Интернет Университет Суперкомпьютерных технологий

Учебный курс

Введение в параллельные алгоритмы

Лекция 2

Методы построения параллельных программ

Якобовский М.В., д.ф.-м.н.
Институт математического моделирования РАН, Москва

Предварительные замечания

… если для нас представляют интерес реально работающие системы, то требуется убедиться, (и убедить всех сомневающихся) в корректности наших построений

… системе часто придется работать в невоспроизводимых обстоятельствах, и мы едва ли можем ожидать сколько-нибудь серьезной помощи от тестов

Dijkstra E.W.

1966

Содержание лекции

- Методы построения параллельных алгоритмов и их свойства:
  - Статическая балансировка
    - метод сдваивания
    - геометрический параллелизм
    - конвейерный параллелизм
  - Динамическая балансировка
    - коллективное решение
- Пример задачи, для параллельного решения которой необходимо создание качественно нового алгоритма

Хороший параллельный алгоритм

больши
м

- Обладает запасом внутреннего параллелизма
  - Есть возможность одновременного выполнения операций
- Допускает возможность равномерного распределения вычислительных операций между процессорами

большим
числом

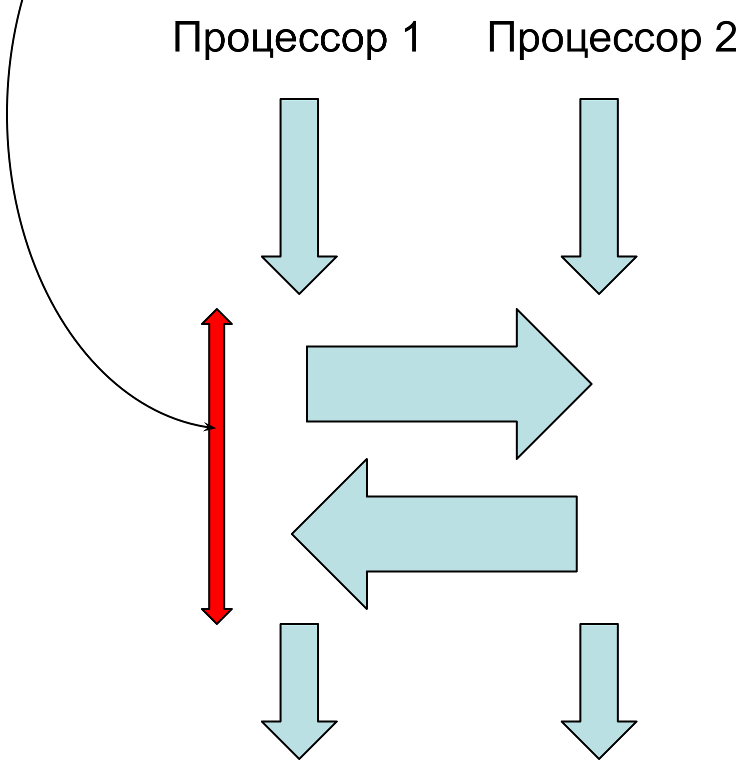
- Обладает низким уровнем накладных расходов

Накладные расходы

- Операции, отсутствующие в наилучшем последовательном алгоритме:
  - Синхронизация
  - Обмен данными
  - Дублирование операций
  - Новые операции

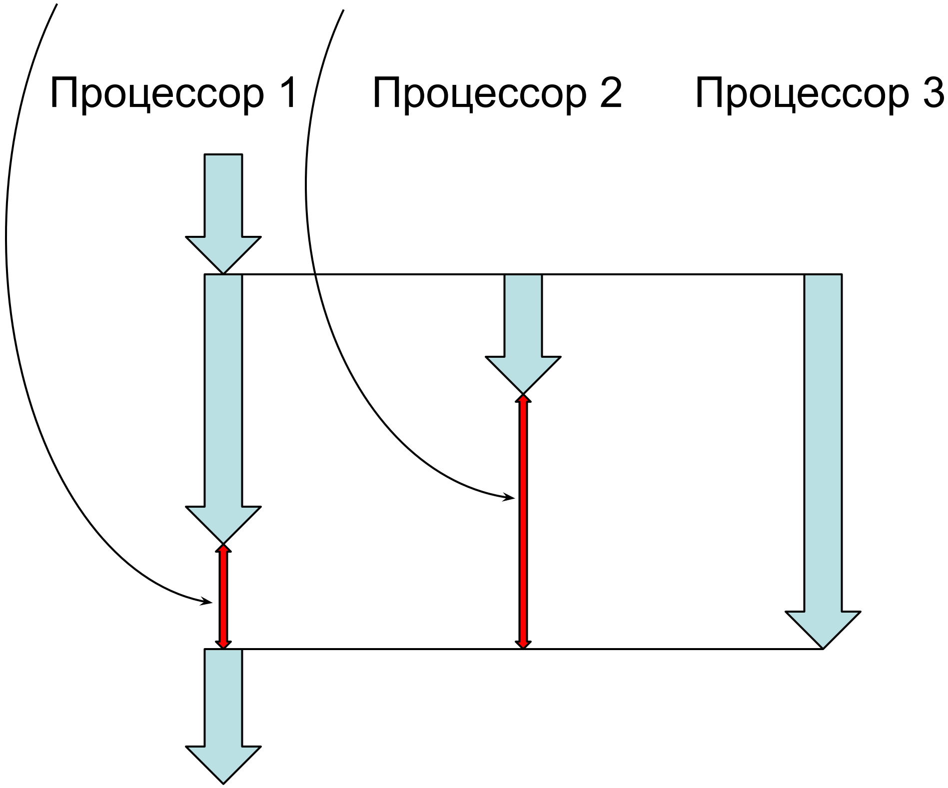
Обмен данными

- Потери времени на передачу данных между процессами



Синхронизация

- Потери времени на ожидание долго выполняющихся процессов



Дублирование операций

```
S=0;
For(i=0;i<n1;i++)
    S+=a[i];
Send(S)
```

```
S=0;
For(i=n1;i<n;i++)
    S+=a[i];
Send(S)
```

```
Recv(S1)
Recv(S2)
S=S1+S2
```

Вычисление всех факториалов до 8! включительно

Шаг	*Процессор 1*	*Процессор 2*	*Процессор 3*	*Процессор 4*
1	$1 \cdot 2$	$3 \cdot 4$	$5 \cdot 6$	$7 \cdot 8$
2	$12 \cdot 3$	$12 \cdot 34$	$56 \cdot 7$	$56 \cdot 78$
3	$1234 \cdot 5$	$1234 \cdot 56$	$1234 \cdot 567$	$1234 \cdot 5678$

```
F=1;
for(i=2;i <= n;i++)
    F*=i;
```

$$T_{p=n/2}(n) = \tau_c \log_2 n$$

$$S = \left.\frac{n-1}{\log_2 n}\right|_{\substack{n=8 \\ p=4}} = \frac{7}{3} < 4 = p$$

$$T_1(n) = \tau_c (n-1)$$

$$E_{p=4}(n=8) = \frac{7}{12}$$

Вычисление всех факториалов до 8! включительно

Шаг	*Процессор 1*	*Процессор 2*	*Процессор 3*	*Процессор 4*
1	$1\cdot 2$	$3\cdot 4$	$5\cdot 6$	$7\cdot 8$
2	$12\cdot 3$	$12\cdot 34$	$56\cdot 7$	$56\cdot 78$
3	$1234\cdot 5$	$1234\cdot 56$	$1234\cdot 567$	$1234\cdot 567$ 8

$$T_{p=n/2}(n) = \tau_c \log_2 n \qquad S = \left.\frac{n-1}{\log_2 n}\right|_{\substack{n=8\\p=4}} = \frac{7}{3} < 4 = p \qquad E_{p=4}(n=8) = \frac{7}{12}$$

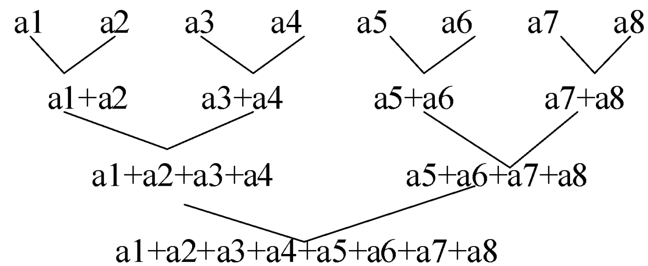
Шаг	*Процессор 1*	*Процессор 2*	*Процессор 3*	*Процессор 4*
1	1 $2!$	8 $3\cdot 4$	9 $5\cdot 6$	10 $7\cdot 8$
2	2 $3!$	3 $4!$	11 $56\cdot 7$	12 $56\cdot 78$
3	4 $5!$	5 $6!$	6 $7!$	7 $8!$

Метод сдванивания

❑ Каскадная схема

$$T_{p=n/2}(n) = \tau_c \log_2 n$$

$$S_{p=n/2}(n) = \frac{(n-1)}{\log_2 n} \qquad E_{p=n/2}(n) \approx \frac{1}{\log_2 n}$$

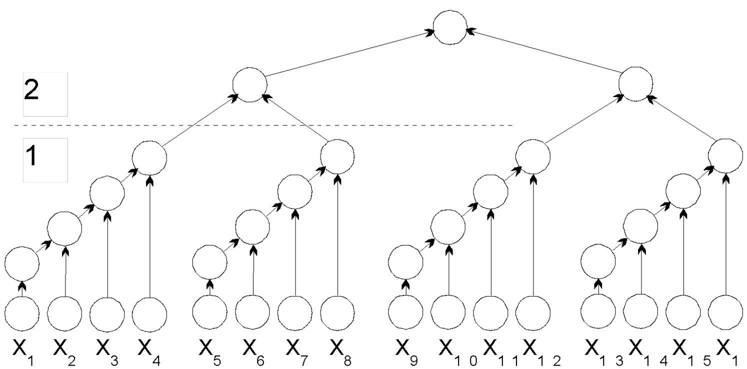


❑ Модифицированная каскадная схема

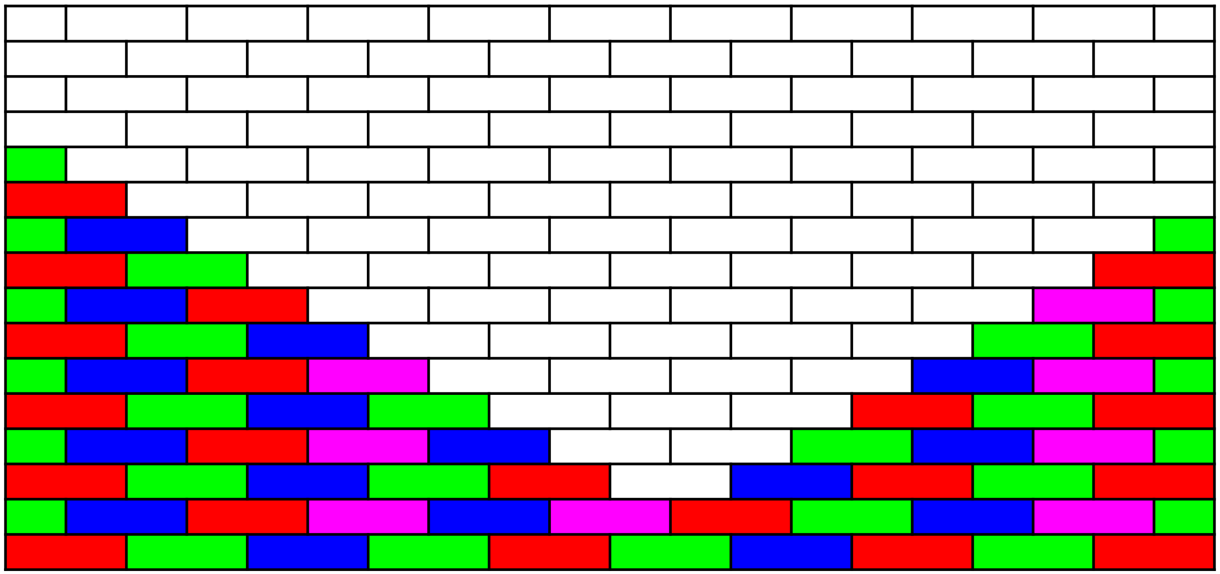
[В.П.Гергель Основы параллельных вычислений, лекция 4, слайд 23]

$$T_{p=\frac{n}{\log_2 n}}(n) \approx 2\tau_c \log_2 n$$

$$S_{p=\frac{n}{\log_2 n}}(n) \approx \frac{(n-1)}{2\log_2 n} \qquad E_{p=\frac{n}{\log_2 n}}(n) \approx \frac{1}{2}$$

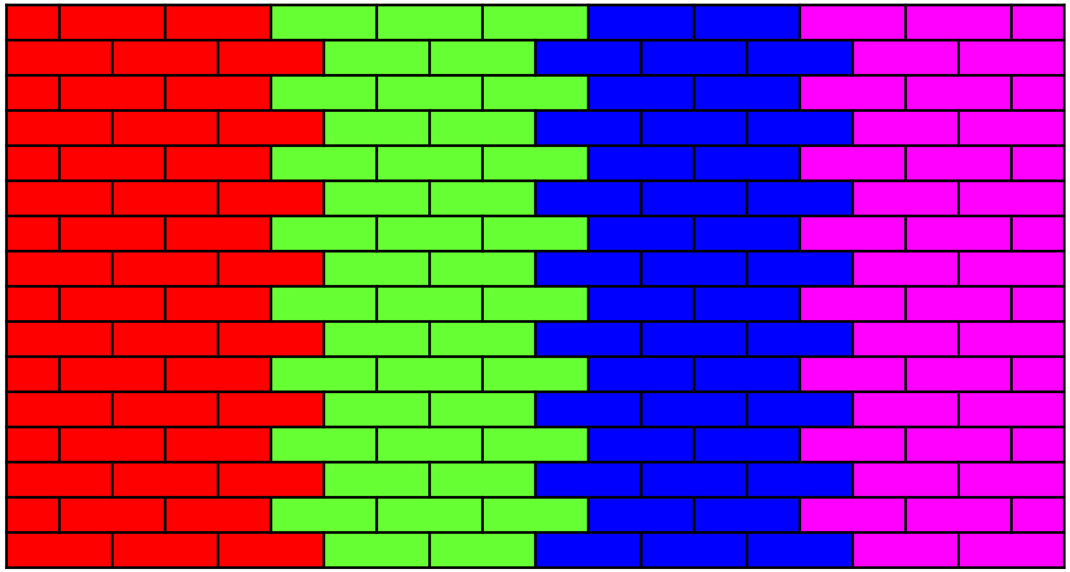


Стена Фокса



n – ширина стены
$к$ – высота стены

Метод геометрического параллелизма

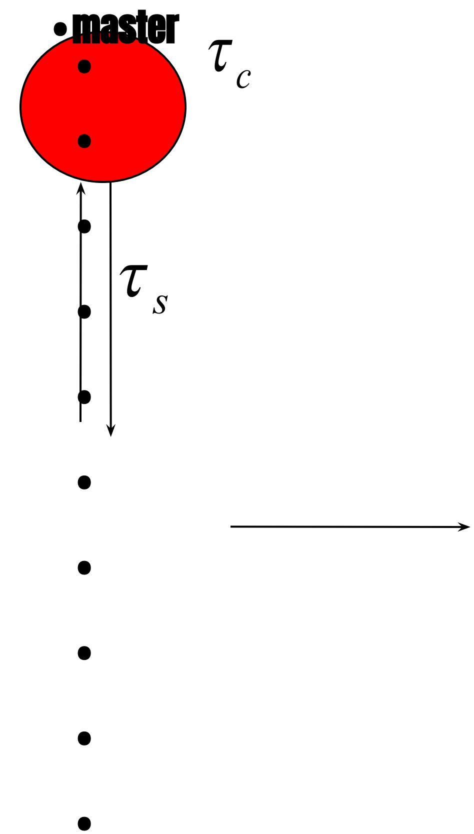


$$T_1(kn) = \tau_c kn \qquad T_p(kn) = \tau_c \frac{kn}{p} + 4k\tau_s$$

$$S_p(kn) = p \frac{1}{1 + 4\frac{p}{n}\frac{\tau_s}{\tau_c}} \qquad E_p(kn) = \frac{1}{1 + 4\frac{p}{n}\frac{\tau_s}{\tau_c}}$$

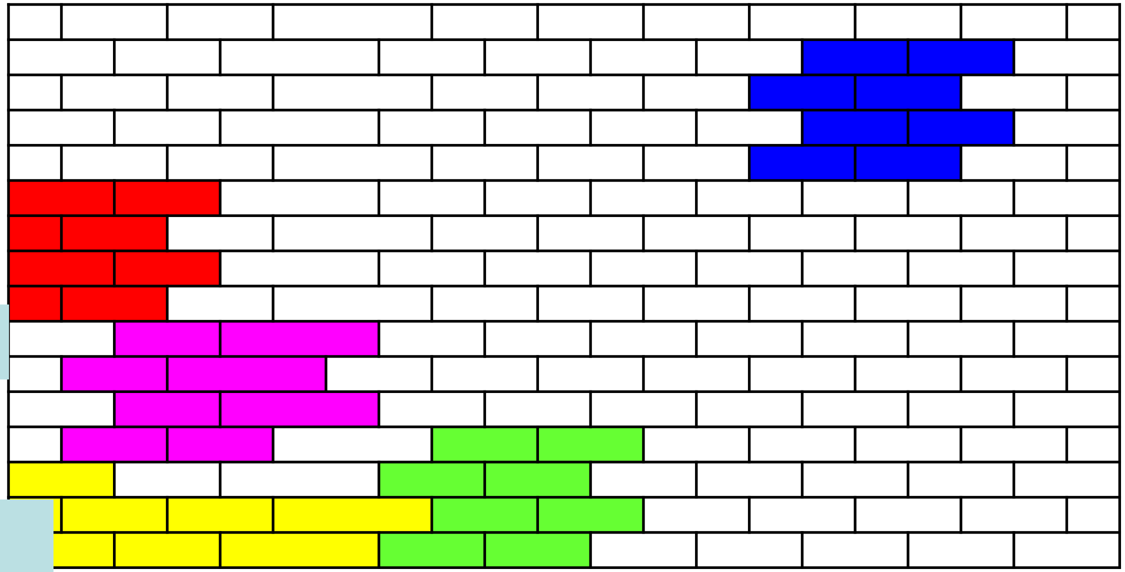
Метод коллективного решения (укладка паркета)

$$T_p = \frac{N}{p}\left(\tau_c + \tau_s\right)$$



$$p_{\max} = \frac{\tau_c}{\tau_s}$$

Метод коллективного решения (укладка паркета)



$$T_1(kn) = \tau_c kn$$

Число порций

Обработка порции

Обмен данными

$$T_p(kn) = \frac{kn}{rp}\left(r\tau_c + \tau_s\right)$$

$$S_{p=\frac{r\tau_c}{\tau_s}}(kn) = \left(\frac{r\tau_c}{\tau_s}\right)^2 \frac{1}{1+\frac{r\tau_c}{\tau_s}} = p_{\max}\frac{1}{1+\frac{1}{p_{\max}}}$$

$$p_{\max} = \frac{r\tau_c}{\tau_s}$$

$$E_{p=\frac{r\tau_c}{\tau_s}}(kn) = \frac{1}{1+\frac{\tau_s}{r\tau_c}}$$

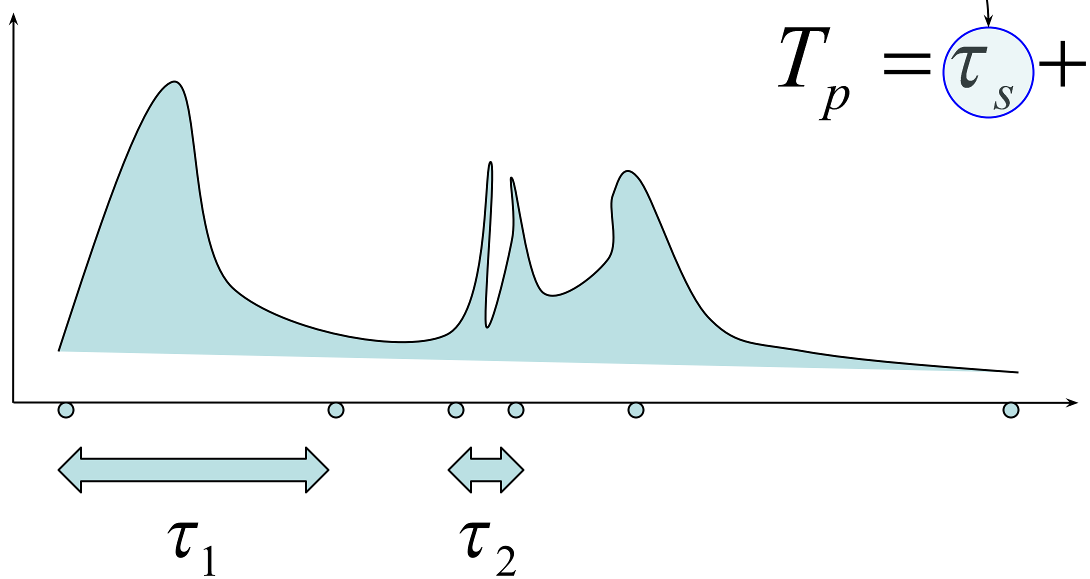
r - размер порции

Вычисление определенного интеграла

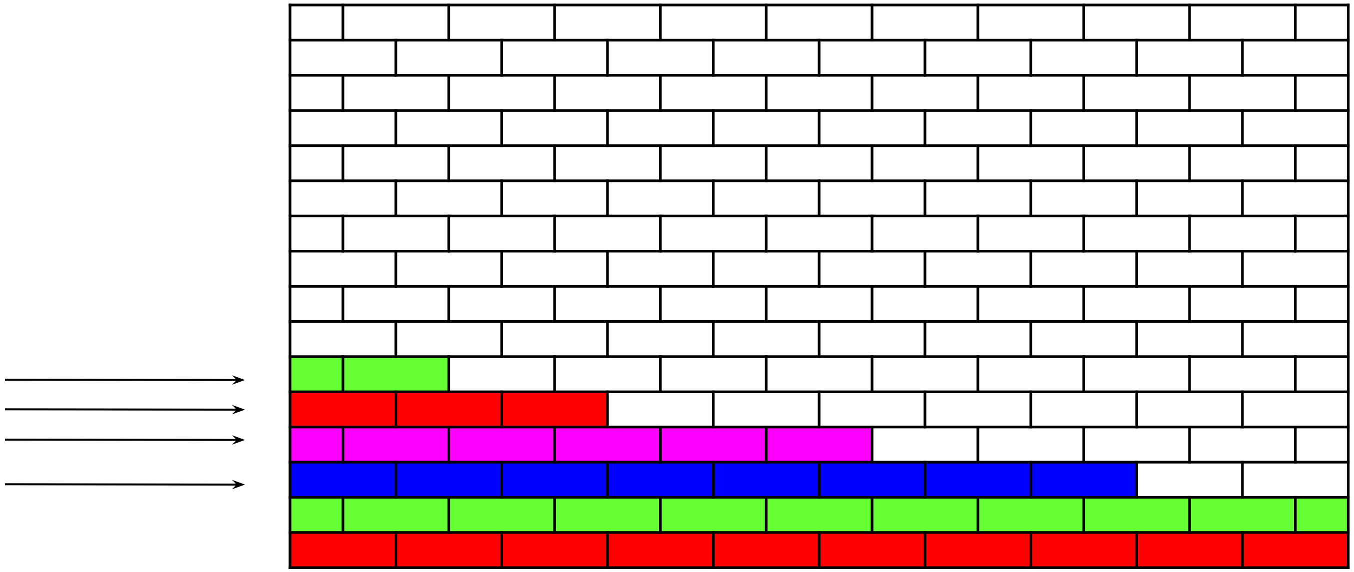
- $\boxed{\mathrm{Send}(a_i);\ \mathrm{Send}(a_{i+1});\ \mathrm{Recv}(s);}$

$$I = \int_A^B f(x)dx = \sum_i \int_{a_i}^{a_{i+1}} f(x)dx$$

$$T_p = \tau_s + \max_i \tau_i$$



Метод конвейерного параллелизма



$$T_1(kn) = \tau_c kn \qquad T_p(kn) = \tau_c \frac{kn}{p} + k\frac{n}{p}\tau_s$$

$$S_p(kn) = p\frac{1}{1+\frac{\tau_s}{\tau_c}} \qquad E_p(kn) = \frac{1}{1+\frac{\tau_s}{\tau_c}}$$

- Статическая и динамическая балансировка загрузки процессоров
  - Статическая балансировка
    - метод сдваивания
    - геометрический параллелизм
    - конвейерный параллелизм
  - Динамическая балансировка
    - коллективное решение

Определение суммы двух многоразрядных чисел

```
r=0;
for(i=0;i<=n;i++)
   {
   d=a[i]+b[i]+r;
   c[i]=d%10;
   r=d/10;
   }
c[i]=r;
```

$$
\begin{array}{r}
{}_{+}6934317835 \\
3221643577 \\
\hline
10155961412
\end{array}
$$

$$T_1 = 4n\tau_c$$

«Параллельный» алгоритм

- Последовательное распространение разряда переноса на четырёх процессорах

$$
\begin{array}{r}
{}_{+}99999999 \\
1 \\
\hline
100000000
\end{array}
$$

99	99	99	99
			1
			100
		100	
	100		
100			
100	00	00	00

Спекулятивный алгоритм

- Спекулятивное вычисление двух сумм

$$
\begin{array}{r}
+\,99999999 \\
1 \\
\hline
100000000
\end{array}
$$

99	**99**	**99**	**99**	
			1	
99	99	99	100	+0
100	100	100		+1
100	00	00	00	

Спекулятивный алгоритм

```
r1=0;
r2=1;
for(i=0;i<=n1;i++)
    {
    d1=a[i]+b[i]+r1;
    c1[i]=d1%10;
    r1=d1/10;
    d2=a[i]+b[i]+r2;
   c2[i]=d2%10;
   r2=d2/10;
   }
Recv(&r)
if(r)c=c1;
else c=c2;
```

$$T' = 8n_1\tau_c$$

Спекулятивный алгоритм

- Спекулятивное вычисление двух сумм

$$T_1 = 4n\tau_c$$

$$T_p = 8\frac{n}{p}\tau_c$$

$$S_p = \frac{p}{2}$$

$$E_p = 50\%$$

99	**99**	**99**	**99**	
			1	
99	99	99	100	+0
100	100	100		+1
100	00	00	00	

Заключение

- Рассмотрены методы построения параллельных алгоритмов
- Рассмотрена проблема балансировки загрузки процессоров
- Представлен масштабируемый параллельный метод сложения многоразрядных чисел, основанный на неэффективном последовательном алгоритме

Вопросы для обсуждения

- В чем заключается проблема балансировки загрузки?
- В чем заключаются методы геометрического параллелизма, конвейерного параллелизма и коллективного решения?
- Чем определяются максимальные ускорения, достигаемые при применении этих методов?
- В чем отличие методов статической и динамической балансировки загрузки?

Контакты

Якобовский М.В.

д.ф.-м.н.,

зав. сектором

«Программного обеспечения многопроцессорных систем и вычислительных сетей»

Института математического моделирования

Российской академии наук

mail: lira@imamod.ru

web: http://lira.imamod.ru