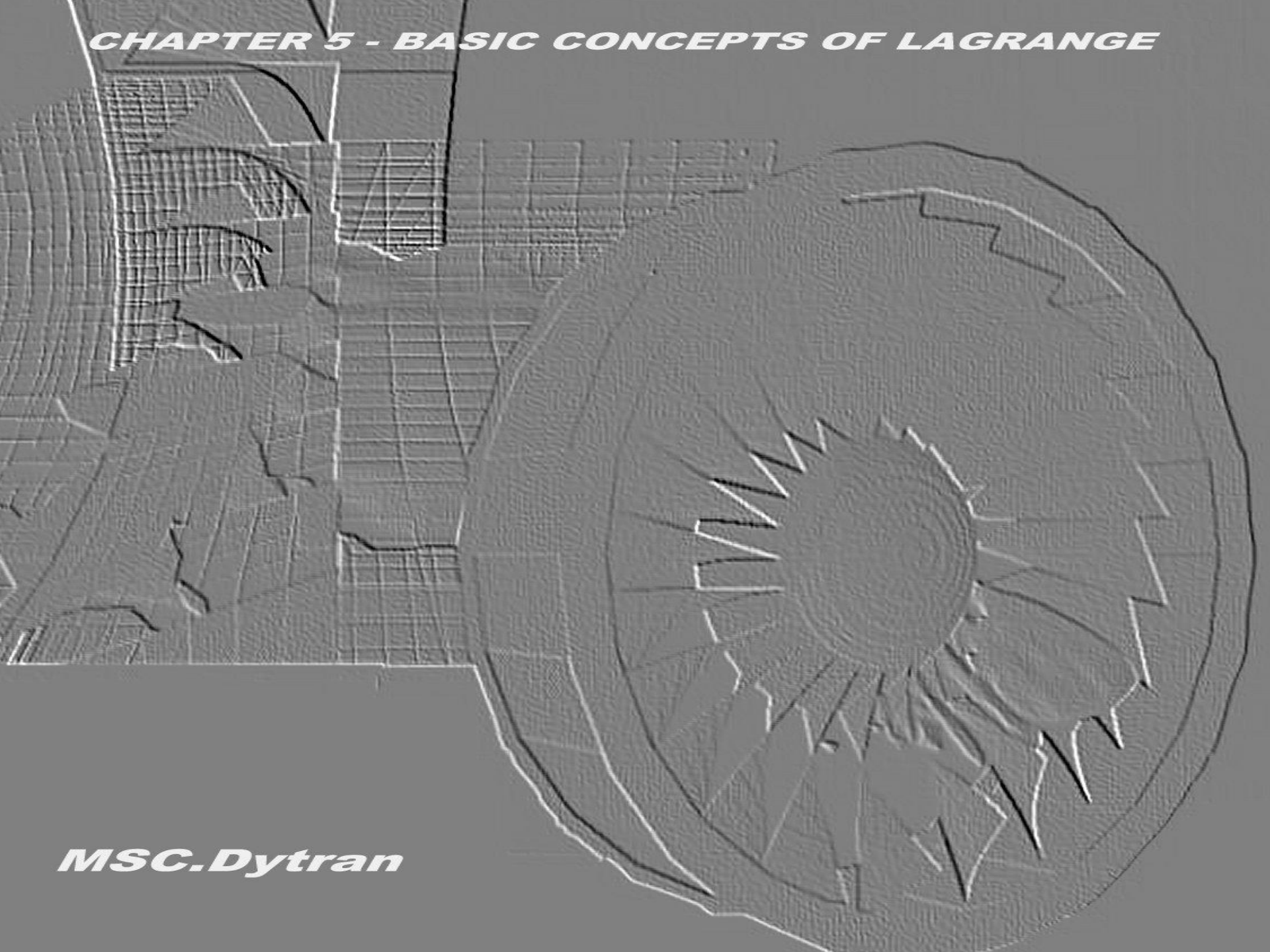


***CHAPTER 5 - BASIC CONCEPTS OF LAGRANGE***



***MSC.Dytran***

## СОДЕРЖАНИЕ

- ❑ **Основные положения**
- ❑ **Дискретизация массы**
- ❑ **Вычислительный цикл**
- ❑ **Явная схема интегрирования**
- ❑ **Вычисление напряжений и сил**

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- ❑ **Дискретизация пространственного объекта с помощью конечных элементов**
  - Объёмные (3D) элементы
  - Оболочечные (2D) элементы
  - Стержневые (1D) элементы
  - Дискретные элементы – пружины, демпферы и жёсткие тела
- ❑ **Сетка “скреплена” с материалом и движется вместе с ним; элементы деформируются при деформировании материала**
- ❑ **Лагранжевы элементы имеют неизменную массу**
- ❑ **Конечные элементы сопрягаются друг с другом посредством общих узлов**
- ❑ **Скорость движения материала определяется скоростью движения узлов**
- ❑ **Силы прилагаются к узлам**
- ❑ **Напряжения определяются (вычисляются) в центре элемента**

## МЕТОД ДИСКРЕТИЗАЦИИ МАССЫ

- ❑ **Инерционные свойства элементов представляются сосредоточенными массами в узлах**

Масса из этой области  
сосредотачивается в  
центральной узле

- ❑ **Силы прикладываются к узлам**
  - Инерционные силы
  - Силы упругости деформированных элементов
  - Внешние силы
  - Силы взаимодействия
- ❑ **Моментные силовые факторы также вычисляются для узлов с 6 степенями свободы**

# ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦИКЛ

Ускорения узлов

Интегрирование методом центральных разностей

Узловые скорости

Положение узлов в пространстве

Формулировка элемента

Скорость деформации элемента

Модель состояния материала

Напряжения в элементе

Формулировка элемента

Элементарные усилия в узлах

Внешние силы

## ЯВНАЯ СХЕМА ИНТЕГРИРОВАНИЯ

- Ускорение узлов вычисляется по формуле

$$M \cdot a_n = F^{ext} - F^{int}$$

где  $M$  – матрица масс;

$F^{ext}$  – внешние нагрузки;

$F^{int}$  – внутренние силы, “генерируемые” элементами

- Матрица  $M$  – диагональная

- Нет необходимости в обращении матриц, т.к. уравнения независимы:

$$a_n = (F^{ext} - F^{int})/m$$

где  $m$  – масса, относящаяся к узлу

- “Продвижение” во времени выполняется с использованием метода центральных разностей

- Вычисляются скорости узлов в момент времени  $n+1/2$

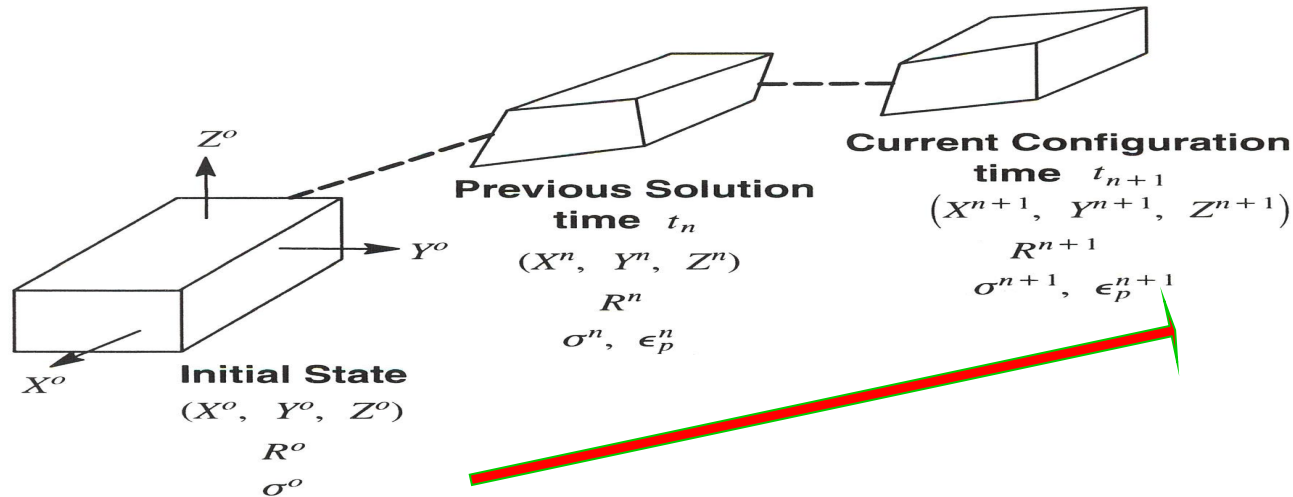
$$V_{n+1/2} = V_{n-1/2} + a_n (\Delta t_{n+1/2} + \Delta t_{n-1/2})/2$$

- Вычисляются координаты узлов в момент времени  $n+1$

$$d_{n+1} = d_n + V_{n+1/2} \Delta t_{n+1/2}$$

## ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И СИЛ

- Значения переменных при  $t=t_n$  используются для вычисления значений в момент времени  $t=t_{n+1}$



- “Обновлённый” Лагранжиан
  - $X, Y, Z$  – координаты узлов
  - $R$  – матрица вращений
  - $\sigma$  - напряжения
  - $\epsilon_p$  – пластические деформации

## ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И СИЛ

- ❑ Вычисляются координаты (при  $t_{n+1}$ ) и скорости (при  $t_{n+1/2}$ )
- ❑ С использованием скоростей узлов при  $t_{n+1/2}$  вычисляется скорость изменения деформаций
- ❑ С использованием скорости изменения деформаций вычисляется приращение величины деформаций
- ❑ Выполняется корректировка составляющих напряжений ( $\sigma^n$ ), учитывающая поворот элемента как *твёрдого тела* вместе с поворотом подвижной системы координат
- ❑ С использованием инкрементов деформаций в подвижной системе координат и модели состояния материала вычисляются приращения напряжений  $\Delta\sigma^{n+1/2}$
- ❑ Суммируя “откорректированные” (с учётом поворота подвижной системы координат) напряжения и их приращения, вычисляют напряжения при  $t = t_{n+1}$ 
$$\sigma^{n+1} = \sigma^n_{\text{rotated}} + \Delta\sigma^{n+1/2}$$
- ❑ С использованием “новых” значений напряжений вычисляются внутренние силы в узлах