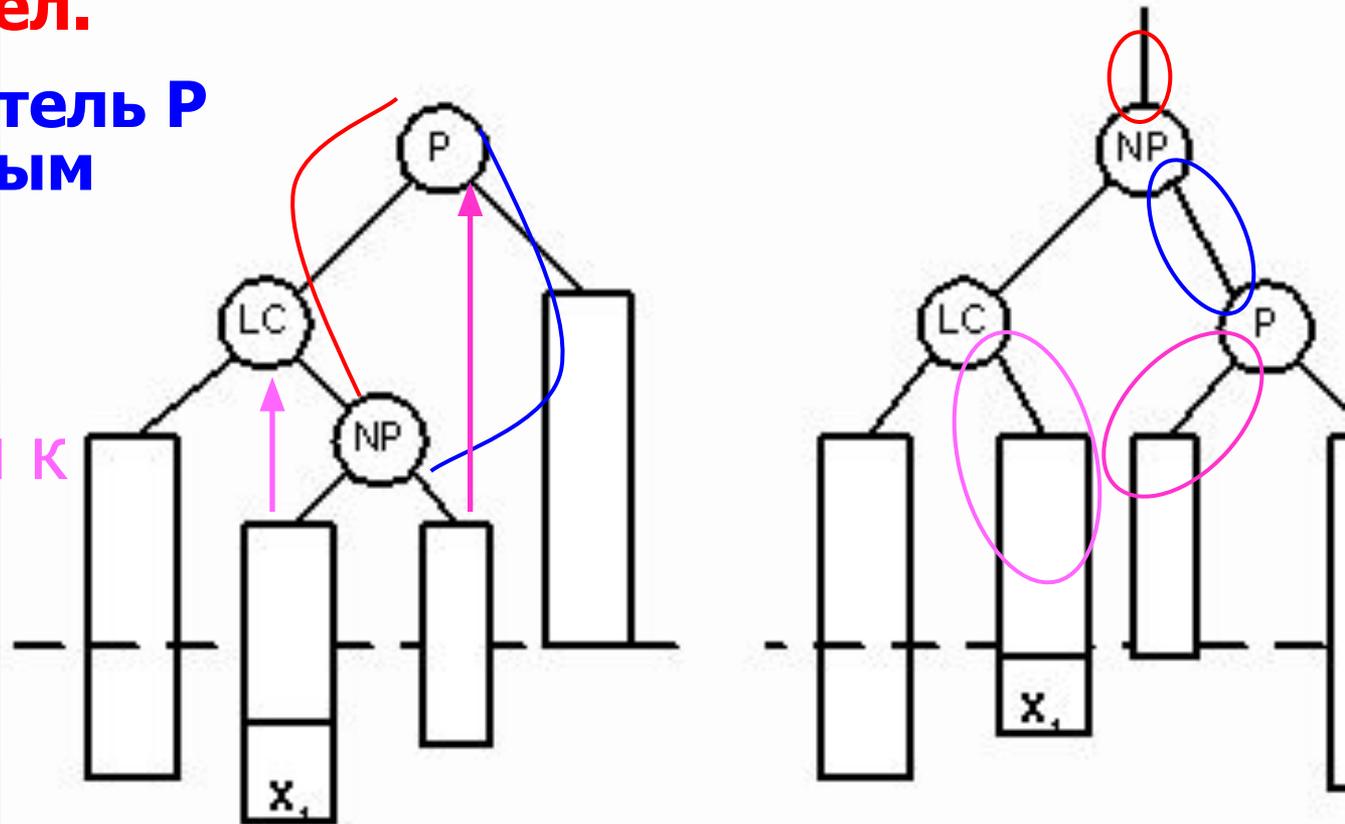
Двойной поворот вправо (double right rotation) нужен тогда, когда **родительский узел (P)** становится **перевешивающим влево**, а его **левый сын (LC)** **перевешивающим вправо**.

NP – корень правого перевешивающего поддерева узла LC. Тогда в результате поворота:

1. Узел NP замещает родительский узел.

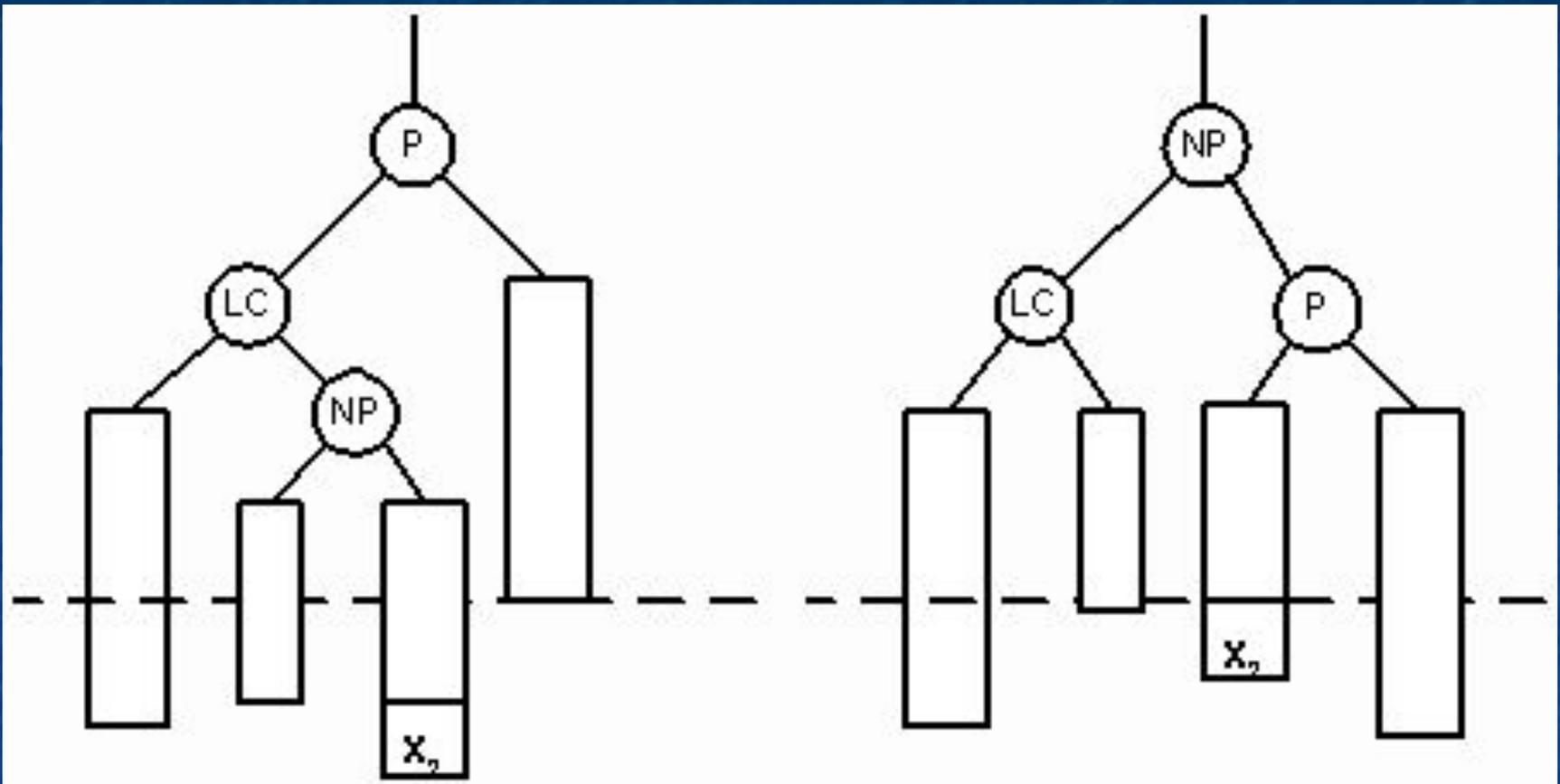
2. Бывший родитель P становится правым сыном NP.

3. Осиротевшие поддерева NP распределяются к LC и P.



Сбалансированные деревья. AVL-деревья.

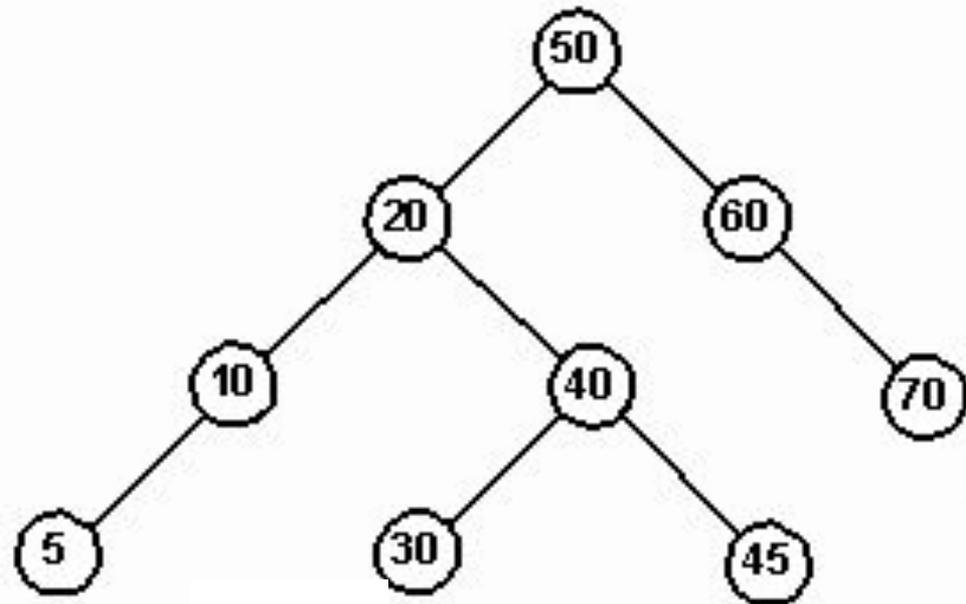
Алгоритм AVL-вставки. Двойной поворот.



Сбалансированные деревья. AVL-деревья.

Алгоритм AVL-вставки. Двойной поворот.

До включения узла 25



Сбалансированные деревья. AVL-деревья.

Оценка сбалансированных деревьев

AVL-деревья требуют **дополнительных затрат** на поддержание сбалансированности при вставке или удалении узлов (повороты требуются примерно в половине случаев вставок и удалений).

Если в дереве **постоянно происходят вставки и удаления** элементов, эти операции могут **значительно снизить** быстродействие.

С другой стороны, если данные превращают **бинарное дерево поиска в вырожденное**, то **теряется поисковая эффективность**.

Таким образом, **применение AVL-деревьев целесообразно в тех случаях, когда поиск является доминирующей операцией**.

В таких случаях сначала происходит построение дерева, а потом производится поиск по этому дереву с небольшим количеством изменений.

Доступ к данным во внешней памяти.

В-деревья.

До сих пор задача поиска решалась в предположении, что данные хранятся во внутренней(оперативной) памяти

Если структуры данных, например, **бинарное дерево поиска** или **AVL-дерево**, расположены не в оперативной памяти, а **на диске**, то они становятся **малоэффективными**.

При работе с данными, хранящимися на внешних носителях, целесообразно сокращать количество обращений к носителю.

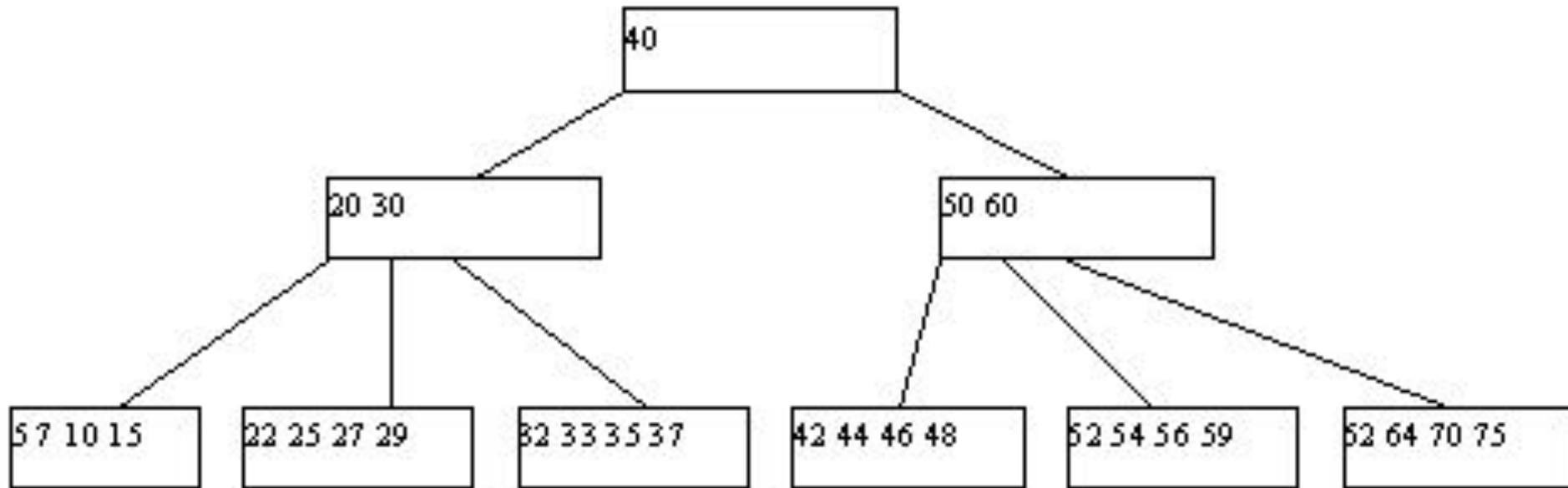
Если предположить, что в одном узле дерева, хранящегося на диске, будет расположен не один, а несколько элементов – например, при $N=1$ называется страницей дерева и узлу дерева обращений к диску (будет считываться целая страница), то например, при $N=7$ элементов при сто обращениях сократится в 3 раза, что ускорит поиск в 3 раза.

В 1970 году Р. Байер и Маккрейт предложили структуру данных, названную **В-деревьями**, позволяющую производить поиск по большому дереву, расположенному во внешней памяти.

Определение: Б-деревом **порядка n** называется динамическая структура обладающая следующими свойствами:

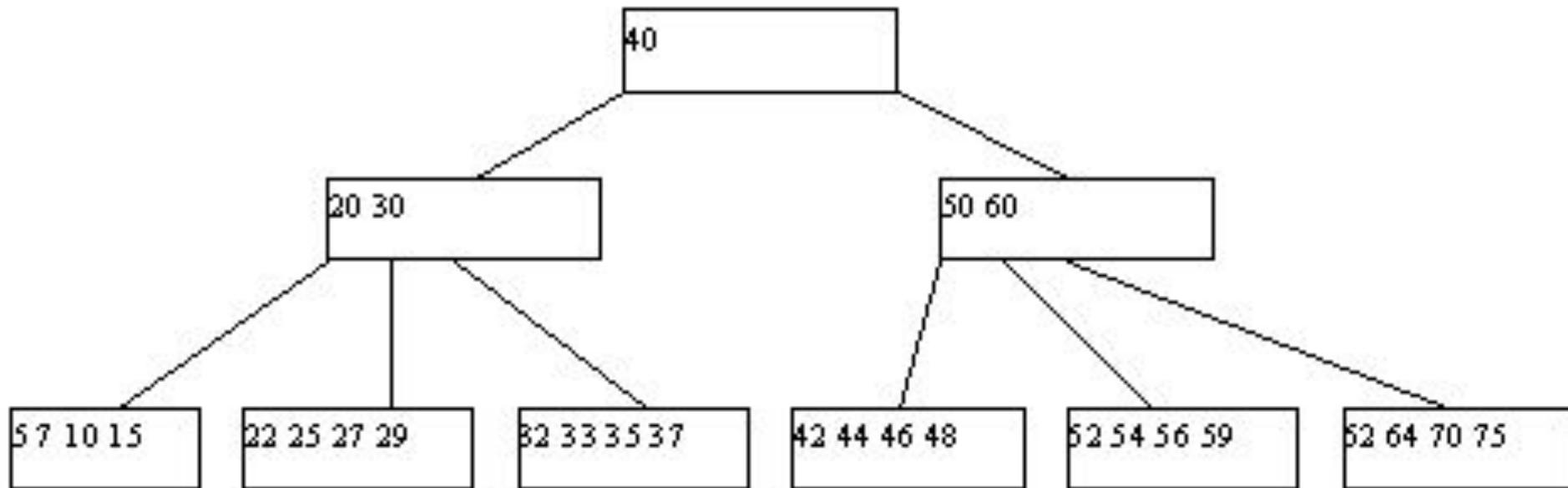
1. Каждая страница имеет **не более $2n$** элементов
2. Каждая страница, кроме корневой, имеет **не менее n** элементов. Корневая страница может иметь от 1 до $2n$ элементов
3. Каждая страница является либо листовой, либо содержит $m+1$ потомков, где m - число элементов на этой странице
4. Все листья находятся на одном уровне

Доступ к данным во внешней памяти. В-деревья.



1. Каждая страница имеет **не более $2n$** элементов
2. Каждая страница, кроме корневой, имеет **не менее n** элементов. Корневая страница может иметь от 1 до $2n$ элементов
3. Каждая страница является либо листовой, либо содержит $m+1$ потомков, где m - число элементов на этой странице
4. Все листья находятся на одном уровне

Доступ к данным во внешней памяти. В-деревья.

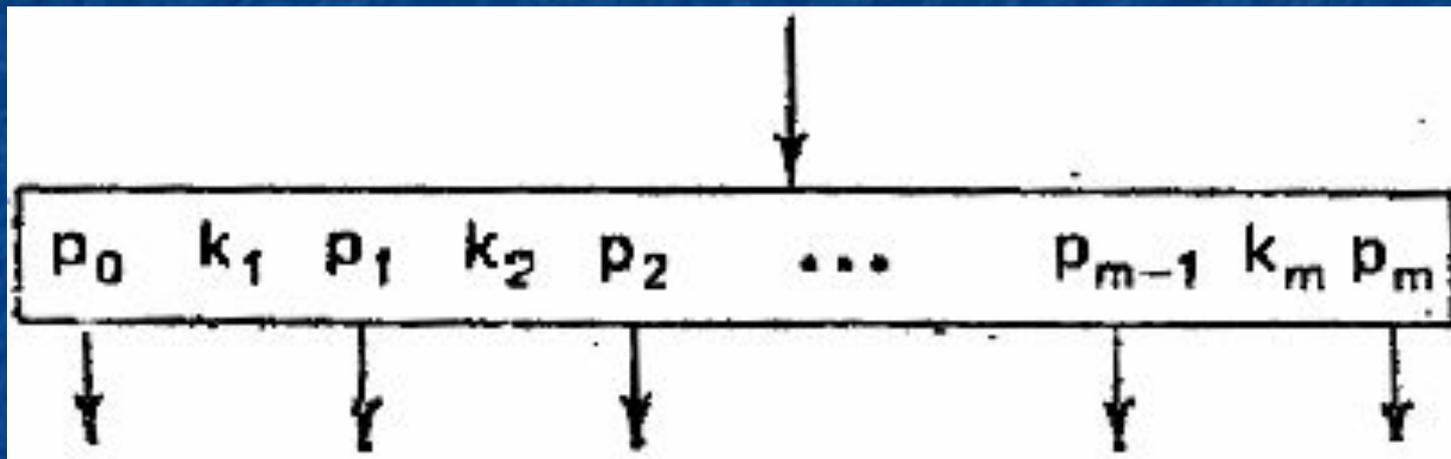


Элементы на страницах В-деревьев располагаются в возрастающем порядке. Если спроецировать Б-дерево на один-единственный уровень, включая потомков между ключами их родительской страницы, то ключи идут в возрастающем порядке слева направо.

Память в В-дереве всегда используется минимум на 50%, так как страницы всегда заполнены как минимум наполовину!

Алгоритм поиска элемента в В-дереве

Пусть задан некоторый аргумент поиска x и страница имеет вид:



Если страница уже считана в оперативную память и можно воспользоваться обычными методами поиска среди ключей k_i в одну из следующих ситуаций:

1. Если $k_m < x < k_1$, то это может продолжаться на странице p_0 , если оно мало, то можно воспользоваться простым методом поиска в дереве на странице p_m .
2. Если $x < k_1$, поиск продолжается на странице p_0 .

Включение элемента в В-дерево

Включение в В-дерево проводится **только в листовые страницы**. При этом поиск листовой страницы для вставки элемента происходит согласно алгоритма поиска в В-дереве.

Если новый элемент нужно поместить на страницу с $m < 2n$ элементами, то процесс включения элемента затрагивает лишь одну страницу В-дерева.

Включение в заполненную страницу затрагивает структуру дерева и может привести к появлению новых страниц.

Доступ к данным во внешней памяти. В-деревья.

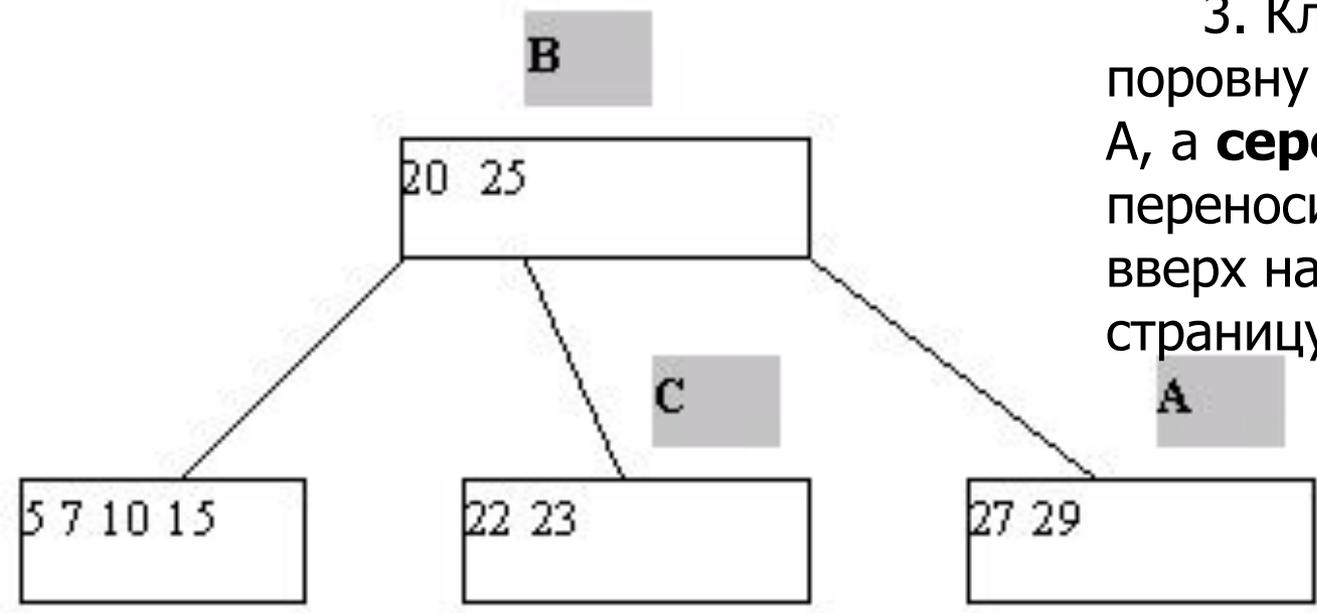
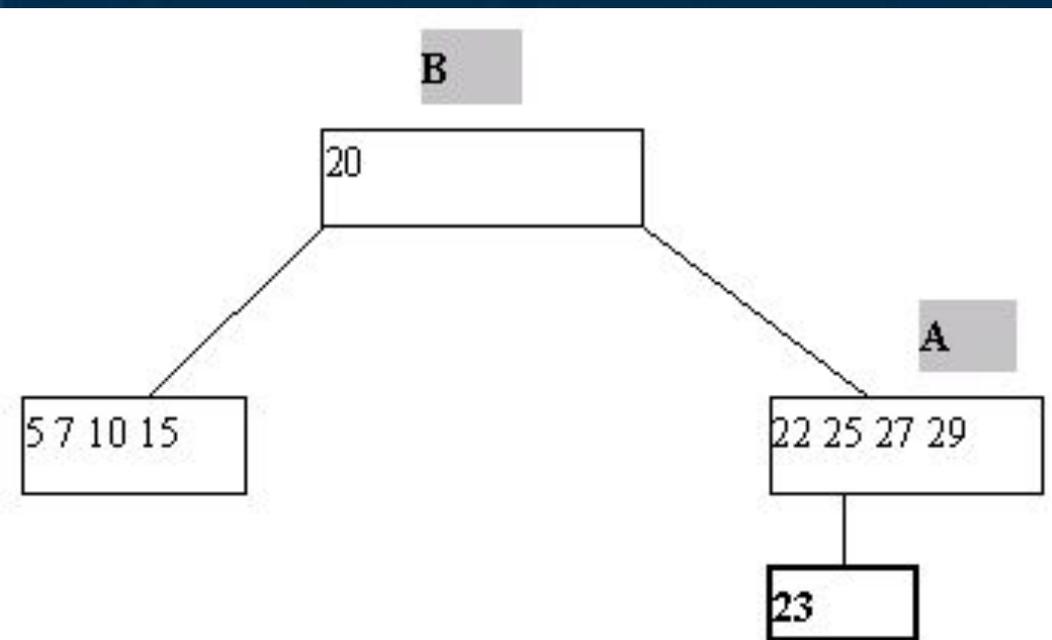
Включение элемента в В-дерево

1. Обнаруживается, что ключ 23 отсутствует.

Включение в страницу A невозможно, поскольку она уже заполнена.

2. Страница A **разделяется** на две страницы (вводится новая страница C).

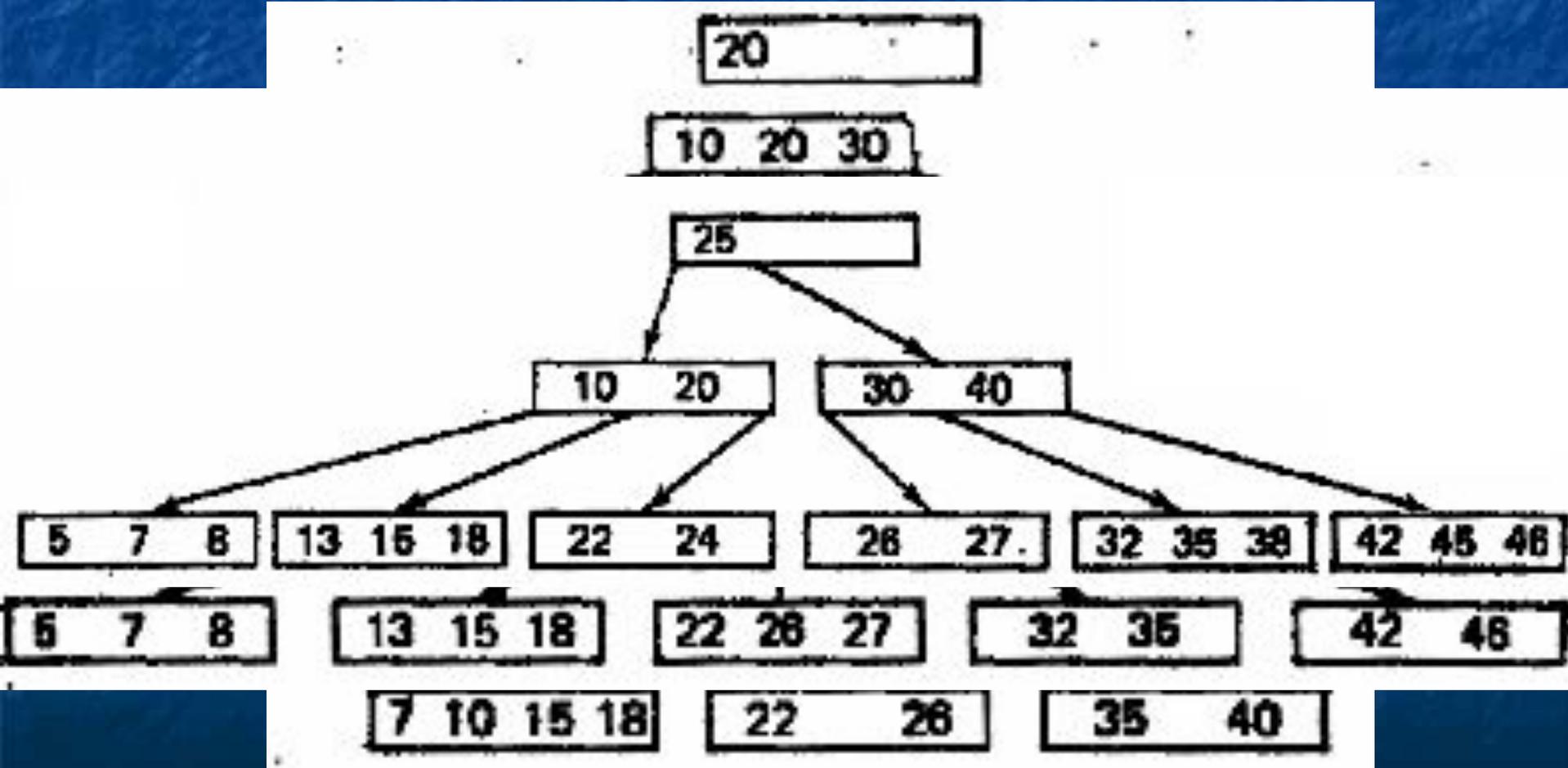
3. Ключи — их всего $2n+1$ — поровну распределяются в C и A, а **серединный** ключ переносится на один уровень вверх на «родительскую» страницу.



Доступ к данным во внешней памяти. В-деревья.

Включение элемента в В-дерево

Процесс добавления элементов в В-дерево представлен на рисунке, причем включаемые ключи идут в таком порядке: 20; 40 10 30 15; 35 7 26 18 22; 5; 42 13 46 27 8 32 38 24 45 25;



Исключение элемента из В-дерева

При **исключении** элемента из В-дерева можно выделить два случая:

1. Исключаемый элемент находится на листовой странице.
2. Элемент находится не на листовой странице.

В первом случае, удаление элемента с листовой страницы не вызовет затруднений, если эта страница содержит более n элементов.

Если же **количество элементов на странице после удаления станет меньше n** , то необходимо проделать некоторые действия, чтобы предотвратить нарушение второго условия В-дерева ($m \geq n$).

В этом случае для текущей страницы **необходимо позаимствовать элемент с одной из соседних страниц.**

Если соседняя страница содержит более n элементов, то происходит перемещение крайнего элемента (ближнего к текущей странице) в родительскую страницу, а элемент из родительской страницы в текущую.

Доступ к данным во внешней памяти. В-деревья.

Исключение элемента из В-дерева

В том случае, если занять элемент на соседних страницах невозможно (они содержат по n элементов), выполняется процедура **слияния** двух страниц.

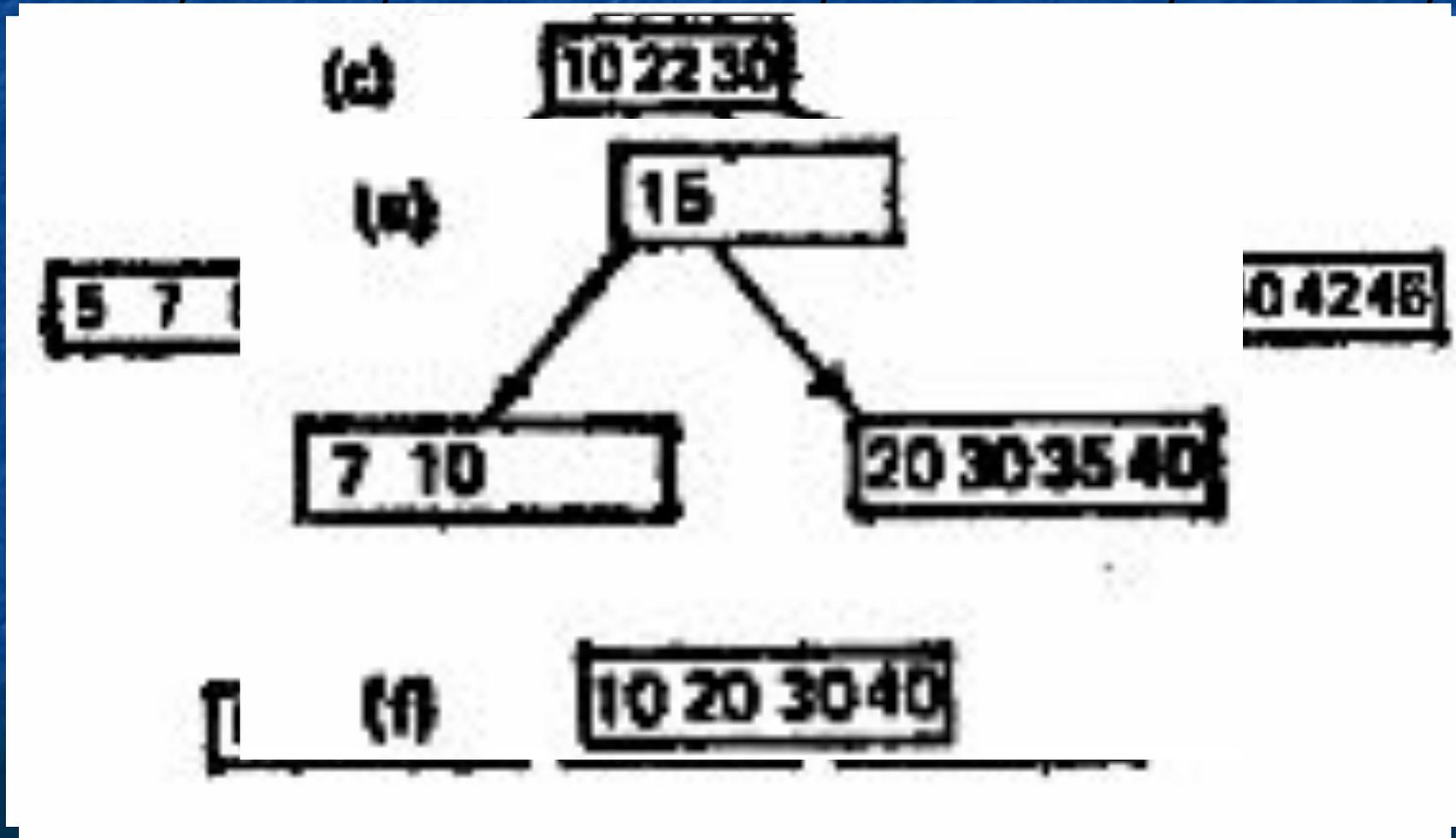
Так как общее число элементов на двух соседних страницах после удаления становится равным $2n-1$, то, забирая элемент с родительской страницы, получим одну страницу содержащую $2n$ элементов. При этом вторая освободившаяся страница уничтожается. Процесс слияния страниц в точности обратен процессу разделения страницы.

Доступ к данным во внешней памяти. В-деревья.

Исключение элемента из В-дерева

Рассмотрим деградацию В-дерева в случае удаления ключей в последовательности:

25 45 24; 38 32; 8 27 46 13 42; 5 22 18 26; 7 35 15;



Программная реализация B-дерева.

```
//задаем порядок дерева
#define LEVEL 3
//количество элементов на странице
#define ITEM_ON_LEVEL 2*LEVEL
//задаем максимальное количество страниц
#define MAX_PAGES 2000
//описываем структуру хранящую информацию о
//занятости страниц в файле
struct file_info{
    //отводим по 1 байту для описания состояния страниц
    //пока 1 -занята 0 - свободна
    unsigned char m_state[MAX_PAGES];
    //храня смещение относительно начала файла для
корневой страницы
    int m_irootoffset;
    //смещение начала записи этой структуры в файл
    int offset;
};
```

```
template <class DATA>
class CBTreePage
{
public:
    //массив элементов на странице
    DATA m_arkeys[ITEM_ON_LEVEL];
    //массив смещений на дочерние страницы
    int m_arpages[ITEM_ON_LEVEL+1];
    //текущее кол-во элементов на странице
    int m_ikeys;
    //конструктор по умолчанию
    CBTreePage();
    //метод записи страницы в файл
    bool SavePage(fstream &file,int offset);
    //метод загрузки страницы из файл
    bool LoadPage(fstream &file,int offset);
    friend class CBTree<DATA>;
};
```

Программная реализация B-дерева.

```
template <class DATA>
class CBTree
{
private:
    //смещение корневой страницы
    int m_iroot;
    //максимальное смещение занимаемое страницами дерева
    int max_offset;
    //структура описывающая файл текущего дерева
    file_info m_finfo;
    // количество страниц
    int NumberOfPages;
    //используются public методом AddItem
    bool Add(int &root,DATA &item, int &up_page, DATA &up_item,bool
&split);
    void SplitPage(CBTreePage<DATA> &page, int spot, DATA &up_item, int
&up_page);
    //используются public методом DeleteItem
    bool DeleteFromPage(int page,DATA &item,bool &too_small);
    void SwapItem(CBTreePage<DATA> &root,int key_pos, int child,
bool&too_small);
    void TooSmall(CBTreePage<DATA> &parent, int child, int child_num,
bool &too_small);
```

Хеширование данных. Хеш-таблицы.

Для ускорения доступа к данным в таблицах баз данных можно использовать предварительное упорядочивание таблицы в соответствии со значениями ключей.

Потери времени на повторное упорядочивание таблицы могут значительно превышать выигрыш от сокращения времени поиска. Поэтому для сокращения времени доступа к данным в таблицах часто используется так называемое **случайное упорядочивание** или *хеширование*.

При этом данные организуются в виде таблицы при помощи **хеш-функции** h , используемой для "вычисления" адреса по значению ключа.

Хеш-таблицы - один из наиболее эффективных способов реализации словарей (словарь - абстрактный тип данных (множеств) с операторами вставки, удаления и проверки членства INSERT, DELETE и MEMBER).

адрес = h (ключ)



Идеальной хеш-функцией является такая хеш-функция, которая для любых двух неодинаковых ключей дает неодинаковые адреса:

$$k_1 \neq k_2 \Rightarrow h(k_1) \neq h(k_2)$$

Такая организация данных носит название "совершенное хеширование".

В случае заранее неопределенного множества значений ключей и ограниченной длины таблицы подбор совершенной функции затруднителен.

Ключи и хеш-функция

В большинстве приложений ключ обеспечивает косвенную ссылку на данные. Ключ отображается во множество целых чисел посредством **хеш-функции** (hash function).

Полученное в результате значение затем используется для доступа к данным.



Предположим, Key – положительное целое, а $HF(Key)$ – значение младшей цифры числа Key . Тогда диапазон индексов равен 0-9.

Например, если $Key = 49$, $HF(Key) = HF(49) = 9$.

Эта хеш-функция в качестве возвращаемого значения использует остаток от деления на 10.

// Хеш-функция, возвращающая младшую цифру ключа

```
int HF(int key){ return key % 10;}
```

Коллизии и методы разрешения коллизий

Очевидно, что при заполнении хеш-таблицы могут возникать ситуации, когда для двух неодинаковых ключей функция вычисляет один и тот же адрес. Данный случай носит название "**коллизия**", а такие ключи называются "**ключи-синонимы**".

Для разрешения коллизий используются различные методы, которые в основном сводятся к методам "**цепочек**" и "**открытой адресации**".

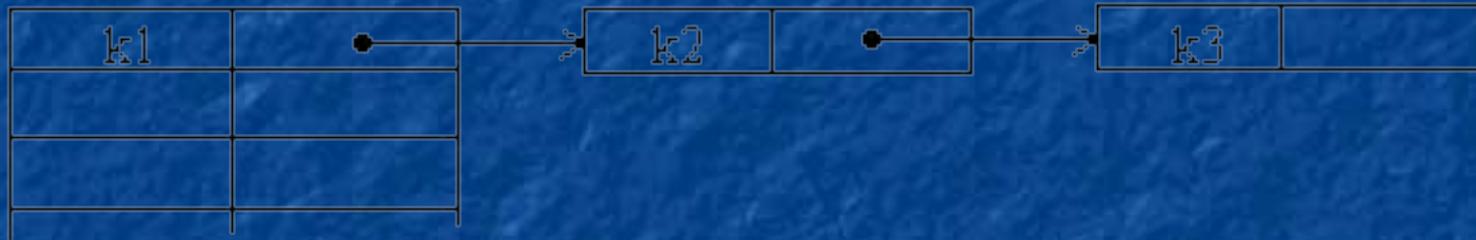
Коллизии и методы разрешения коллизий



Коллизии и методы разрешения коллизий

Поиск в хеш-таблице с цепочками переполнения:

1. вычисляется адрес по значению ключа.
2. осуществляется последовательный поиск в списке, связанном с вычисленным адресом.



$$k1 \neq k2$$

$$h(k1) = h(k2)$$

$$k3 \neq k1$$

$$h(k3) = h(k1)$$

Процедура удаления из таблицы сводится к поиску элемента и его удалению из цепочки переполнения.

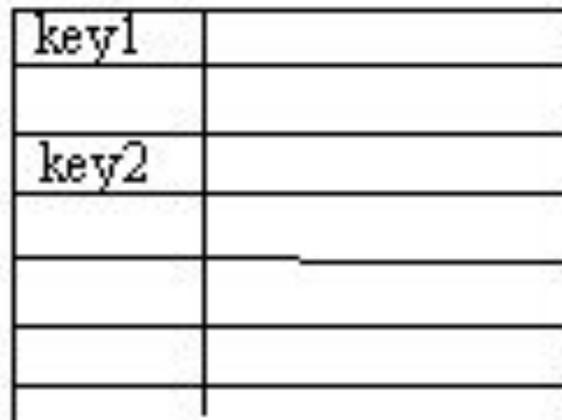
Коллизии и методы разрешения коллизий

Методы открытой адресации состоят в том, чтобы, пользуясь каким-либо алгоритмом, обеспечивающим перебор элементов таблицы, просматривать их в поисках свободного места для новой записи. Иногда данный метод хеширования называют **закрытым**, **внутренним**, или **прямым хешированием**.

Линейное
перебору
шагом $a =$
коллизии
перебор в

а) Линейное опробование

$a \rightarrow$
адрес



$$a = h(\text{key1})$$

$$a = h(\text{key2}) + c \cdot i$$

$\text{key1} \neq \text{key2}$
 $a = h(\text{key1}) = h(\text{key2})$

ному
анным
ИТЬ
ельный

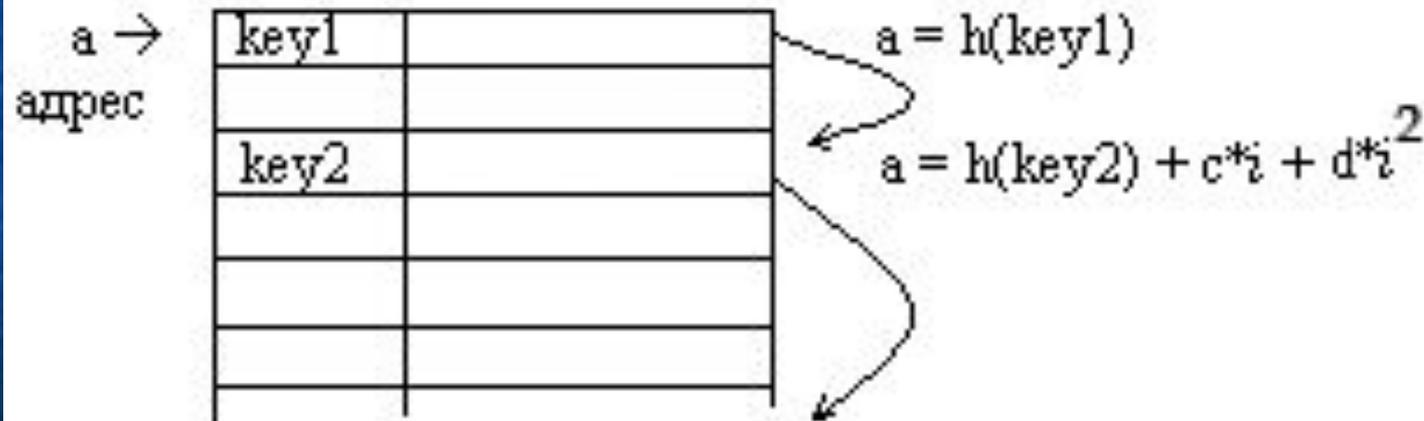
Коллизии и методы разрешения коллизий

Квадратичное опробование отличается от линейного тем, что шаг перебора элементов не линейно зависит от номера попытки найти свободный элемент:

$$a = h(\text{key2}) + c \cdot i + d \cdot i^2.$$

Благодаря нелинейности такой адресации уменьшается число проб при большом числе ключей-синонимов.

б) Квадратичное опробование

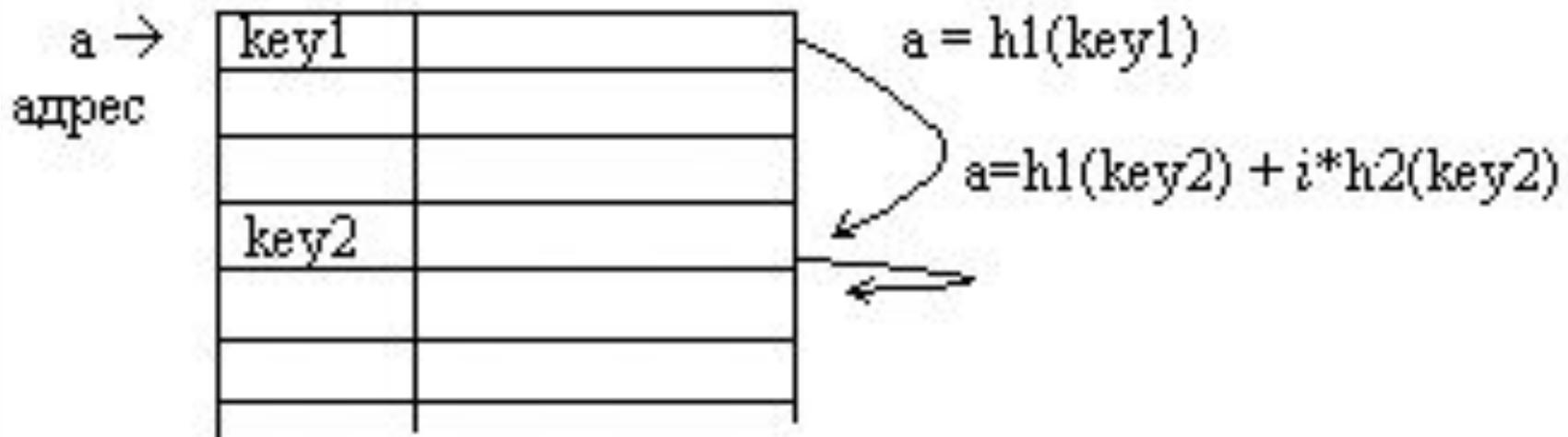


$\text{key1} \neq \text{key2}$
 $a = h(\text{key1}) = h(\text{key2})$

Коллизии и методы разрешения коллизий

Еще одна разновидность метода открытой адресации, которая называется **двойным хешированием**, основана на нелинейной адресации, достигаемой за счет суммирования значений основной и дополнительной хеш-функций:
 $a = h_1(\text{key}) + i * h_2(\text{key})$.

в) Двойное хеширование



$\text{key}_1 \neq \text{key}_2$

$a = h_1(\text{key}_1) = h_1(\text{key}_2)$

Коллизии и методы разрешения коллизий

Алгоритмы вставки и поиска для метода линейного опробования:

Вставка:

$$i = 0$$

$$a = h(\text{key}) + i * c$$

Если $t(a) = \text{свободно}$, то $t(a) = \text{key}$, записать элемент, *стоп элемент добавлен*

$$i = i + 1, \text{ перейти к шагу 2}$$

Поиск:

$$i = 0$$

$$a = h(\text{key}) + i * c$$

Если $t(a) = \text{key}$, то *стоп элемент найден*

Если $t(a) = \text{свободно}$, то *стоп элемент не найден*

$$i = i + 1, \text{ перейти к шагу 2}$$

Коллизии и методы разрешения коллизий

С процедурой **удаления** дело обстоит не так просто, так как она в данном случае не будет являться обратной процедуре вставки.

В том случае, **если за удаляемым элементом** в результате разрешения коллизий **были размещены элементы** с другими ключами, **то поиск этих элементов после удаления** всегда **будет давать отрицательный результат**, так как алгоритм поиска останавливается на первом элементе, находящемся в состоянии свободно.

Скорректировать эту ситуацию можно различными способами. Наилучший из них состоит в том, что для элементов хеш-таблицы **добавляется состояние "удалено"**. Данное состояние **в процессе поиска интерпретируется, как занято**, а **в процессе добавления - как свободно**.

Коллизии и методы разрешения коллизий

Сформулируем алгоритмы вставки, поиска и удаления для хеш-таблицы, имеющей три состояния элементов.

Вставка:

$$i = 0$$

$$a = h(\text{key}) + i * c$$

Если $t(a) = \text{свободно}$ или $t(a) = \text{удалено}$, то $t(a) = \text{key}$, записать элемент, *стоп элемент добавлен*

$$i = i + 1, \text{ перейти к шагу 2}$$

Удаление:

$$i = 0$$

$$a = h(\text{key}) + i * c$$

Если $t(a) = \text{key}$, то $t(a) = \text{удалено}$, *стоп элемент удален*

Если $t(a) = \text{свободно}$, то *стоп элемент не найден*

$$i = i + 1, \text{ перейти к шагу 2}$$

Поиск:

$$i = 0$$

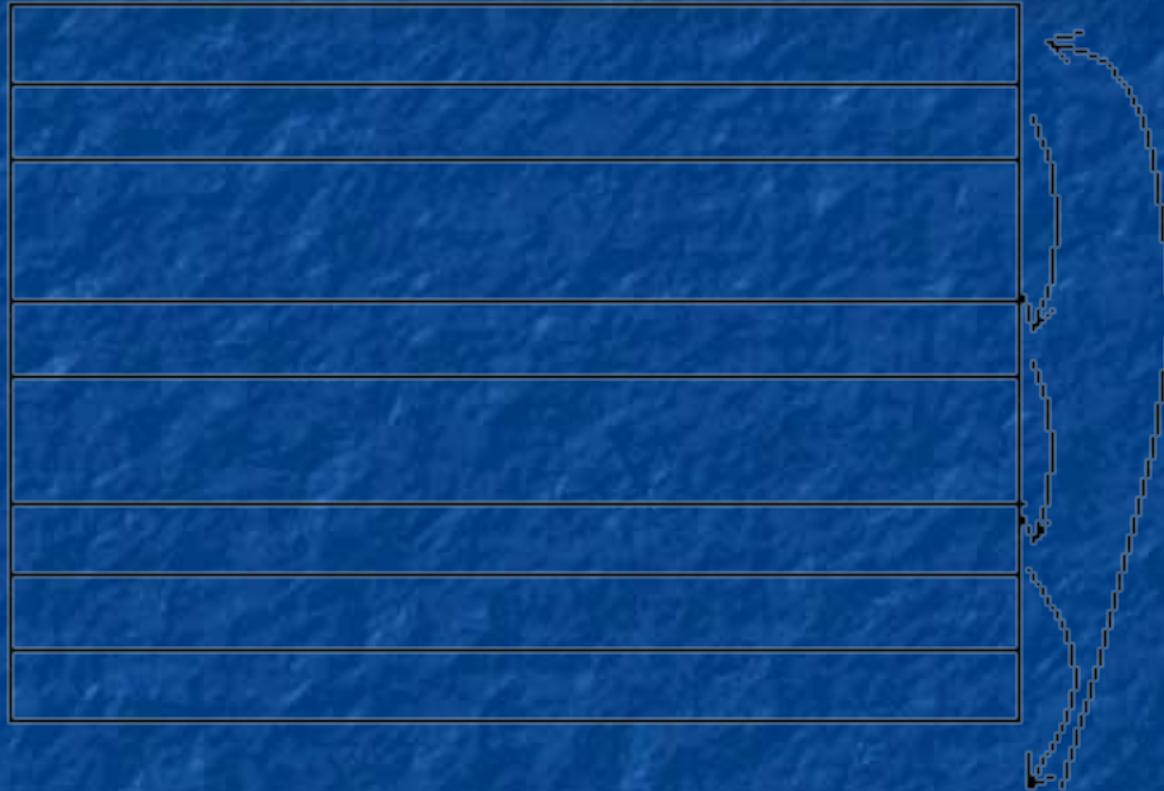
$$a = h(\text{key}) + i * c$$

Если $t(a) = \text{key}$, то *стоп элемент найден*

Если $t(a) = \text{свободно}$, то *стоп элемент не найден*

$$i = i + 1, \text{ перейти к шагу 2}$$

Переполнение таблицы и рехеширование



Оценка качества хеш-функции

