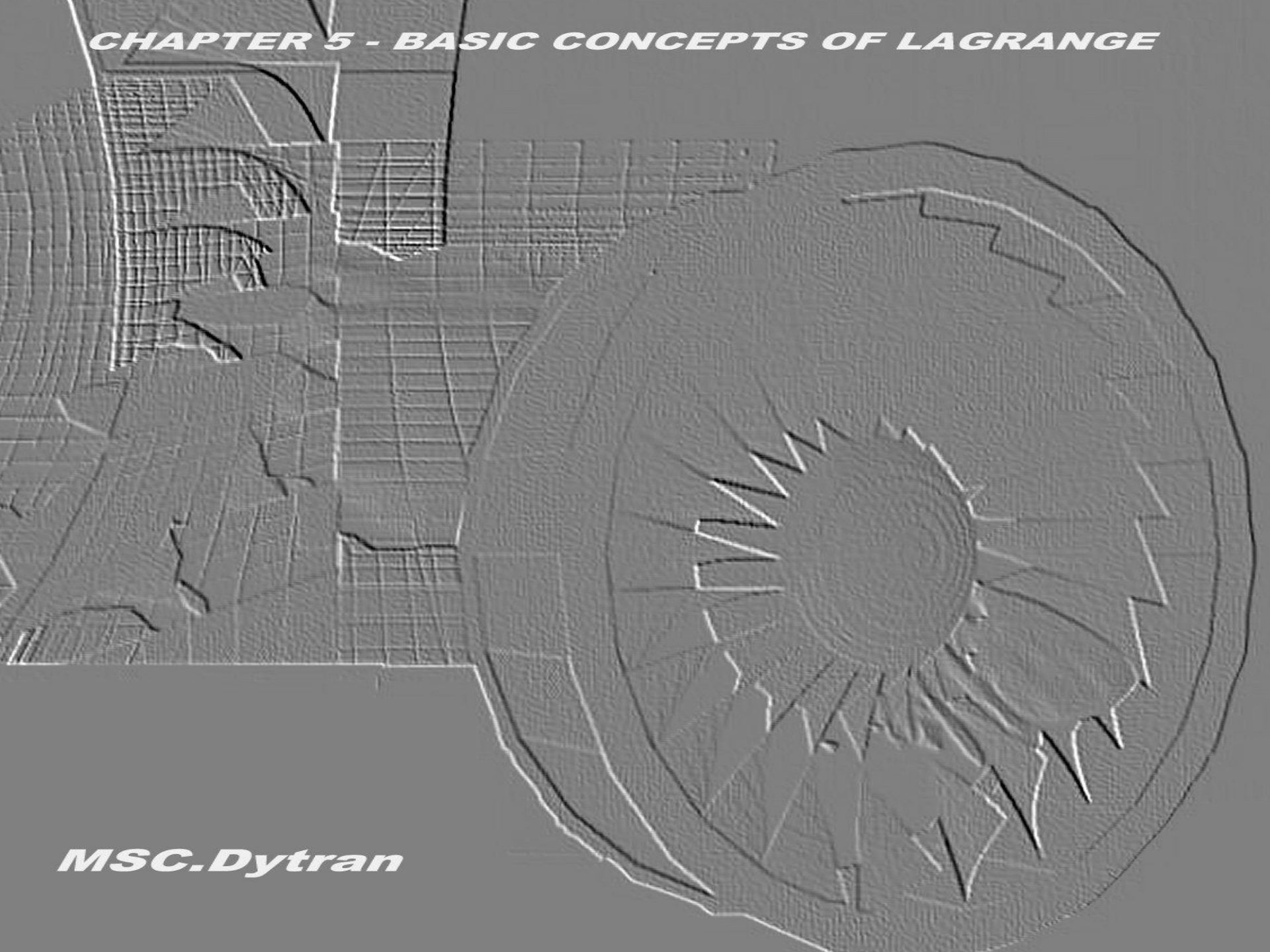


CHAPTER 5 - BASIC CONCEPTS OF LAGRANGE



MSC.Dytran

СОДЕРЖАНИЕ

- ❑ **Основные положения**
- ❑ **Дискретизация массы**
- ❑ **Вычислительный цикл**
- ❑ **Явная схема интегрирования**
- ❑ **Вычисление напряжений и сил**

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- ❑ **Дискретизация пространственного объекта с помощью конечных элементов**
 - Объёмные (3D) элементы
 - Оболочечные (2D) элементы
 - Стержневые (1D) элементы
 - Дискретные элементы – пружины, демпферы и жёсткие тела
- ❑ **Сетка “скреплена” с материалом и движется вместе с ним; элементы деформируются при деформировании материала**
- ❑ **Лагранжевы элементы имеют неизменную массу**
- ❑ **Конечные элементы сопрягаются друг с другом посредством общих узлов**
- ❑ **Скорость движения материала определяется скоростью движения узлов**
- ❑ **Силы прилагаются к узлам**
- ❑ **Напряжения определяются (вычисляются) в центре элемента**

МЕТОД ДИСКРЕТИЗАЦИИ МАССЫ

- ❑ **Инерционные свойства элементов представляются сосредоточенными массами в узлах**

Масса из этой области
сосредотачивается в
центральной узле

- ❑ **Силы прикладываются к узлам**
 - Инерционные силы
 - Силы упругости деформированных элементов
 - Внешние силы
 - Силы взаимодействия
- ❑ **Моментные силовые факторы также вычисляются для узлов с 6 степенями свободы**

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦИКЛ

Ускорения узлов

Интегрирование методом центральных разностей

Узловые скорости

Положение узлов в пространстве

Формулировка элемента

Скорость деформации элемента

Модель состояния материала

Напряжения в элементе

Формулировка элемента

Элементарные усилия в узлах

Внешние силы

ЯВНАЯ СХЕМА ИНТЕГРИРОВАНИЯ

- Ускорение узлов вычисляется по формуле

$$M \cdot a_n = F^{ext} - F^{int}$$

где M – матрица масс;

F^{ext} – внешние нагрузки;

F^{int} – внутренние силы, “генерируемые” элементами

- Матрица M – диагональная

- Нет необходимости в обращении матриц, т.к. уравнения независимы:

$$a_n = (F^{ext} - F^{int})/m$$

где m – масса, относящаяся к узлу

- “Продвижение” во времени выполняется с использованием метода центральных разностей

- Вычисляются скорости узлов в момент времени $n+1/2$

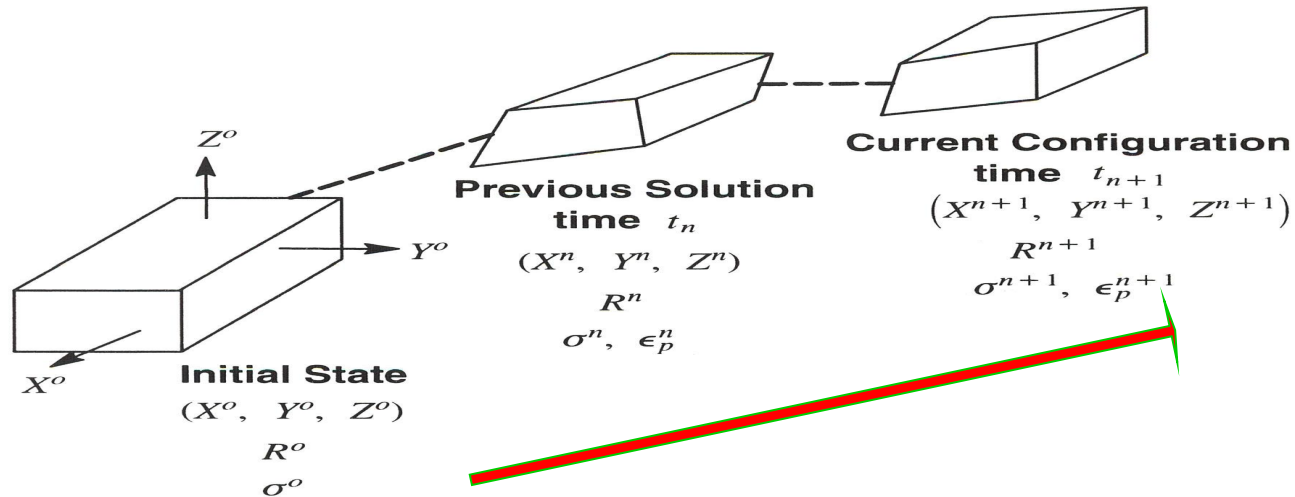
$$V_{n+1/2} = V_{n-1/2} + a_n (\Delta t_{n+1/2} + \Delta t_{n-1/2})/2$$

- Вычисляются координаты узлов в момент времени $n+1$

$$d_{n+1} = d_n + V_{n+1/2} \Delta t_{n+1/2}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И СИЛ

- Значения переменных при $t=t_n$ используются для вычисления значений в момент времени $t=t_{n+1}$



- “Обновлённый” Лагранжиан
 - X, Y, Z – координаты узлов
 - R – матрица вращений
 - σ - напряжения
 - ϵ_p – пластические деформации

ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И СИЛ

- ❑ Вычисляются координаты (при t_{n+1}) и скорости (при $t_{n+1/2}$)
- ❑ С использованием скоростей узлов при $t_{n+1/2}$ вычисляется скорость изменения деформаций
- ❑ С использованием скорости изменения деформаций вычисляется приращение величины деформаций
- ❑ Выполняется корректировка составляющих напряжений (σ^n), учитывающая поворот элемента как *твёрдого тела* вместе с поворотом подвижной системы координат
- ❑ С использованием инкрементов деформаций в подвижной системе координат и модели состояния материала вычисляются приращения напряжений $\Delta\sigma^{n+1/2}$
- ❑ Суммируя “откорректированные” (с учётом поворота подвижной системы координат) напряжения и их приращения, вычисляют напряжения при $t = t_{n+1}$

$$\sigma^{n+1} = \sigma^n_{\text{rotated}} + \Delta\sigma^{n+1/2}$$
- ❑ С использованием “новых” значений напряжений вычисляются внутренние силы в узлах