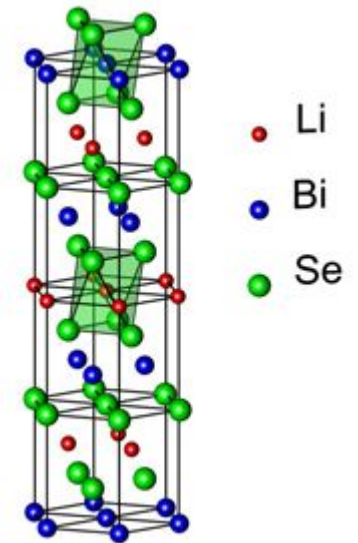


# Модели и моделирование

## Тема 1. Модели и их типы

# Модели в нашей жизни

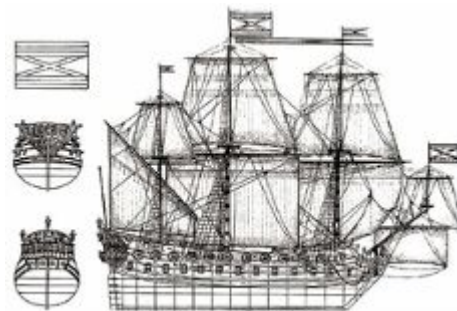
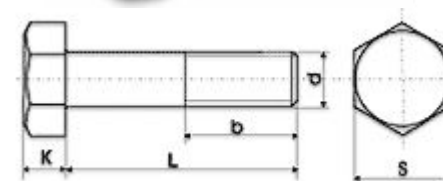
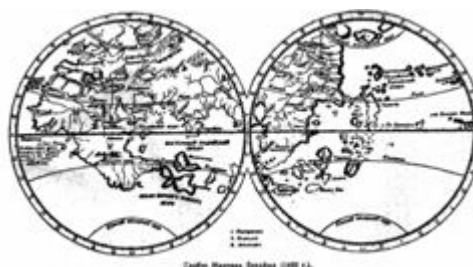
2



# Что такое модель?

**Модель** – это объект, который обладает некоторыми свойствами другого объекта (*оригинала*) и используется вместо него.

## Оригиналы и модели



Первый линейный русский корабль «Гото Предестинация»

## Модели объектов:

- уменьшенные копии зданий, кораблей, самолетов, ...
- модели ядра атома, кристаллических решеток
- чертежи
- ...

## Модели процессов:

- изменение экологической обстановки
- экономические модели
- исторические модели
- ...

## Модели явлений:

- землетрясение
- солнечное затмение
- цунами
- ...

**Моделирование** – это создание и использование моделей для изучения оригиналов.

**Когда используют моделирование:**

- **оригинал не существует**
  - древний Египет
  - последствия ядерной войны (Н.Н. Моисеев, 1966)
- **исследование оригинала опасно для жизни или дорого:**
  - управление ядерным реактором (Чернобыль, 1986)
  - испытание нового скафандра для космонавтов
  - разработка нового самолета или корабля
- **оригинал сложно исследовать непосредственно:**
  - Солнечная система, галактика (большие размеры)
  - атом, нейтрон (маленькие размеры)
  - процессы в двигателе внутреннего сгорания (очень быстрые)
  - геологические явления (очень медленные)
- **интересуют только некоторые свойства оригинала**
  - проверка краски для фюзеляжа самолета

# Цели моделирования

---

- **исследование оригинала**

изучение сущности объекта или явления

«Наука есть удовлетворение собственного любопытства за казенный счет» (Л.А. Арцимович)

- **анализ («что будет, если ...»)**

научиться прогнозировать последствия различных воздействиях на оригинал

- **синтез («как сделать, чтобы ...»)**

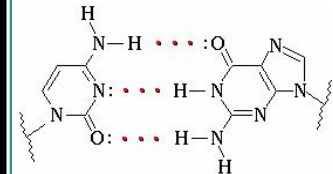
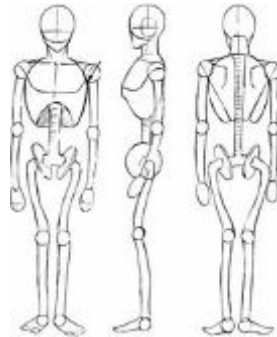
научиться управлять оригиналом, оказывая на него воздействия

- **оптимизация («как сделать лучше»)**

выбор наилучшего решения в заданных условиях

# Один оригинал – одна модель?

7

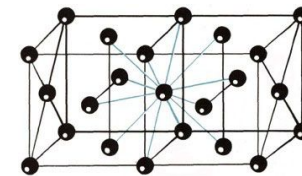


- материальная точка



Оригиналу может соответствовать несколько разных моделей и наоборот!

- **материальные (физические, предметные) модели:**



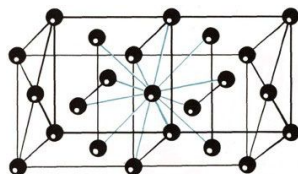
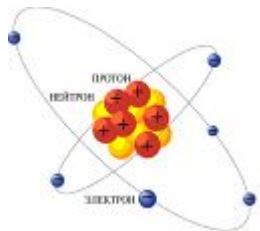
- **Информационные модели** представляют собой информацию о свойствах и состоянии объекта, процесса, явления, и его взаимосвязи с внешним миром:
  - **вербальные** – словесные или мысленные
  - **знаковые** – выраженные с помощью формального языка
    - **графические** (рисунки, схемы, карты, ...)
    - **табличные**
    - **математические** (формулы)
    - **логические** (различные варианты выбора действий на основе анализа условий)
    - **специальные** (ноты, химические формулы)



# Модели по области применения

9

- **учебные** (в т.ч. тренажеры)



- **опытные** – при создании новых технических средств



- **научно-технические**

аэродинамическая труба

испытания в опытном бассейне



имитатор солнечного излучения



вакуумная камера в Институте космических исследований



вибростенд НПО «Энергия»

- **игровые** – учитывающие действия противника
  - модели экономических ситуаций
  - модели военных действий
  - спортивные игры
  - тренинги персонала
- **имитационные**
  - нельзя заранее вычислить или предсказать поведение системы;
  - можно имитировать её реакцию на внешние воздействия;
  - максимальный учет всех факторов;
  - только численные результаты;
  - выбор наилучшего решения **методом проб и ошибок** в ходе многократных экспериментов

## Примеры:

- испытания лекарств на мышах, обезьянах, ...
- математическое моделирование биологических систем
- модели бизнеса и управления
- модели процесса обучения

- **детерминированные**

- связи между входными и выходными величинами жестко заданы
- при одинаковых входных данных каждый раз получаются одинаковые результаты

## Примеры

- движение тела, брошенного под углом к горизонту
- расчеты по известным формулам
- модель штатной работы механизма

- **вероятностные (стохастические)**

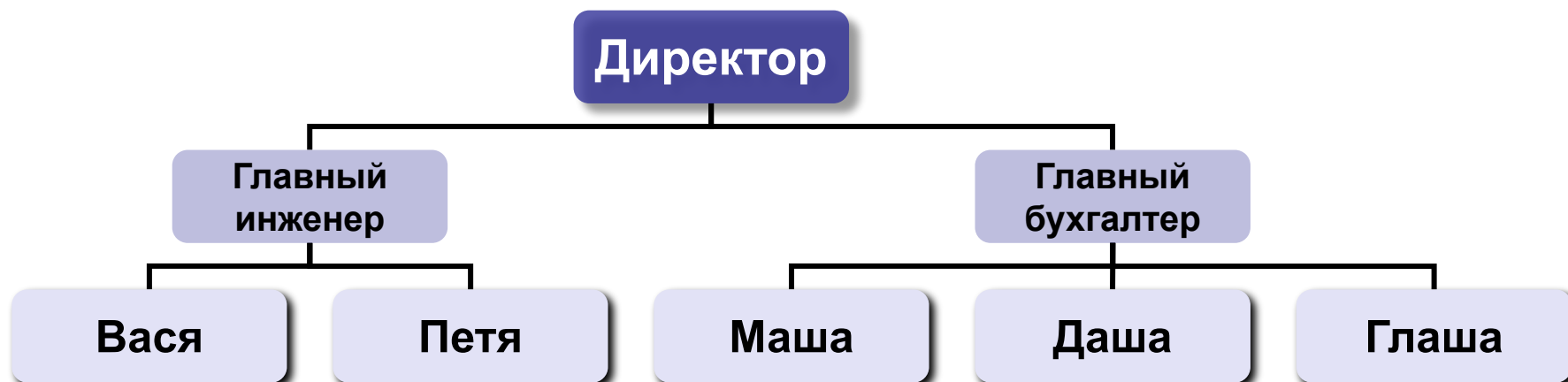
- учитывают случайность событий в реальном мире
- при одинаковых входных данных каждый раз получаются немного разные результаты

## Примеры

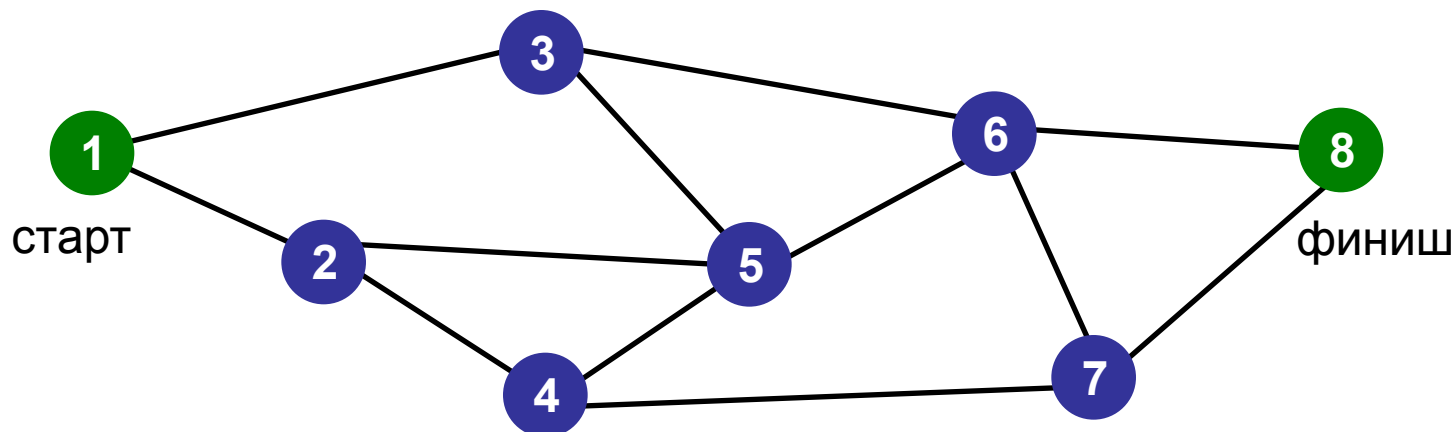
- движение тела с учетом ветра
- броуновское движение частиц
- влияние волн на судно
- моделирование действий человека

- **статические** – описывают оригинал в заданный момент времени
  - силы, действующие на тело в состоянии покоя
  - результаты осмотра врача
  - фотография
- **динамические**
  - модель движения тела
  - явления природы (молния, землетрясение, цунами)
  - история болезни
  - видеозапись события

- табличные модели (пары соответствия)
- иерархические (многоуровневые) модели



- сетевые модели (графы)



# Модели и моделирование

## Тема 2. Этапы моделирования

# I. Постановка задачи

---

- **исследование оригинала**

изучение сущности объекта или явления

- **анализ («что будет, если ...»)**

научиться прогнозировать последствий при различных воздействиях на оригинал

- **синтез («как сделать, чтобы ...»)**

научиться управлять оригиналом, оказывая на него воздействия

- **оптимизация («как сделать лучше»)**

выбор наилучшего решения в заданных условиях



**Ошибки при постановке задачи приводят к наиболее тяжелым последствиям!**

# I. Постановка задачи

---

## Хорошо поставленная задача:

- описаны все связи между исходными данными и результатом
- известны все исходные данные
- решение существует
- задача имеет единственное решение

## Примеры плохо поставленных задач:

- Винни Пух и Пятачок построили ловушку для слонопотама. Удастся ли его поймать?
- Малыш и Карлсон решили по-братски разделить два орешка – большой и маленький. Как это сделать?
- Найти максимальное значение функции  $y = x^2$  (нет решений).
- Найти функцию, которая проходит через точки  $(0,1)$  и  $(1,0)$  (неединственное решение).



## II. Разработка модели

---

- **выбрать тип модели**
- **определить *существенные* свойства оригинала**, которые нужно включить в модель, отбросить несущественные (для данной задачи)
- **построить формальную модель**  
это модель, записанная на *формальном языке* (математика, логика, ...) и отражающая только существенные свойства оригинала
- **разработать алгоритм работы модели**  
**алгоритм** – это четко определенный порядок действий, которые нужно выполнить для решения задачи

## III. Тестирование модели

---

**Тестирование** - это проверка модели на простых исходных данных с известным результатом.

### Примеры:

- устройство для сложения многозначных чисел – проверка на однозначных числах
- модель движения корабля – если руль стоит ровно, курс не должен меняться; если руль повернуть влево, корабль должен идти вправо
- модель накопления денег в банке – при ставке 0% сумма не должна изменяться



**Модель прошла тестирование. Гарантирует ли это ее правильность?**

## IV. Эксперимент

---

**Эксперимент** – это исследование модели в интересующих нас условиях.

### Примеры:

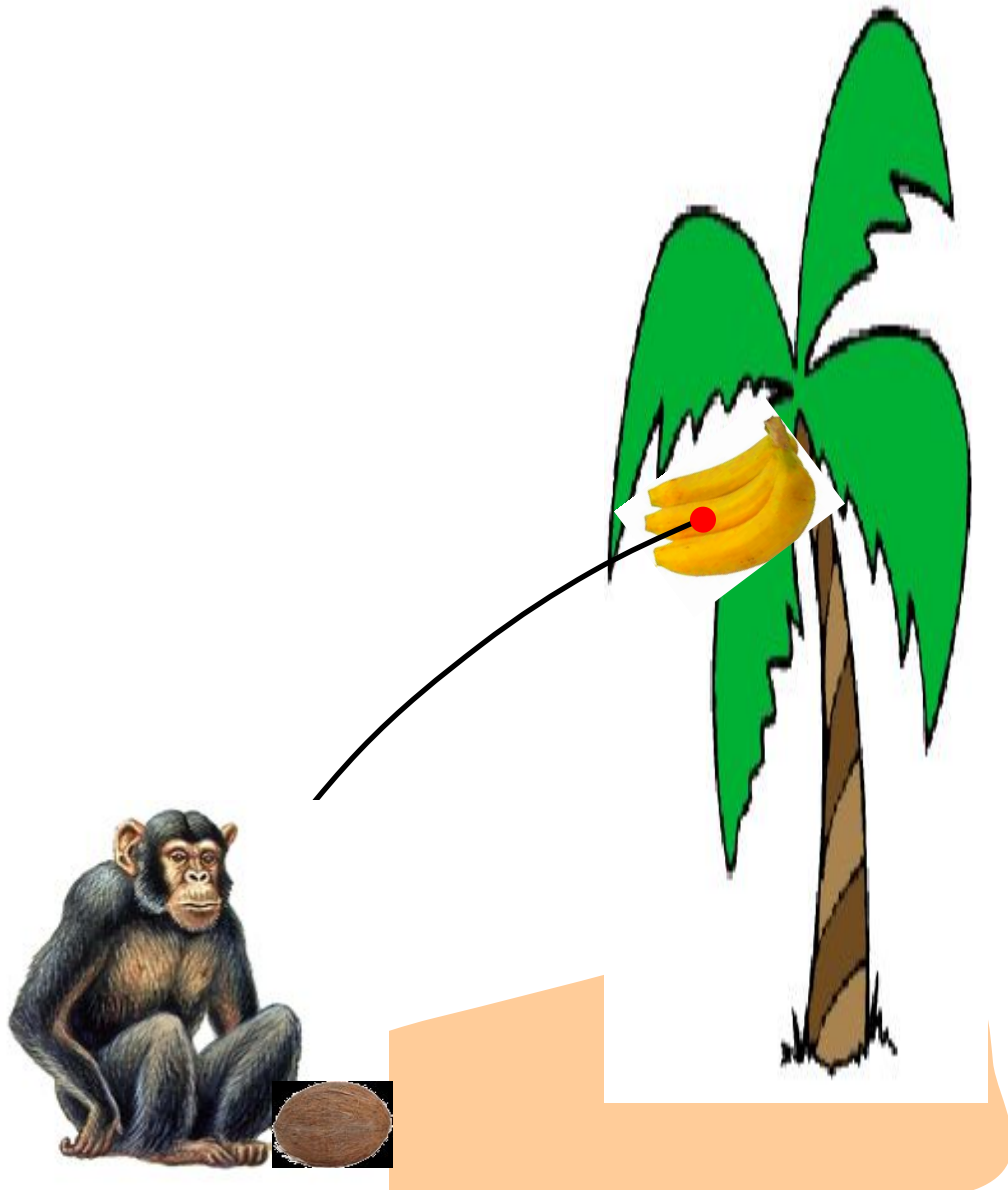
- устройство для сложения чисел – работа с многозначными числами
- модель движения корабля – исследование в условиях морского волнения
- модель накопления денег в банке – расчеты при ненулевой ставке



Можно ли 100%-но верить результатам?

## Возможные выводы:

- задача решена
- необходимо изменить алгоритм или условия моделирования
- необходимо изменить модель (например, учесть дополнительные свойства)
- необходимо изменить постановку задачи



**Задача.** Обезьяна хочет сбить бананы на пальме. Как ей надо кинуть кокос, чтобы попасть им в бананы.

## **Анализ задачи:**

- все ли исходные данные известны?
- есть ли решение?
- единственно ли решение?

# I. Постановка задачи

---

## Допущения:

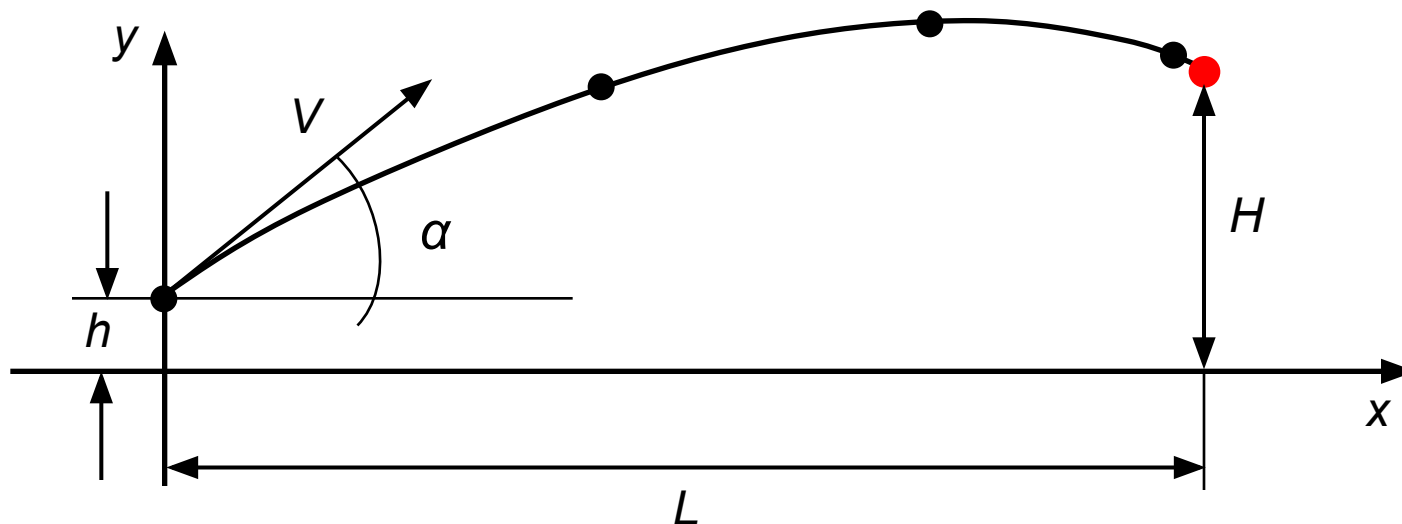
- кокос и банан считаем материальными точками
- расстояние до пальмы известно
- рост обезьяны известен
- высота, на которой висит банан, известна
- обезьяна бросает банан с известной начальной скоростью
- сопротивление воздуха не учитываем

При этих условиях требуется найти начальный угол, под которым надо бросить орех.



Всегда ли есть решение?

## Графическая модель



## Формальная (математическая) модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t, \quad y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

**Задача:** найти  $t$ ,  $\alpha$ , при которых

$$V \cos \alpha \cdot t = L, \quad h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = H$$

# III. Тестирование модели

---

## Математическая модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t$$

$$y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

- при нулевой скорости кокос падает вертикально вниз
- при  $t=0$  координаты равны  $(0, h)$
- при броске вертикально вверх ( $\alpha=90^\circ$ ) координата  $x$  не меняется
- при некотором  $t$  координата  $y$  начинает уменьшаться (ветви параболы вниз)



**Противоречий не обнаружено!**



## IV. Эксперимент

---

### Метод I.

Меняем угол  $\alpha$ . Для выбранного угла  $\alpha$  строим траекторию полета ореха. Если она проходит выше банана, уменьшаем угол, если ниже – увеличиваем.

### Метод II.

Из первого равенства выражаем время полета:

$$V \cos \alpha \cdot t = L \quad \Rightarrow \quad t = \frac{L}{V \cos \alpha}$$

Меняем угол  $\alpha$ . Для выбранного угла  $\alpha$  считаем  $t$ , а затем – значение  $y$  при этом  $t$ . Если оно больше  $H$ , уменьшаем угол, если меньше – увеличиваем.



не надо строить всю траекторию для каждого  $\alpha$

## V. Анализ результатов

---

1. Всегда ли обезьяна может сбить банан?
2. Что изменится, если обезьяна может бросать кокос с разной силой (с разной начальной скоростью)?
3. Что изменится, если кокос и бананы не считать материальными точками?
4. Что изменится, если требуется учесть сопротивление воздуха?
5. Что изменится, если дерево качается?

