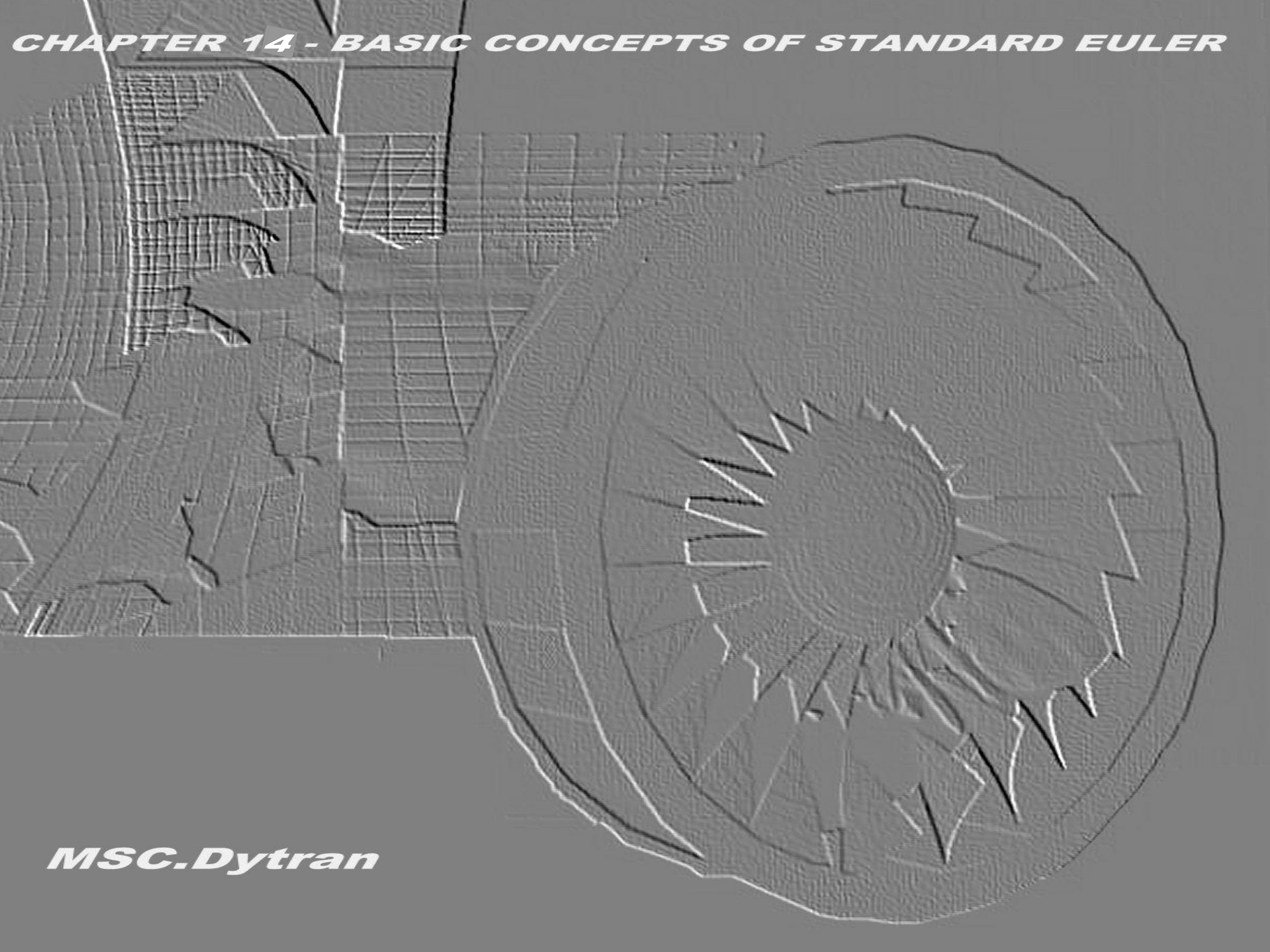
CHAPTER 14 - BASIC CONCEPTS OF STANDARD EULER



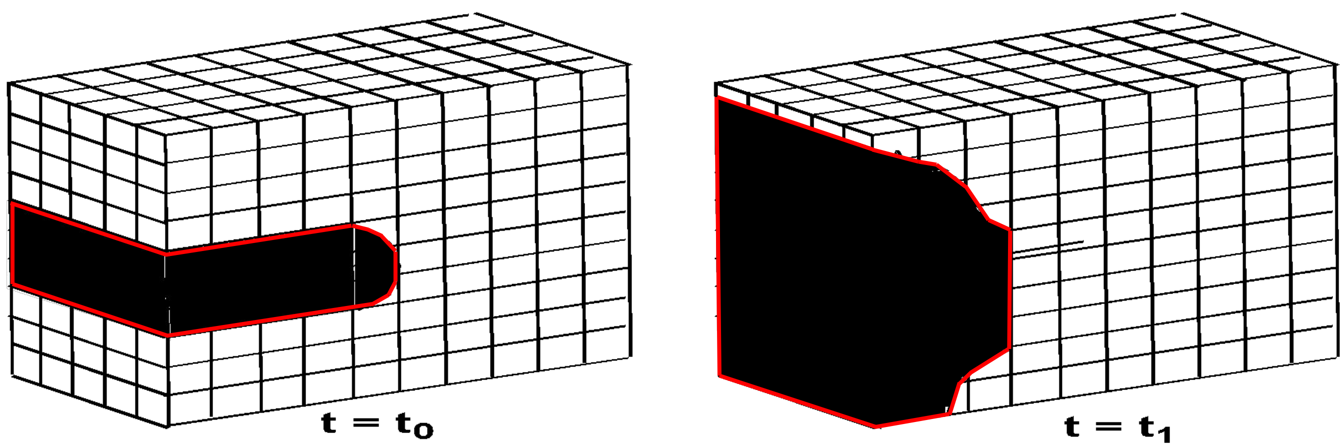
MSC.Dytran

СОДЕРЖАНИЕ

- Основные положения метода Эйлера
- Основы метода конечных объёмов
- Цикл вычислений
- Критерий Куранта

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА ЭЙЛЕРА

- **Дискретизация исследуемой области с использованием объёмных элементов**
- **Сетка неподвижна в пространстве**
  - **Объём элементов постоянен**
  - **Узлы сетки не имеют степеней свободы**
- **Материал перемещается (“течёт”) от одного элемента к другому**



УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ *ЭЙЛЕРОВУ* СРЕДУ

- **Поведение материала в эйлеровой части модели описывается 4-мя уравнениями состояния**
  - $\overrightarrow{V(P,t)}$ – **скорость течения материала в *точке* P в момент времени t**
  - $\rho(P,t)$ – **плотность материала в *точке* P в момент времени t**
  - $e(P,t)$ – **удельная внутренняя энергия материала в *точке* P в момент времени t**
  - $\sigma_{ij}(P,t)$ – **напряжения в материале в *точке* P в момент времени t**
- **Эти уравнения обеспечивают выполнение основных физических законов:**
  - **Уравнение непрерывности – закон сохранения массы**
  - **Уравнение для количества движения – 2-ой закон динамики (Ньютона)**
  - **Уравнение для энергии – 1-ое начало термодинамики**
  - **Уравнение состояния**
- **Уравнение состояния:** $p=f(\rho,e)$
  - **Связь между напряжениями и деформациями**
  - **Пластичность (текучесть) материала**
  - **Разрушение**

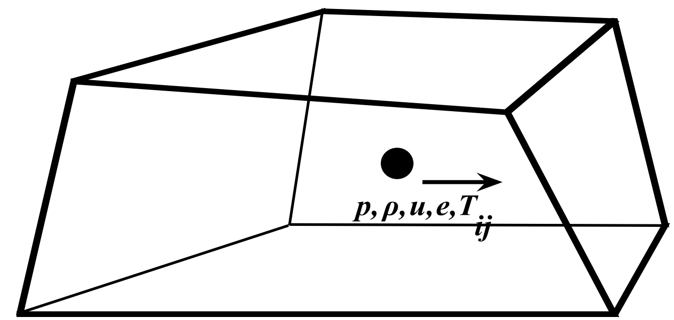
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОДХОДА ЭЙЛЕРА В MSC.Dytran

- **Метод конечных объёмов**
  - **В пространственной области решение основано на методе конечных объёмов**

- **Интегрирование по времени**
  - **Во временной области решение основано на использовании метода центральных разностей и явной схеме интегрирования**
    - ✔ **Аналогичный метод решения во временной области применяется и для вычислений с *лагранжевой* частью расчётной модели**

ОСНОВЫ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ОБЪЁМОВ

- **Элементы *эйлеровой* части модели рассматриваются в качестве конечных объёмов**
- **Масса, скорость, внутренняя энергия и напряжения определяются для центра элемента и эти значения распространяются на весь элемент**

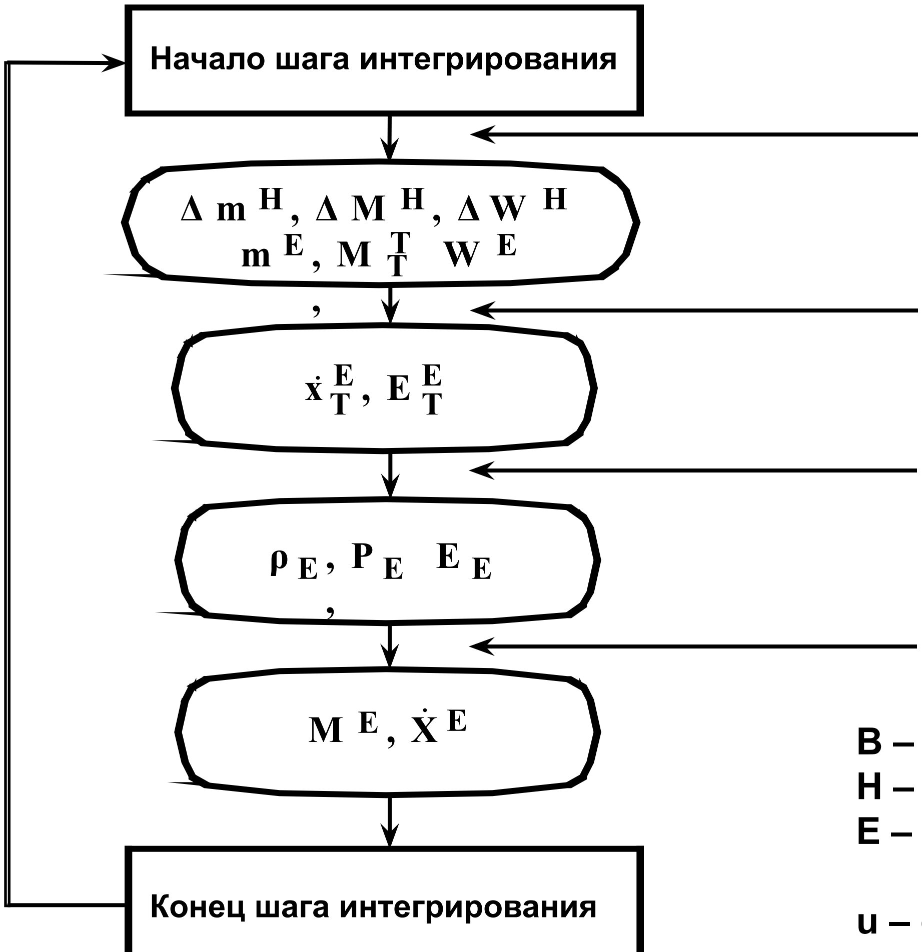


- **Выполняется интегрирование по поверхности *эйлеровых* элементов**
- **Для интегрирования по поверхности используется одноточечная аппроксимация (для центра грани элемента)**
- **Значение составляющей интеграла для каждой из граней определяется осреднением соответствующих величин, вычисленных для центров соседних элементов**
- **Указанное простое осреднение соответствует первому порядку точности**
- **Значение составляющей интегралов для граней необходимы для**
  - **Вычисления переноса материала (скорости течения через грань)**
  - **Вычисления изменения импульса и работы**

ПРЕИМУЩЕСТВА МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ОБЪЁМОВ

- **Возможно моделирование очень больших деформаций – материал как-бы течёт внутри *эйлеровой* сетки**
- **Исключены трудоёмкие операции по построению конечно-элементной сетки**
- **Предотвращается уменьшение шага интегрирования до недопустимо малых величин за счёт исключения использования плотной сетки и элементов малого размера**

ЦИКЛ ВЫЧИСЛЕНИЙ



B – “начальный” момент времени, t^{n-1}
H – “промежуточный” момент времени, $t^{n-1/2}$
E – “окончательный” момент времени, t^n

u – скорость
ρ- плотность
P - давление

m – масса M – импульс W – полная энергия

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШАГА ИНТЕГРИРОВАНИЯ

- **Шаг интегрирования вычисляется с использованием критерия Куранта**
  - **Критерий Куранта основан на учёте минимального промежутка времени, необходимого для распространения волны напряжений на расстояние, равное размеру элемента**
  - **В *лагранжевом решателе* шаг интегрирования зависит только от скорости звука в материале и наименьшего размера элемента L**
  - **При определении шага интегрирования в *эйлеровом решателе* принимается во внимание суперпозиция скорости распространения волны напряжений в материале и скорости перемещения самого материала и, соответственно**

$$\Delta t = S \cdot L/(u + c),$$

где по умолчанию S = 2/3

✔ **Причина этого – "несвязанность" перемещения материала и сетки (в случае же *лагранжева* решателя сетка перемещается вместе с материалом)**