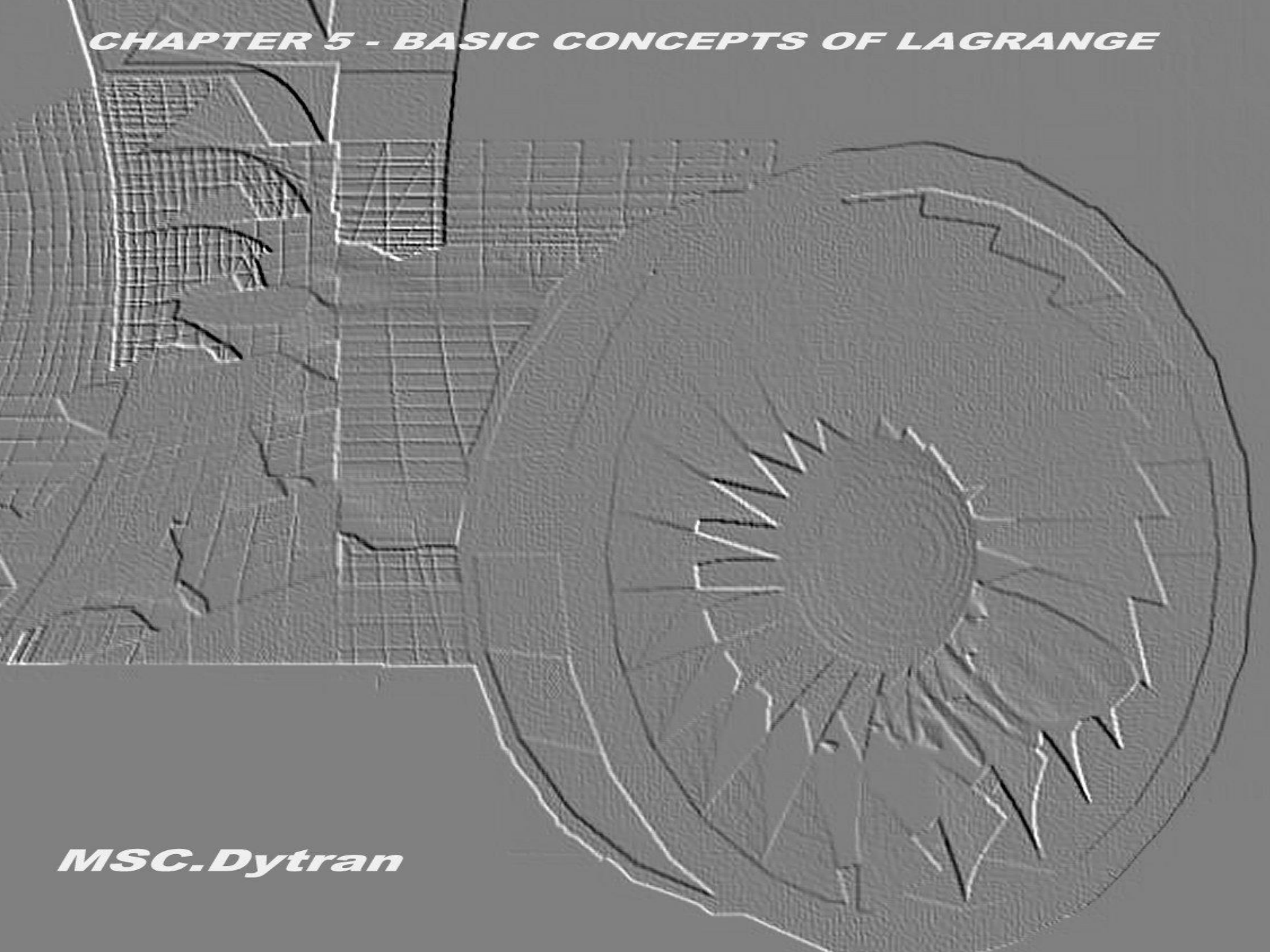
CHAPTER 5 - BASIC CONCEPTS OF LAGRANGE



MSC.Dytran

СОДЕРЖАНИЕ

- **Основные положения**
- **Дискретизация массы**
- **Вычислительный цикл**
- ***Явная* схема интегрирования**
- **Вычисление напряжений и сил**

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Дискретизация пространственного объекта с помощью конечных элементов**
  - **Объёмные (3D) элементы**
  - **Оболочечные (2D) элементы**
  - **Стержневые (1D) элементы**
  - **Дискретные элементы – пружины, демпферы и жёсткие тела**
- **Сетка “скреплена” с материалом и движется вместе с ним; элементы деформируются при деформировании материала**
- **Лагранжевы элементы имеют неизменную массу**
- **Конечные элементы сопрягаются друг с другом посредством общих узлов**
- **Скорость движения материала определяется скоростью движения узлов**
- **Силы прилагаются к узлам**
- **Напряжения определяются (вычисляются) в центре элемента**

МЕТОД ДИСКРЕТИЗАЦИИ МАССЫ

- **Инерционные свойства элементов представляются сосредоточенными массами в узлах**

Масса из этой области сосредотачивается в центральном узле

- **Силы прикладываются к узлам**
  - **Инерционные силы**
  - **Силы упругости деформированных элементов**
  - **Внешние силы**
  - **Силы взаимодействия**
- **Моментные силовые факторы также вычисляются для узлов с 6 степенями свободы**

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦИКЛ

Ускорения узлов

Интегрирование методом центральных разностей

Узловые скорости

Положение узлов в пространстве

Формулировка элемента

Скорость деформации элемента

Модель состояния материала

Напряжения в элементе

Формулировка элемента

Элементарные усилия в узлах

Внешние силы

ЯВНАЯ СХЕМА ИНТЕГРИРОВАНИЯ

- **Ускорение узлов вычисляется по формуле**

$$M \cdot a_n = F^{ext} - F^{int}$$

где M – матрица масс;

F^{ext} – внешние нагрузки;

F^{int} – внутренние силы, “генерируемые” элементами

- **Матрица M – диагональная**
  - **Нет необходимости в обращении матриц, т.к. уравнения независимы:**

$$a_n = (F^{ext} - F^{int})/m$$

где m – масса, относящаяся к узлу

- **“Продвижение” во времени выполняется с использованием метода центральных разностей**
  - **Вычисляются скорости узлов в момент времени n+1/2**

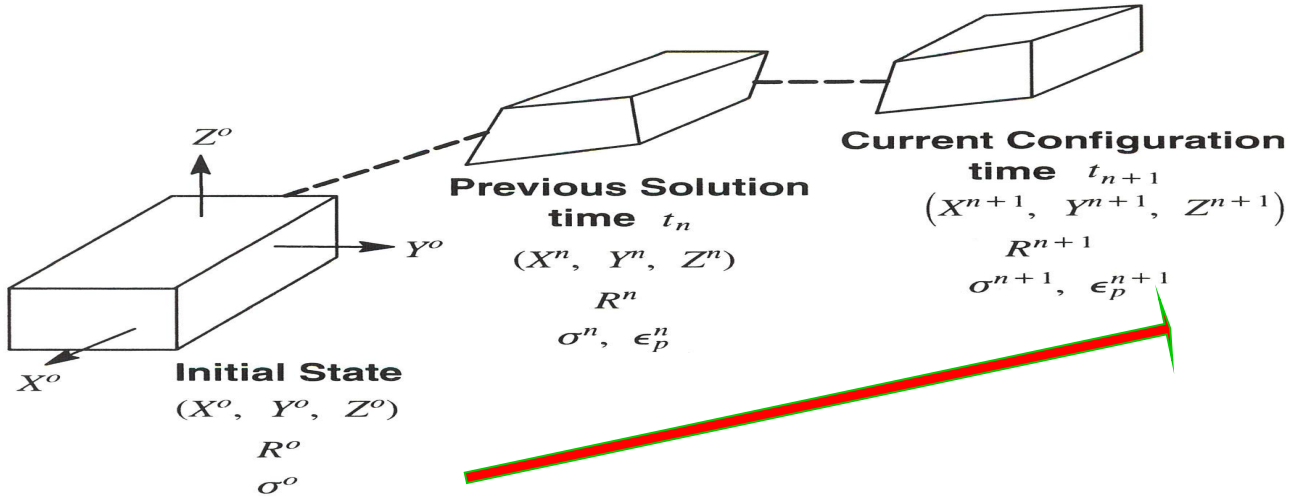
$$V_{n+1/2} = V_{n-1/2} + a_n (\Delta t_{n+1/2} + \Delta t_{n-1/2})/2$$

  - **Вычисляются координаты узлов в момент времени n+1**

$$d_{n+1} = d_n + V_{n+1/2} \Delta t_{n+1/2}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И СИЛ

- **Значения переменных при $t=t_n$ используются для вычисления значений в момент времени $t=t_{n+1}$**



- **“Обновлённый” Лагранжиан**
  - **X,Y,Z – координаты узлов**
  - **R – матрица вращений**
  - **σ - напряжения**
  - **ε_p – пластические деформации**

ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И СИЛ

- **Вычисляются координаты (при t_{n+1}) и скорости (при $t_{n+1/2}$)**
- **С использованием скоростей узлов при $t_{n+1/2}$ вычисляется скорость изменения деформаций**
- **С использованием скорости изменения деформаций вычисляется приращение величины деформаций**
- **Выполняется корректировка составляющих напряжений (σ^n), учитывающая поворот элемента как *твёрдого тела* вместе с поворотом подвижной системы координат**
- **С использованием инкрементов деформаций в подвижной системе координат и модели состояния материала вычисляются приращения напряжений $\Delta\sigma^{n+1/2}$**
- **Суммируя “откорректированные” (с учётом поворота подвижной системы координат) напряжения и их приращения, вычисляют напряжения при $t= t_{n+1}$**

$$\sigma^{n+1} = \sigma^{n}_{rotated} + \Delta\sigma^{n+1/2}$$

- **С использованием “новых” значений напряжений вычисляются внутренние силы в узлах**