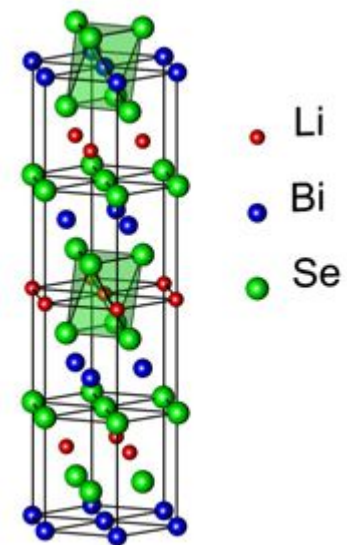


# **Модели и моделирование**

**Тема 1. Модели и их типы**

# Модели в нашей жизни

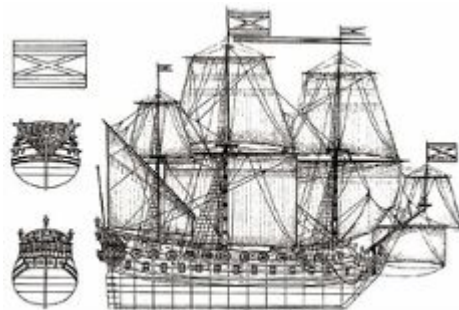
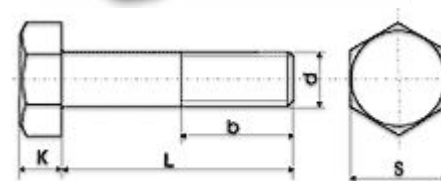
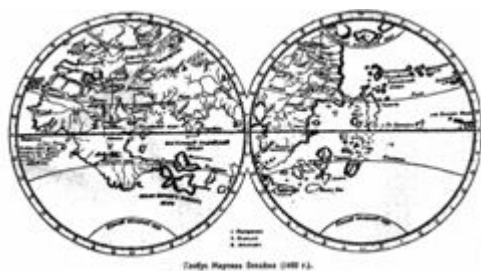
---



# Что такое модель?

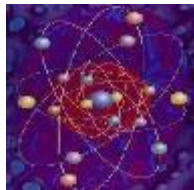
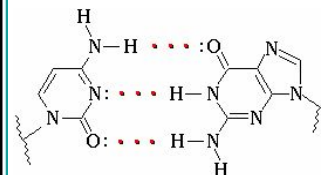
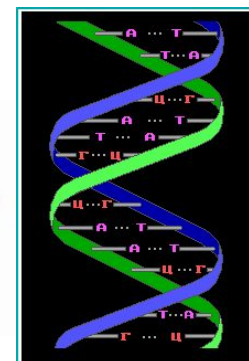
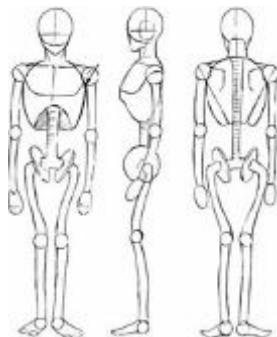
**Модель** – это объект, который обладает некоторыми свойствами другого объекта (*оригинала*) и используется вместо него.

## Оригиналы и модели



Первый линейный русский корабль «Гото Предестинация»

# Один оригинал – одна модель?



материальная точка



Оригиналу может соответствовать несколько разных моделей и наоборот!

# Модель создают, если:



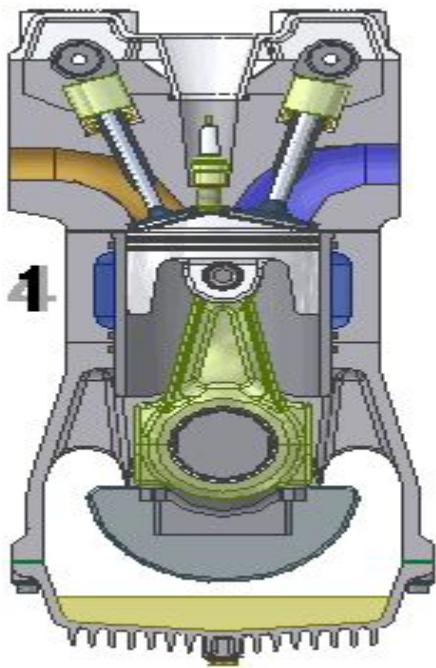
**Объект огромный**



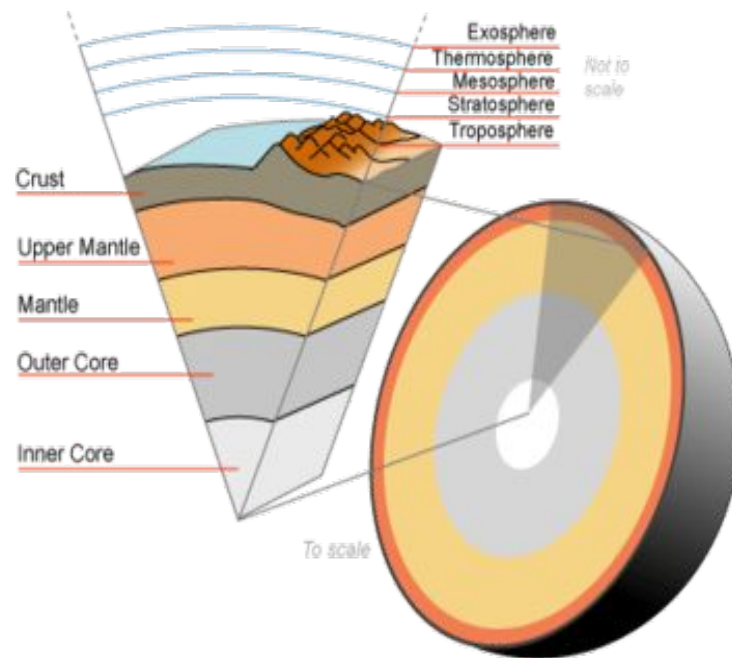
**Объект слишком мал**



# Модель создают, если:

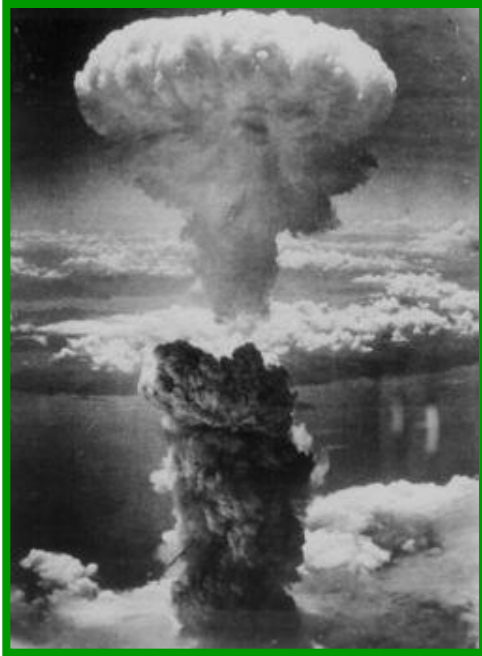


Процесс протекает  
очень быстро



Процесс протекает  
очень медленно

## Модель создают, если:



**Исследование объекта  
опасно для  
окружающих**



**Исследование объекта  
может повлечь его  
разрушение**

# Что можно моделировать?

---

## Модели объектов:

- уменьшенные копии зданий, кораблей, самолетов, ...
- модели ядра атома, кристаллических решеток
- чертежи
- ...

## Модели процессов:

- изменение экологической обстановки
- экономические модели
- исторические модели
- ...

## Модели явлений:

- землетрясение
- солнечное затмение
- цунами
- ...



# Метод познания

**Моделирование**

(создание и  
исследование  
«заместителей»  
реальных объектов  
**Объект-заменитель**)



**Исходный объект -  
прототип**



**Модель**

**Моделирование** — метод познания  
окружающего мира, состоящий  
в создании и исследовании  
моделей реальных объектов.

# Моделирование

---

**Моделирование** – это создание и использование моделей для изучения оригиналов.

**Когда используют моделирование:**

- **оригинал не существует**
  - древний Египет
  - последствия ядерной войны (Н.Н. Моисеев, 1966)
- **исследование оригинала опасно для жизни или дорого:**
  - управление ядерным реактором (Чернобыль, 1986)
  - испытание нового скафандра для космонавтов
  - разработка нового самолета или корабля
- **оригинал сложно исследовать непосредственно:**
  - Солнечная система, галактика (большие размеры)
  - атом, нейтрон (маленькие размеры)
  - процессы в двигателе внутреннего сгорания (очень быстрые)
  - геологические явления (очень медленные)
- **интересуют только некоторые свойства оригинала**
  - проверка краски для фюзеляжа самолета

# МОДЕЛИРОВАНИЕ НАТУРНОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ

Моделирование — это деятельность человека по созданию модели (натурной или информационной).

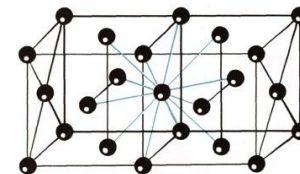


Свойства модели зависят от цели моделирования. Модели одного и того же объекта будут разными, если они создаются для разных целей.

# Природа моделей

---

**материальные (физические, предметные) модели:**



**Материальные модели** воспроизводят геометрические и физические свойства оригинала и всегда имеют реальное воплощение

- детские игрушки
- школьные пособия, физические и химические опыты
- карты при изучении истории или географии

# Информационные модели

---

**информационные модели** представляют собой информацию о свойствах и состоянии объекта, процесса, явления, и его взаимосвязи с внешним миром:

## Пример:

Наше поведение при переходе улицы

*Если ситуация смоделирована правильно, то переход будет безопасным*

Музыкальная тема

рифма



# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

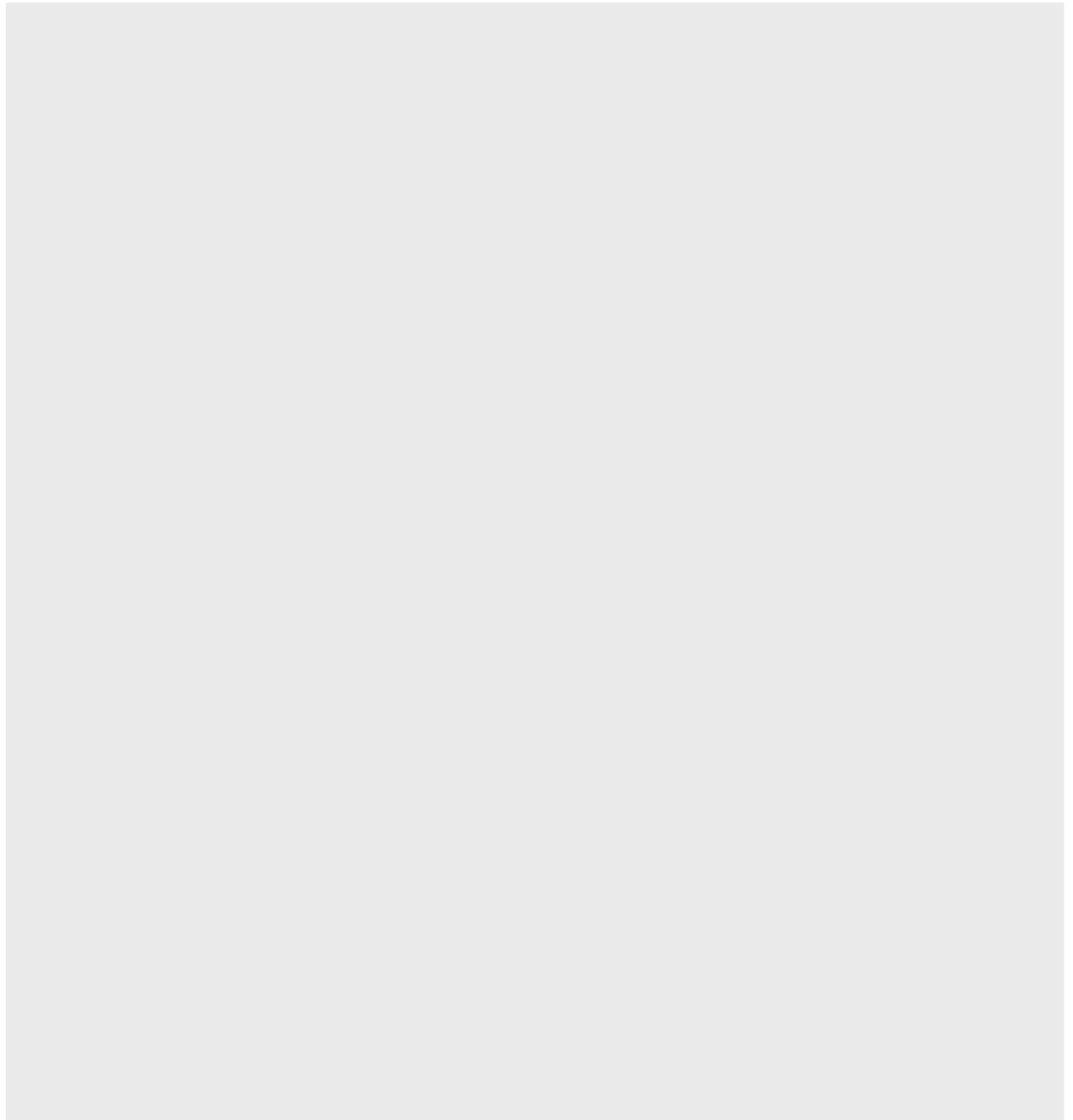
---

**Вербальные  
модели**

**Математические  
модели**

**Табличные  
модели**

**Графические  
модели**



# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

## Вербальные модели

Математические модели

Табличные модели

Графические модели

**Вербальная модель** – это письменное или устное представление информационной модели средствами естественного языка (*словесные или мысленные*).

*Примеры вербальных моделей:*

- *информация в учебниках*
- *произведения художественной литературы*
- *тексты, описывающие алгоритмы*
- *текстовое описание объектов и процессов*

# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Вербальные  
модели

**Математические  
модели**

Табличные  
модели

Графические  
модели

**Математическая модель** - описание математическими формулами соотношений между количественными характеристиками объекта моделирования.

*Примеры математических моделей:*

- модель прямолинейного перемещения тела

$$x = x_0 + v_x t + \frac{a_x t^2}{2}$$

- математическая модель периода колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Вербальные  
модели

Математические  
модели

Табличные  
модели

Графические  
модели

**Табличная информационная модель** – это модель, в которой объекты или их свойства представлены в виде списка, а их значения размещаются в ячейках прямоугольной таблицы.

*Типы табличных моделей:*

- таблицы типа «объект-свойство»
- таблицы типа «объект-объект»
- двоичные матрицы

## Пример таблицы «объект-свойство»

---

База данных «Домашняя библиотека»				
НОМЕР	АВТОР	НАЗВАНИЕ	ГОД	ПОЛКА
0001	Беляев А. Р.	Человек-амфибия	1987	5
0002	Кервуд Д.	Бродяги севера	1991	7
0003	Тургенев И. С.	Повести и рассказы	1982	1
0004	Олеша Ю. К.	Избранное	1987	5
0005	Беляев А. Р.	Звезда КЭЦ	1990	5
0006	Тынянов Ю. Н.	Кюхля	1979	1
0007	Толстой Л. Н.	Повести и рассказы	1986	1
0008	Беляев А. Р.	Избранное	1994	7

## Пример таблицы «объект-объект»

---

### База данных «Успеваемость»

УЧЕНИК	РУССКИЙ	АЛГЕБРА	ХИМИЯ	ФИЗИКА	ИСТОРИЯ	МУЗЫКА
Аликин Петр	4	5	5	4	4	5
Ботов Иван	3	3	3	3	3	4
Волков Илья	5	5	5	5	5	5
Галкина Нина	4	4	5	2	4	4



## Пример таблицы «двоичная матрица»

---

База данных «Факультативы»			
ФАМИЛИЯ	ГЕОЛОГИЯ	ЦВЕТОВОДСТВО	ТАНЦЫ
Русанов	1	0	1
Семенов	1	1	0
Зотова	0	1	1
Шляпина	0	0	1

# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Вербальные  
модели

Математические  
модели

Табличные  
модели

**Графические  
модели**

**Графическая информационная модель** – это наглядный способ представления объектов и процессов в виде графических изображений.

Примеры графических информационных моделей:

карта

чертеж

схема

граф

диаграмма

график

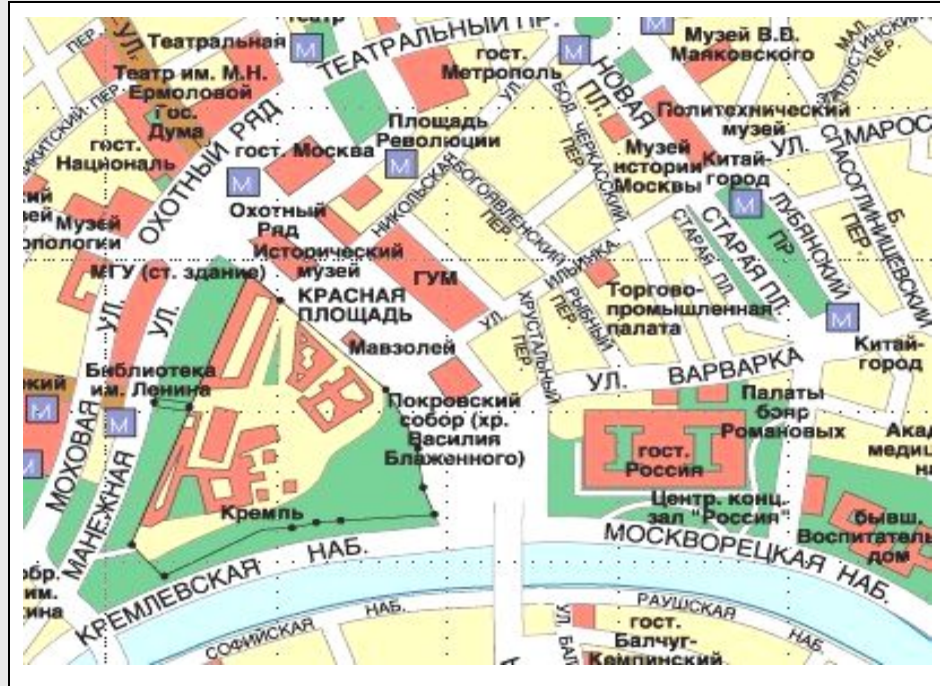
# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Вербальные  
модели

Математические  
модели

Табличные  
модели

Графические  
модели



карта

чертеж

схема

граф

диаграмма

график

# Карта как информационная модель

---



- "Где расположено?"
- Что находится поблизости?
- Куда поехать? Как добраться? " - вот только часть тех "географических" вопросов.

**Карта является информационной моделью**

**Объект моделирования – конкретная местность.**

**Цель моделирования – добраться до нужного населённого пункта, определение расстояния между различными пунктами и т.д.**

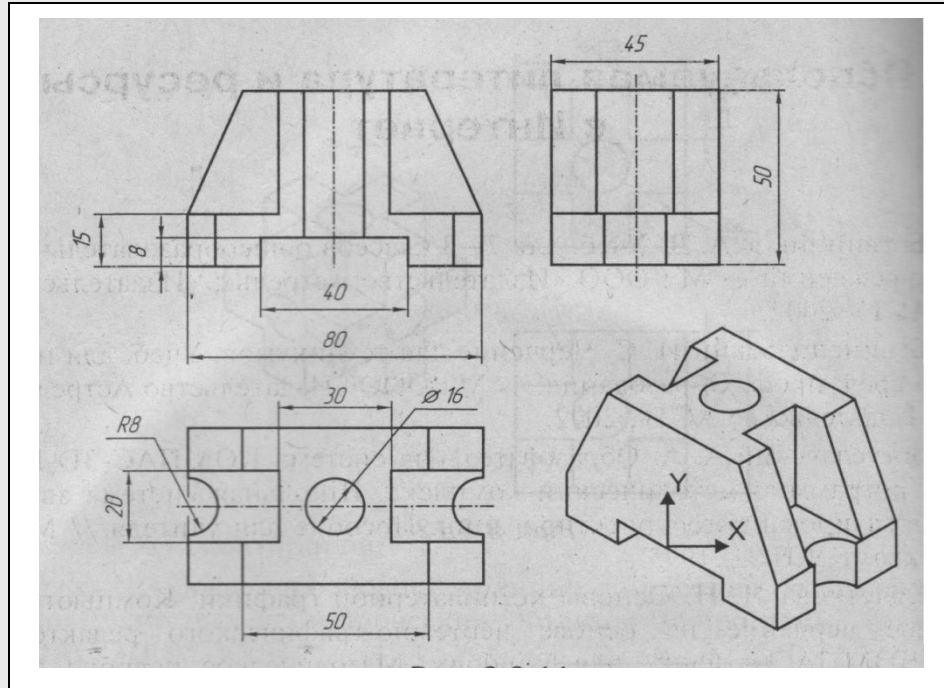
# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Вербальные  
модели

Математические  
модели

Табличные  
модели

Графические  
модели



карта

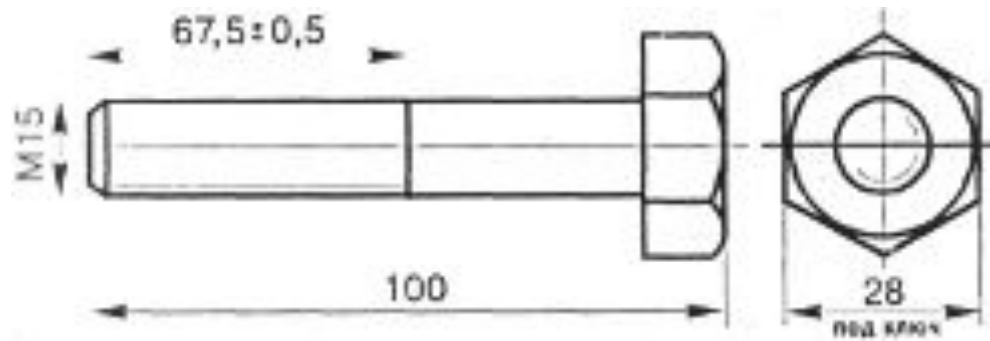
чертеж

схема

граф

диаграмма

график



**Чертёж болта**

**Объект моделирования – болт.**

**Цель моделирования – выточить болт.**



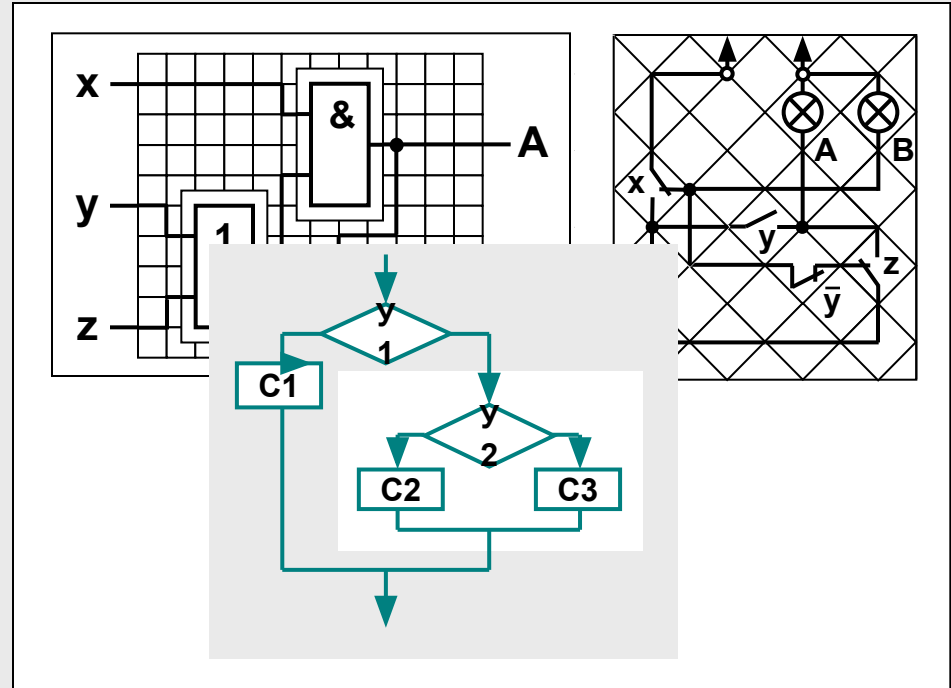
# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Вербальные  
модели

Математические  
модели

Табличные  
модели

Графические  
модели



карта

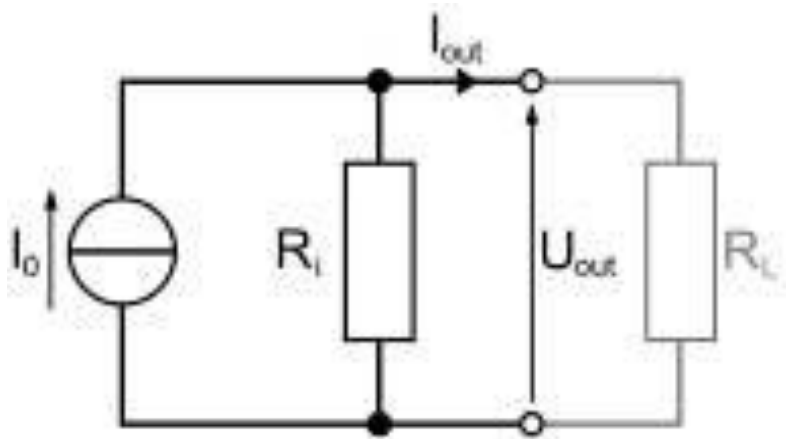
чертеж

**схема**

граф

диаграмма

график



## Схема электрической цепи

**Объект моделирования** – реальная электрическая цепь.  
**Цель моделирования** – сборка цепи, вычисление значений силы тока и напряжения.



**Схема – Московского метрополитена.**

**Объект моделирования – метро.**

**Цель моделирования – поездка...**

# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Вербальные  
модели

Математические  
модели

Табличные  
модели

Графические  
модели



карта

чертеж

схема

граф

диаграмма

график

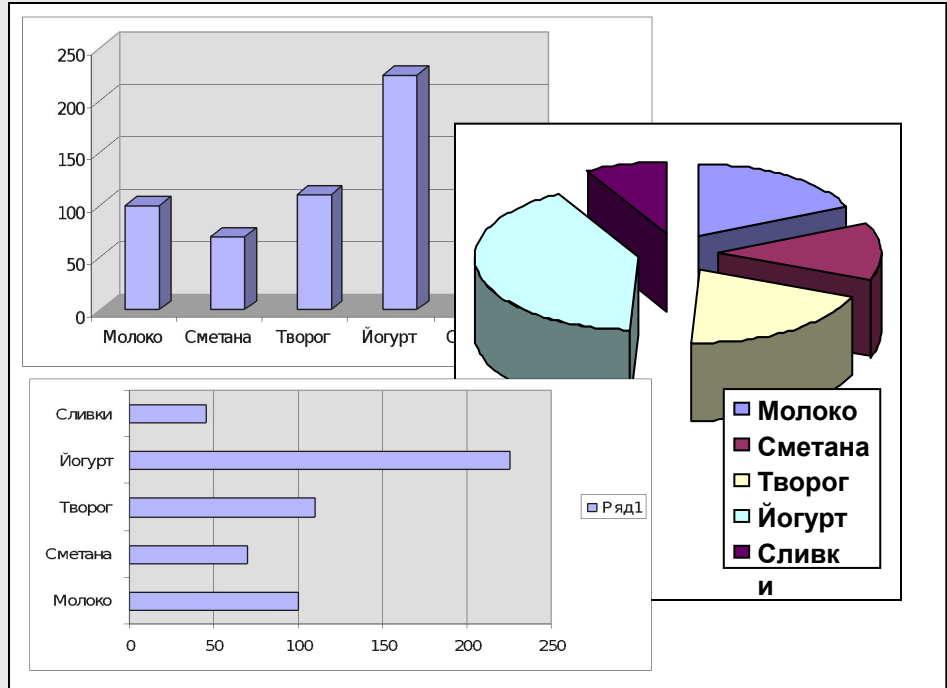
# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Вербальные  
модели

Математические  
модели

Табличные  
модели

Графические  
модели



карта

чертеж

схема

граф

диаграмма

график

# ТИПЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Вербальные  
модели

Математические  
модели

Табличные  
модели

Графические  
модели

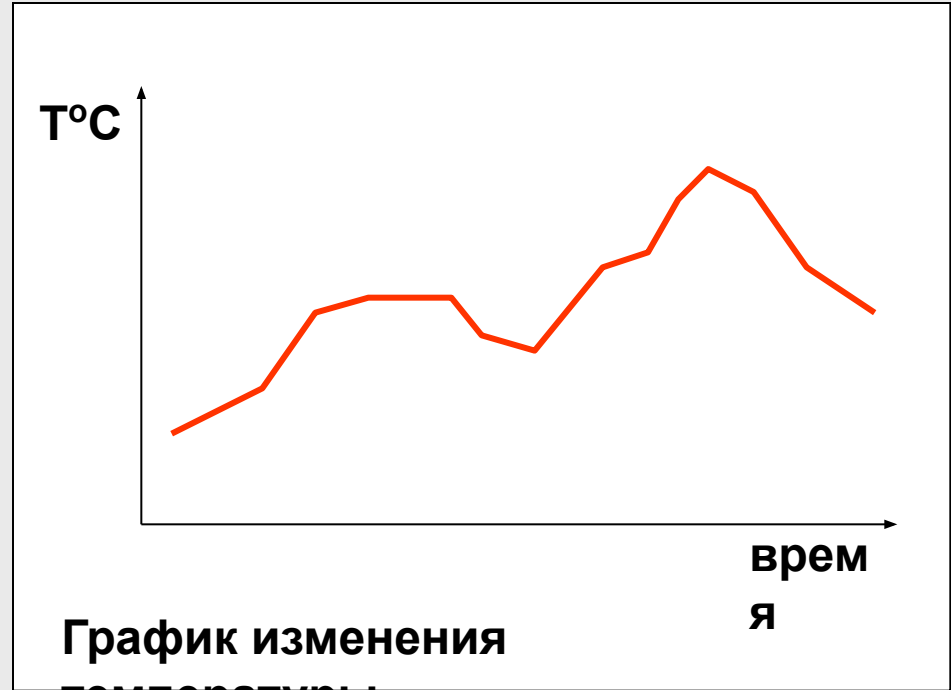


График изменения  
температуры

карта

чертеж

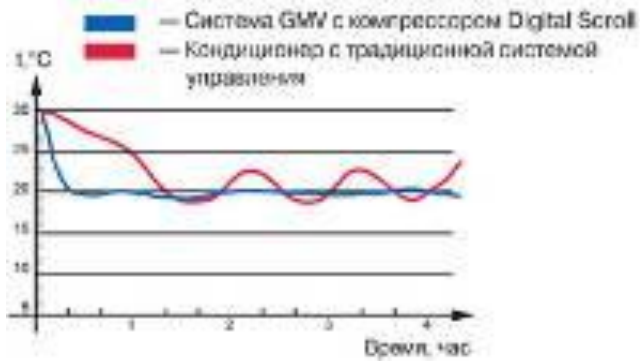
схема

граф

диаграмма

график





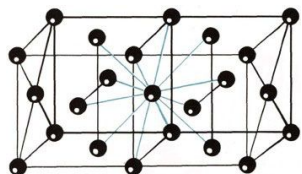
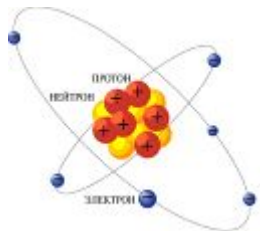
**График изменения температуры воздуха.**

**Объект моделирования** – комната.

**Цель моделирования** – выяснить изменения температуры воздуха в комнате в определённый период времени.

# Модели по области применения

- **учебные** (в т.ч. тренажеры)



- **опытные** – при создании новых технических средств



- **научно-технические**

аэродинамическая труба

испытания в опытовом бассейне



имитатор солнечного излучения



вакуумная камера в Институте космических исследований



вибростенд НПО «Энергия»

# Специальные виды моделей

---

- **игровые** – учитывающие действия противника
  - модели экономических ситуаций
  - модели военных действий
  - спортивные игры
  - тренировки персонала
- **имитационные**
  - нельзя заранее вычислить или предсказать поведение системы;
  - можно имитировать её реакцию на внешние воздействия;
  - максимальный учет всех факторов;
  - только численные результаты;
  - выбор наилучшего решения **методом проб и ошибок** в ходе многократных экспериментов

## Примеры:

- испытания лекарств на мышах, обезьянах, ...
- математическое моделирование биологических систем
- модели бизнеса и управления
- модели процесса обучения

# Модели по характеру связей

---

- **детерминированные**

- связи между входными и выходными величинами жестко заданы
- при одинаковых входных данных каждый раз получаются одинаковые результаты

## Примеры

- движение тела, брошенного под углом к горизонту
- расчеты по известным формулам
- модель штатной работы механизма

- **вероятностные (стохастические)**

- учитывают случайность событий в реальном мире
- при одинаковых входных данных каждый раз получаются немного разные результаты

## Примеры

- движение тела с учетом ветра
- броуновское движение частиц
- влияние волн на судно
- моделирование действий человека

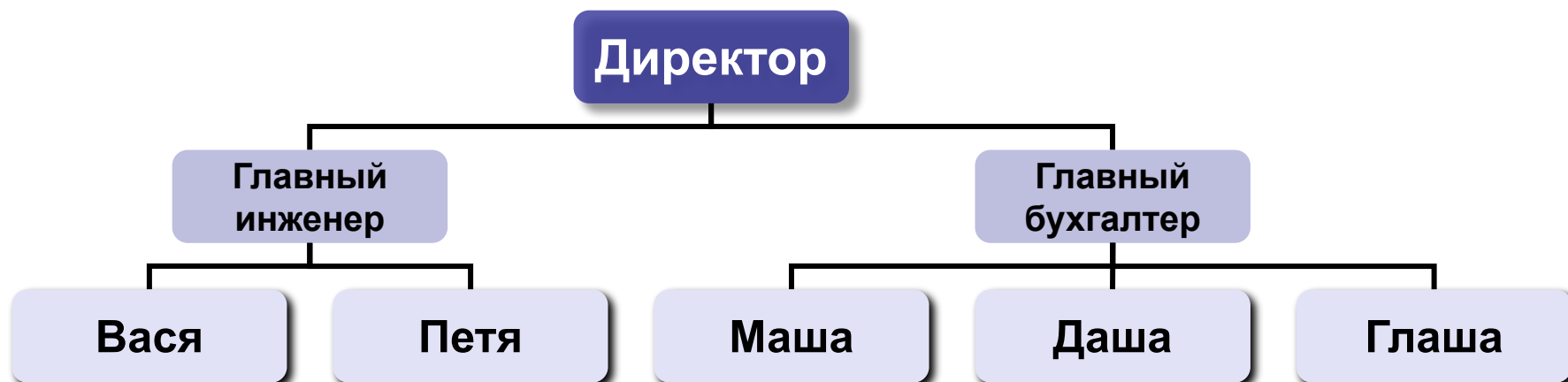
# Модели по фактору времени

---

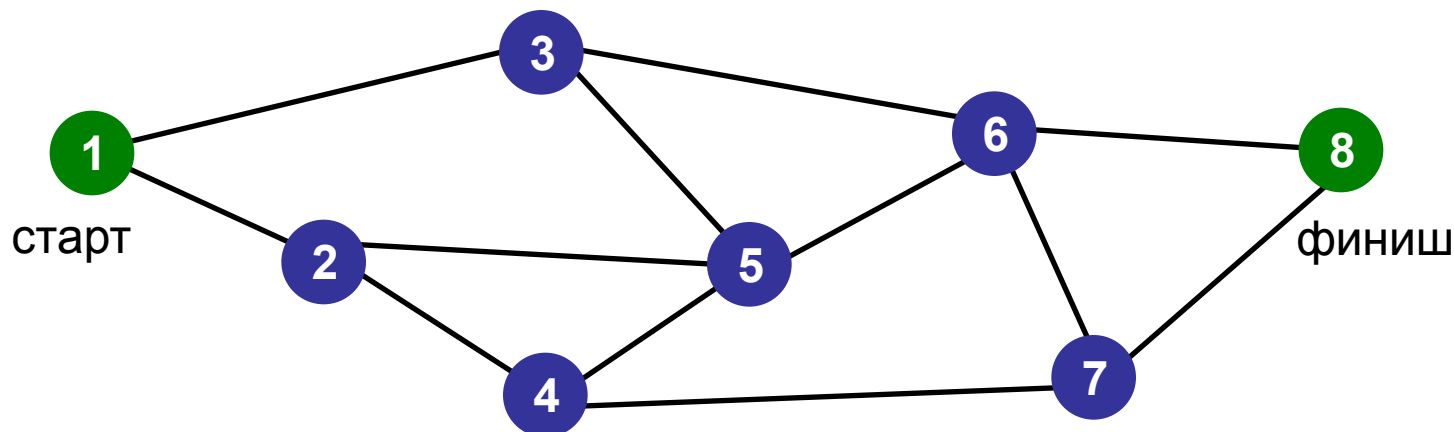
- **статические** – описывают оригинал в заданный момент времени
  - силы, действующие на тело в состоянии покоя
  - результаты осмотра врача
  - фотография
- **динамические**
  - модель движения тела
  - явления природы (молния, землетрясение, цунами)
  - история болезни
  - видеозапись события

# Модели по структуре

- табличные модели (пары соответствия)
- иерархические (многоуровневые) модели



- сетевые модели (графы)



# **Модели и моделирование**

**Тема 2. Этапы моделирования**

# I. Постановка задачи

---

- **исследование оригинала**

изучение сущности объекта или явления

- **анализ («что будет, если ...»)**

научиться прогнозировать последствий при различных воздействиях на оригинал

- **синтез («как сделать, чтобы ...»)**

научиться управлять оригиналом, оказывая на него воздействия

- **оптимизация («как сделать лучше»)**

выбор наилучшего решения в заданных условиях



**Ошибки при постановке задачи приводят к наиболее тяжелым последствиям!**



# I. Постановка задачи

---

## Хорошо поставленная задача:

- описаны все связи между исходными данными и результатом
- известны все исходные данные
- решение существует
- задача имеет единственное решение

## Примеры плохо поставленных задач:

- Винни Пух и Пятачок построили ловушку для слонопотама. Удастся ли его поймать?
- Малыш и Карлсон решили по-братски разделить два орешка – большой и маленький. Как это сделать?
- Найти максимальное значение функции  $y = x^2$  (нет решений).
- Найти функцию, которая проходит через точки  $(0,1)$  и  $(1,0)$  (неединственное решение).

## II. Разработка модели

---

- **выбрать тип модели**
- **определить *существенные* свойства оригинала**, которые нужно включить в модель, отбросить несущественные (для данной задачи)
- **построить формальную модель**  
это модель, записанная на *формальном языке* (математика, логика, ...) и отражающая только существенные свойства оригинала
- **разработать алгоритм работы модели**  
**алгоритм** – это четко определенный порядок действий, которые нужно выполнить для решения задачи

# III. Тестирование модели

---

**Тестирование** - это проверка модели на простых исходных данных с известным результатом.

## Примеры:

- устройство для сложения многозначных чисел – проверка на однозначных числах
- модель движения корабля – если руль стоит ровно, курс не должен меняться; если руль повернуть влево, корабль должен идти вправо
- модель накопления денег в банке – при ставке 0% сумма не должна изменяться



**Модель прошла тестирование. Гарантирует ли это ее правильность?**

## IV. Эксперимент

---

**Эксперимент** – это исследование модели в интересующих нас условиях.

### Примеры:

- устройство для сложения чисел – работа с многозначными числами
- модель движения корабля – исследование в условиях морского волнения
- модель накопления денег в банке – расчеты при ненулевой ставке



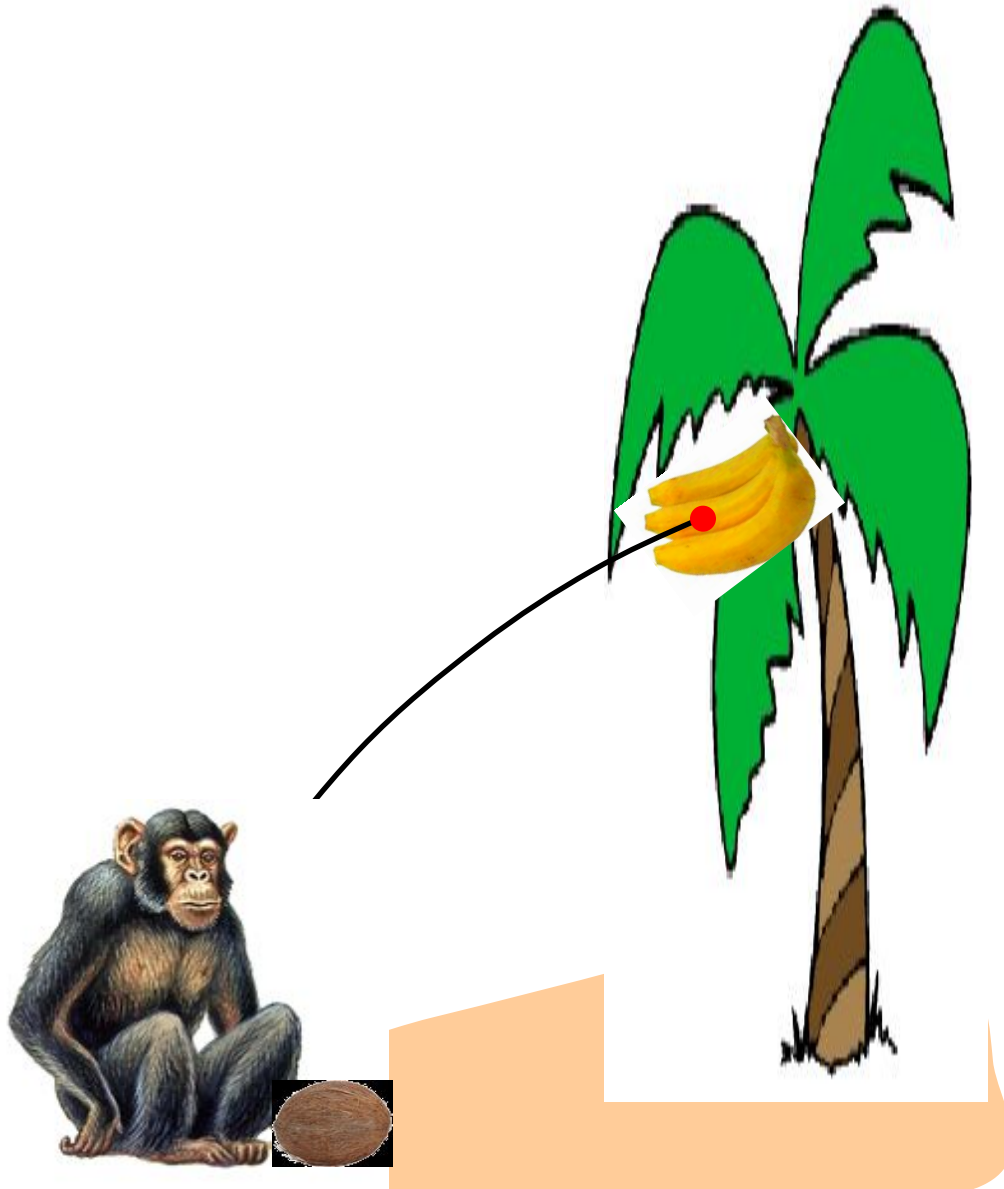
Можно ли 100%-но верить результатам?

## V. Анализ результатов

---

### Возможные выводы:

- задача решена
- необходимо изменить алгоритм или условия моделирования
- необходимо изменить модель (например, учесть дополнительные свойства)
- необходимо изменить постановку задачи



**Задача.** Обезьяна хочет сбить бананы на пальме. Как ей надо кинуть кокос, чтобы попасть им в бананы.

## **Анализ задачи:**

- все ли исходные данные известны?
- есть ли решение?
- единственно ли решение?

# I. Постановка задачи

---

## Допущения:

- кокос и банан считаем материальными точками
- расстояние до пальмы известно
- рост обезьяны известен
- высота, на которой висит банан, известна
- обезьяна бросает банан с известной начальной скоростью
- сопротивление воздуха не учитываем

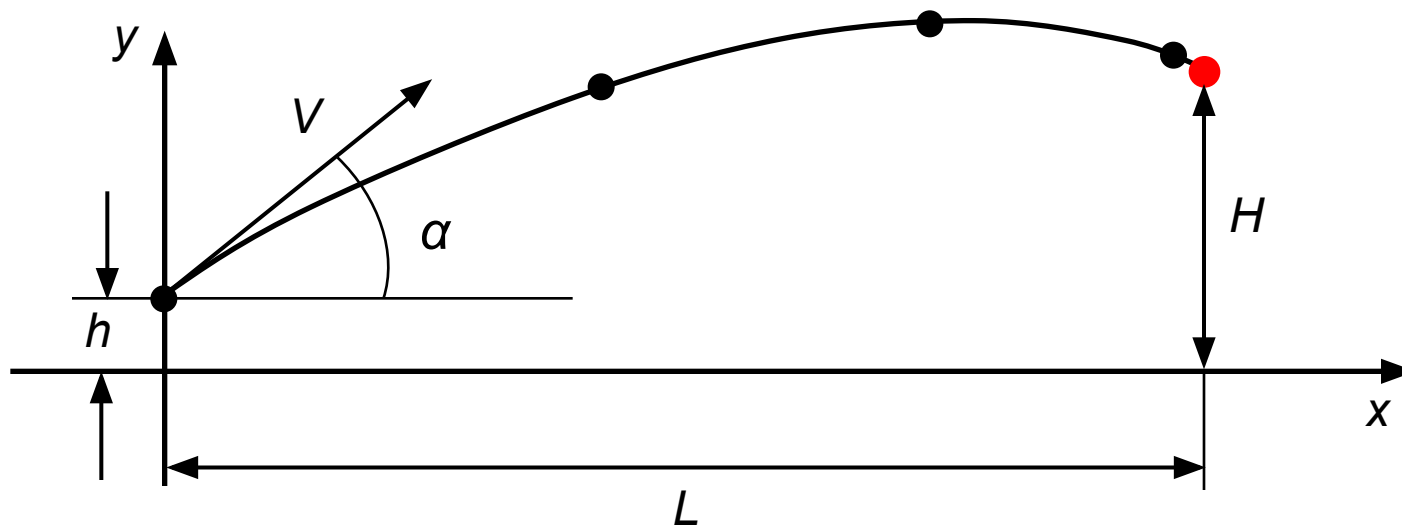
При этих условиях требуется найти начальный угол, под которым надо бросить орех.



Всегда ли есть решение?

## II. Разработка модели

### Графическая модель



### Формальная (математическая) модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t, \quad y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

**Задача:** найти  $t$ ,  $\alpha$ , при которых

$$V \cos \alpha \cdot t = L, \quad h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = H$$



# III. Тестирование модели

---

## Математическая модель

$$x = V \cos \alpha \cdot t$$

$$y = h + V \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

- при нулевой скорости кокос падает вертикально вниз
- при  $t=0$  координаты равны  $(0, h)$
- при броске вертикально вверх ( $\alpha=90^\circ$ ) координата  $x$  не меняется
- при некотором  $t$  координата  $y$  начинает уменьшаться (ветви параболы вниз)



**Противоречий не обнаружено!**

## IV. Эксперимент

---

### Метод I.

Меняем угол  $\alpha$ . Для выбранного угла  $\alpha$  строим траекторию полета ореха. Если она проходит выше банана, уменьшаем угол, если ниже – увеличиваем.

### Метод II.

Из первого равенства выражаем время полета:

$$V \cos \alpha \cdot t = L \quad \Rightarrow \quad t = \frac{L}{V \cos \alpha}$$

Меняем угол  $\alpha$ . Для выбранного угла  $\alpha$  считаем  $t$ , а затем – значение  $y$  при этом  $t$ . Если оно больше  $H$ , уменьшаем угол, если меньше – увеличиваем.



не надо строить всю траекторию для каждого  $\alpha$

## V. Анализ результатов

---

1. Всегда ли обезьяна может сбить банан?
2. Что изменится, если обезьяна может бросать кокос с разной силой (с разной начальной скоростью)?
3. Что изменится, если кокос и бананы не считать материальными точками?
4. Что изменится, если требуется учесть сопротивление воздуха?
5. Что изменится, если дерево качается?