

Раздел 1

Обзор основ динамического анализа

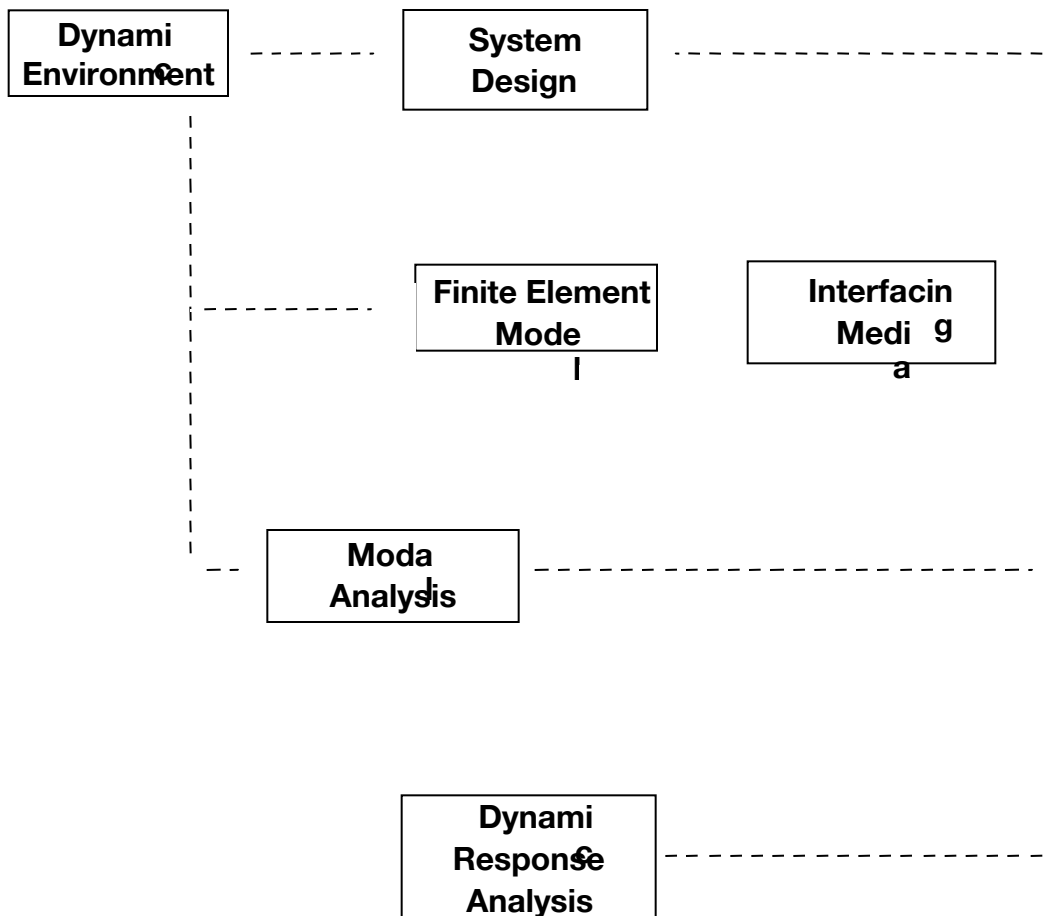
Раздел 1. Обзор основ динамического анализа

• ПРОЦЕСС ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.....	1 - 4
• СИСТЕМА С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ.....	1 - 5
• СИСТЕМА ЕДИНИЦ.....	1 - 6
• НЕЗАТУХАЮЩИЕ СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ (СС).....	1 - 9
• ЗАТУХАЮЩИЕ СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ	1- 11
• СВОБОДНЫЕ ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ - ПОДКРИТИЧЕСКОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ.....	1 - 13
• СИСТЕМА С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ – НЕЗАТУХАЮЩИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ.....	1 - 14
• ДИНАМИЧЕСКИЙ ФАКТОР.....	1 - 16
• СИСТЕМА С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ – ЗАТУХАЮЩИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ.....	1 - 17
• ДИНАМИЧЕСКИЙ ФАКТОР.....	1 -19
•	

Обзор основ динамического анализа (продолж.)

- СИСТЕМА С МНОГИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ..... 1 - 20
- ТИПЫ КОЛЕБАНИЙ..... 1 - 21
- ВИДЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ 1 - 22
- ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ МЕТОДОМ КЭ..... 1 - 23
- ДОКУМЕНТАЦИЯ ПО СИСТЕМЕ MSC.Nastran1 - 24
- ЛИТЕРАТУРА ПО ДИНАМИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ.....1 - 26

Процесс динамического анализа



Система с одной степенью свободы

- Уравнение движения:

$$m\ddot{u}(t) + b\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) + n(u, \dot{u})$$

m = масса

b = демпфирование

k = жесткость

n = нелинейная восстанавливающая сила

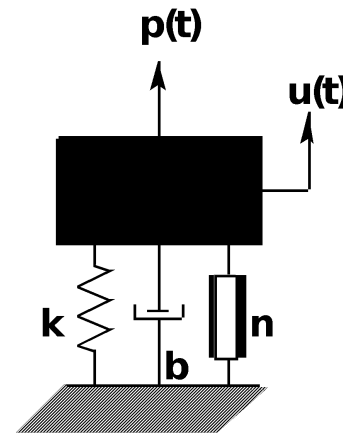
p = внешняя сила

u = перемещение

\dot{u} = скорость

\ddot{u} = ускорение

u , \dot{u} , \ddot{u} и p зависят от времени.
 m , b и k - константы.
 n - нелинейная функция u , \dot{u} .



Система единиц

- **Основные единицы**

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| -Длина L (дюйм, метр) | -Длина L (метр, миллиметр) |
| -Масса M (слаг,килограмм) | -Сила F (Ньютон) |
| -Время T (секунда) | -Время T (секунда) |

- **Основные и производные единицы**

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| -m M | -m $FT^2/L = F/(LT^{-2})$ |
| -b MT^{-1} | -b $FT/L = F/(T/L)$ |
| -k MT^{-2} | -k F/L |
| -p MLT^{-2} | -p F |
| -u L | -u L |
| -u [·] LT^{-1} | -u [·] LT^{-1} |
| -u ^{··} LT^{-2} | -u ^{··} LT^{-2} |

$$1 \frac{Ns^2}{mm} = 1000kg = 1t$$

Система единиц

- Техническая система единиц.

Variable	Dimensions*	Common English Units	Common Metric Units
Length	L	in	m
Mass	M	lb-sec ² /in	kg
Time	T	sec	sec
Area	L ²	in ²	m ²
Volume	L ³	in ³	m ³
Velocity	LT ⁻¹	in/sec	m/sec
Acceleration	LT ⁻²	in/sec ²	m/sec ²
Rotation	-	rad	rad
Rotational Velocity	T ⁻¹	rad/sec	rad/sec
Rotational Acceleration	T ⁻²	rad/sec ²	rad/sec ²
Circular Frequency	T ⁻¹	rad/sec	rad/sec
Frequency	T ⁻¹	cps; Hz	cps; Hz
Eigenvalue	T ⁻²	rad ² /sec ²	rad ² /sec ²
Phase Angle	-	deg	deg
Force	MLT ⁻²	lb	N
Weight	MLT ⁻²	lb	N
Moment	ML ² T ⁻²	in-lb	N-m
Mass Density	ML ⁻³	lb-sec ² /in ⁴	kg/m ³
Young's Modulus	ML ⁻¹ T ⁻²	lb/in ²	Pa; N/m ²
Poisson's Ratio	-	-	-
Shear Modulus	ML ⁻¹ T ⁻²	lb/in ²	Pa; N/m ²
Area Moment of Inertia	L ⁴	in ⁴	m ⁴
Torsional Constant	L ⁴	in ⁴	m ⁴
Mass Moment of Inertia	ML ²	in-lb-sec ²	kg-m ²
Stiffness	MT ⁻²	lb/in	N/m
Viscous Damping Coefficient	MT ⁻¹	lb-sec/in	N-sec/m
Area Moment of Inertia	ML ⁻¹ T ⁻²	lb/in ²	Pa; N/m ²
Torsional Constant	-	-	-

*L размерность длины
 M размерность массы
 T размерность времени
 - безразмерная величина

Система единиц

- **Используйте согласованную систему единиц!**
- **Ошибки в выборе системы единиц – причина №1 при подготовке модели для динамического анализа!**
- **Наиболее частые ошибки – при выборе единиц для параметров массы и демпфирования.**
- **В MSC.Nastran нет “встроенной” системы единиц. Пользователь сам должен проверять согласованность единиц измерения величин.**
- **Согласованные единицы: Н, тм, мм, с или Н, кг, м, с**

Незатухающие свободные колебания системы с одной СС

- Уравнение колебаний

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0$$

- Общее решение

$$u(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \text{natural frequency (rad/sec)}$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \text{natural frequency (cycles/sec)}$$

- Начальные условия

$u(0)$ и $\dot{u}(0)$ - известны.

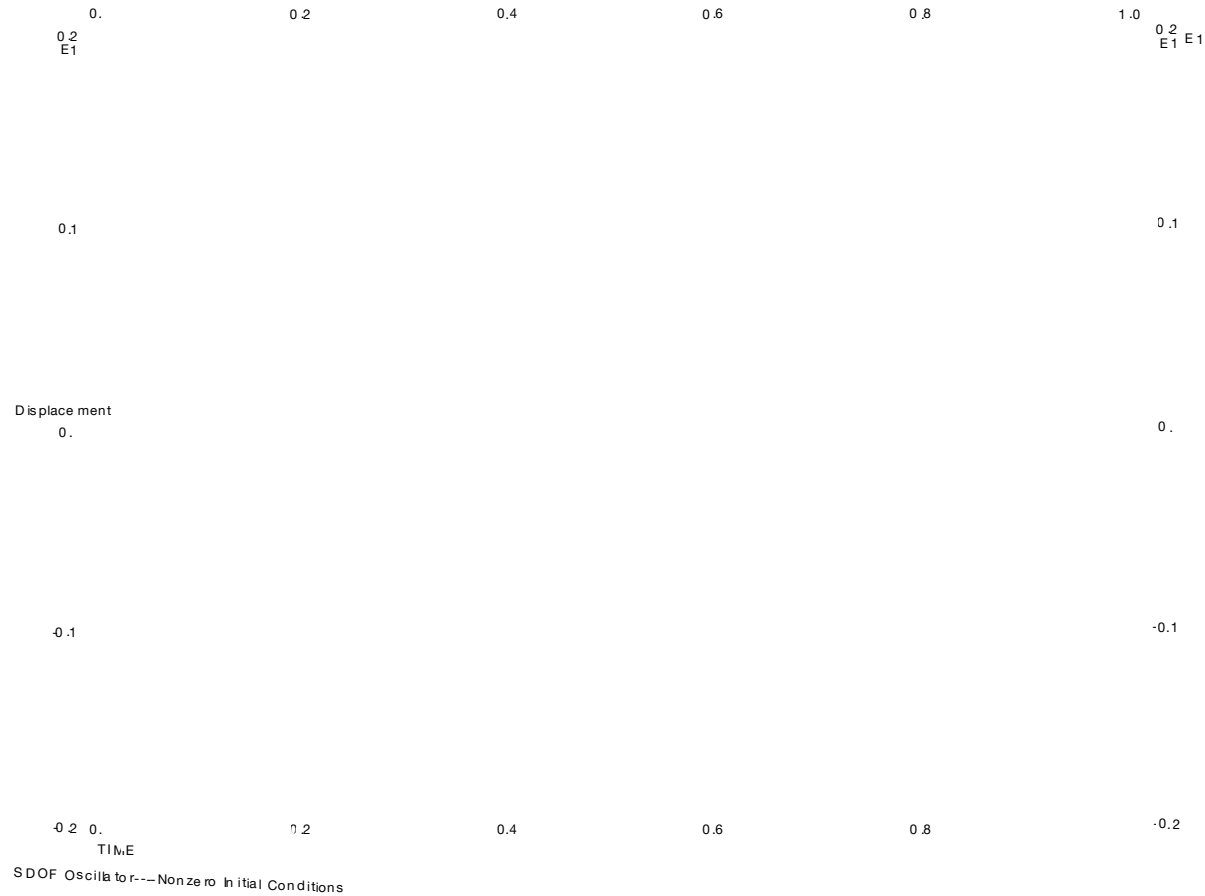
$$B = u(t=0)$$

$$A = \frac{\dot{u}}{\omega_n} (t=0)$$

- Результат

$$u(t) = \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t + u(0) \cos \omega_n t$$

Незатухающие свободные колебания системы с одной СС



Затухающие свободные колебания системы с одной СС

- Уравнение колебаний

$$m\ddot{u}(t) + b\dot{u}(t) + Ku(t) = 0$$

- Критическое демпфирование

$$b_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n$$

- Коэффициент аperiodичности

$$\zeta = \frac{b}{b_c}$$

- Влияние величины демпфирования на тип решения.

- Подкритическое демпфирование

$$b < b_c$$

$$u(t) = e^{-bt/2m}(A\sin\omega_d t + B\cos\omega_d t)$$

- Частота колебаний системы с демпфированием

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Затухающие свободные колебания системы с одной СС

- **Критическое демпфирование**

- $b = b_c$

- **Колебания отсутствуют.**

- $u(t) = (A + Bt) e^{-bt/2m}$

- **Надкритическое демпфирование**

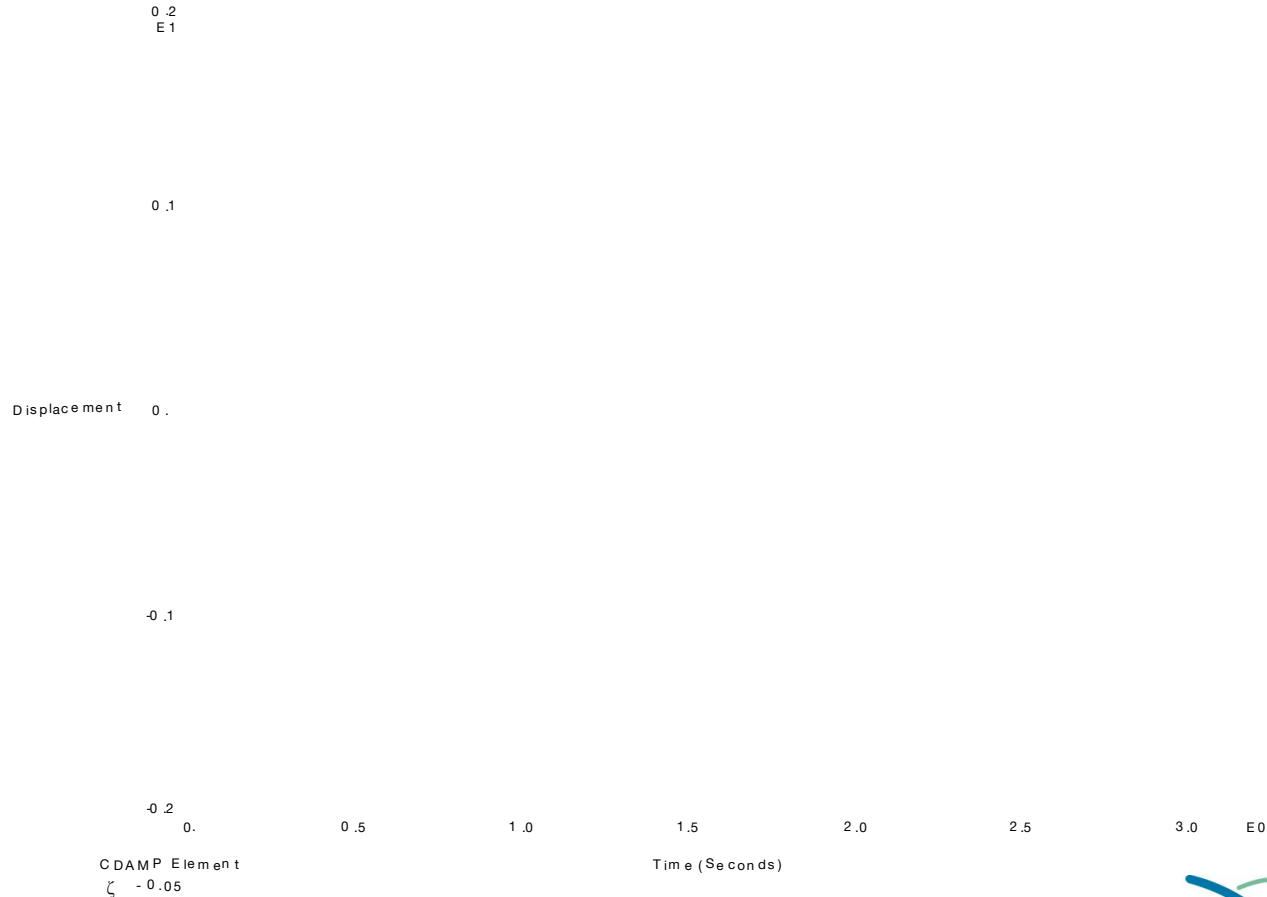
- $b > b_c$

- Колебания отсутствуют. Система постепенно возвращается в положение равновесия.

- **Обычно исследуются колебания с подкритическим демпфированием.**

- **Для конструкций характерно вязкое демпфирование в диапазоне $0 - 0,1$.**

Свободные затухающие колебания – подкритическое демпфирование



Система с одной СС – незатухающие синусоидальные колебания

Уравнение колебаний

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = P \sin \omega t$$

где ω = частота внешней силы

Решение

$$u(t) = \underbrace{A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t}_{\text{Initial Condition}} + \underbrace{\frac{P/k}{1 - \omega^2 / \omega_n^2} \sin \omega t}_{\text{Steady-State}}$$

где

$$B = u(t = 0)$$

$$A = \frac{\dot{u}(t = 0)}{\omega_n} - \frac{\omega P / k}{(1 - \omega^2 / \omega_n^2) \omega_n}$$

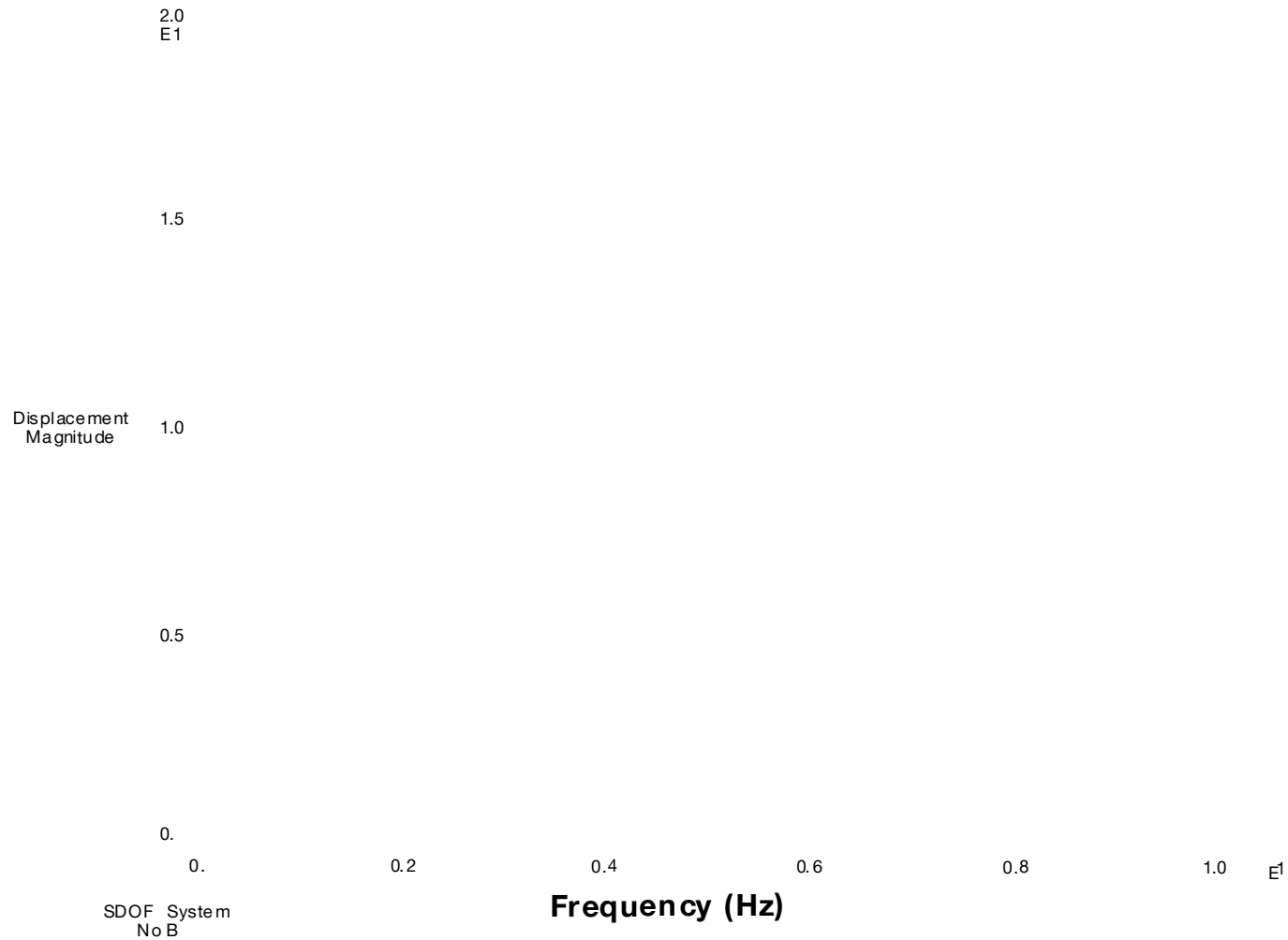
Система с одной СС – незатухающие синусоидальные колебания

- Установившиеся колебания

- P/k – статическая деформация (перемещение).

- $\frac{1}{1 - \omega^2 / \omega_n^2}$ - динамический фактор.

Динамический фактор



Система с одной СС – затухающие синусоидальные колебания

- Уравнение колебаний

- $m\ddot{u}(t) + b\dot{u}(t) + ku(t) = P \sin \omega t$

- Переходный процесс быстро затухает и не представляет интереса.

- Установившиеся колебания

- $$u(t) = P/k \frac{\sin(\omega t + \theta)}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega / \omega_n)^2}}$$

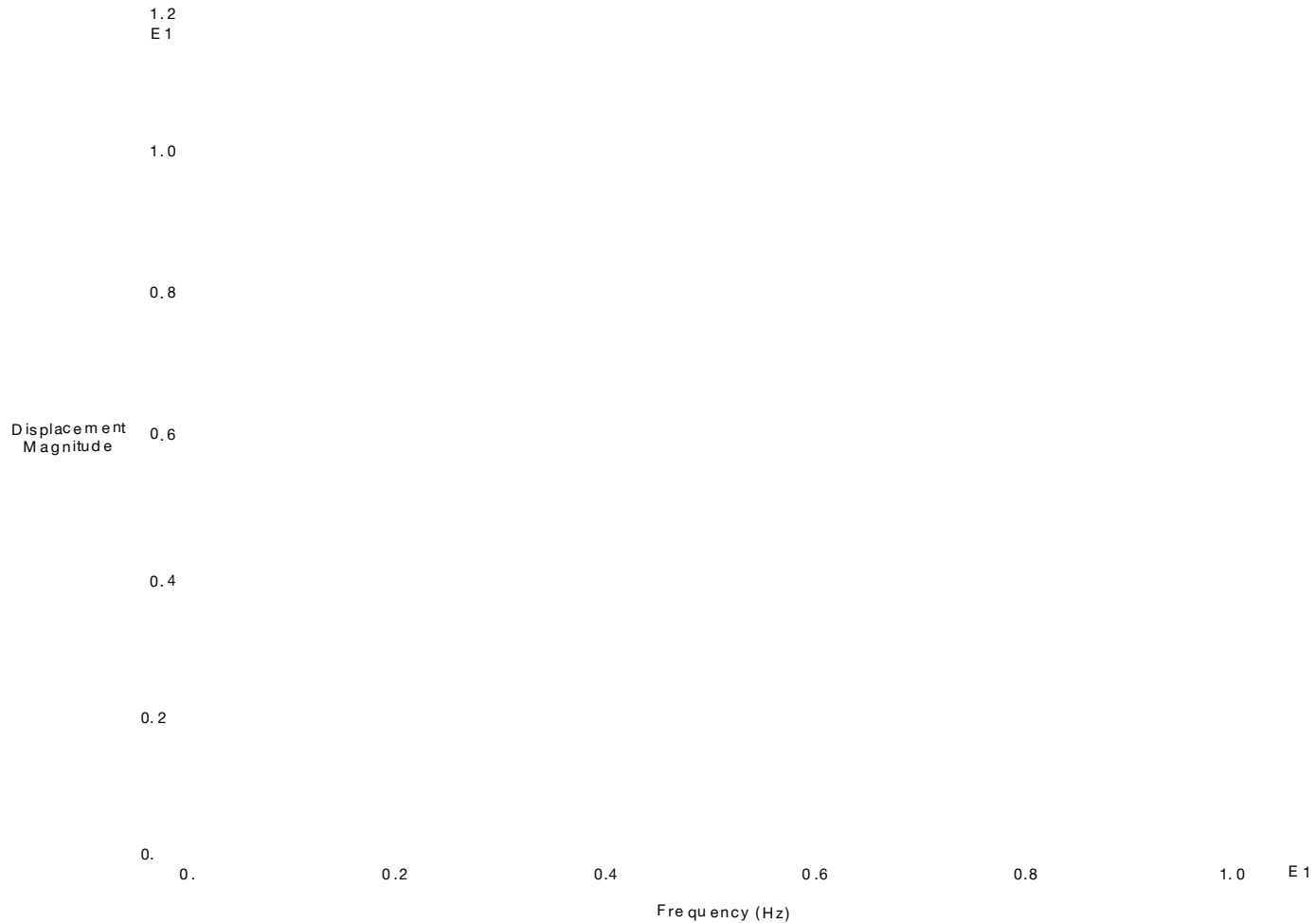
- $$\theta = -\tan^{-1} \frac{2\zeta\omega / \omega_n}{1 - \omega^2 / \omega_n^2}$$

- θ – сдвиг (запаздывание) фазы

Система с одной СС – затухающие синусоидальные колебания

- Для $\frac{\omega}{\omega_n} \ll 1$
 - Динамический фактор $\rightarrow 1$ (статическое решение)
 - Фазовый угол $\rightarrow 360^\circ$ (отклик синфазен возмущению)
- Для $\frac{\omega}{\omega_n} \gg 1$
 - Динамический фактор $\rightarrow 0$ (отклик ноль)
 - Фазовый угол $\rightarrow 180^\circ$ (отклик противофазен возмущению)
- Для $\frac{\omega}{\omega_n} \approx 1$
 - Динамический фактор $\approx \frac{1}{2\zeta}$
 - Фазовый угол $\approx 270^\circ$

Динамический фактор



Система с многими степенями свободы

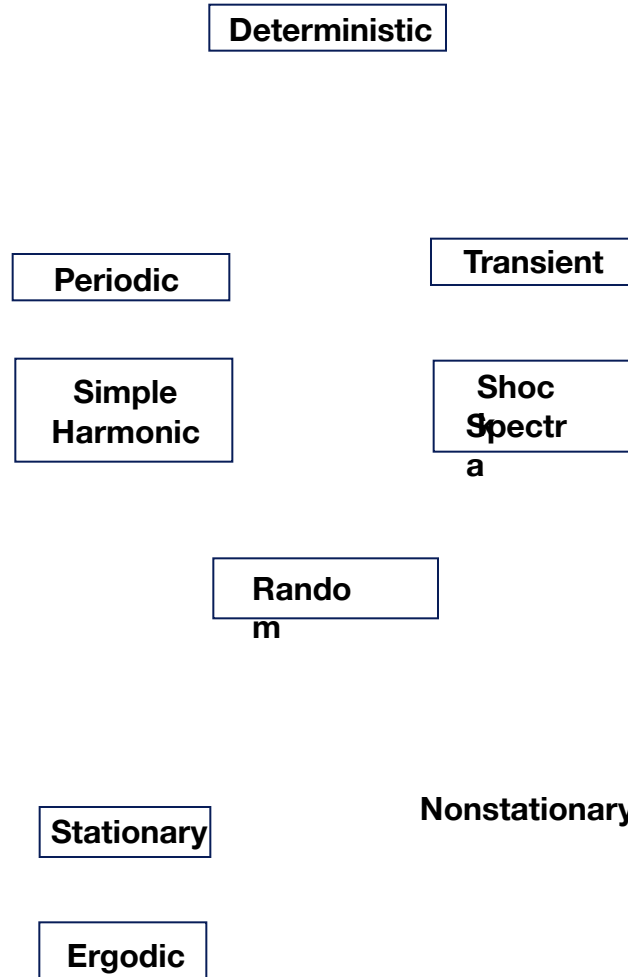
- Уравнение колебаний преобразуется к виду

$$[M] \{\ddot{u}\} + [B] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{P\} + \{N\}$$

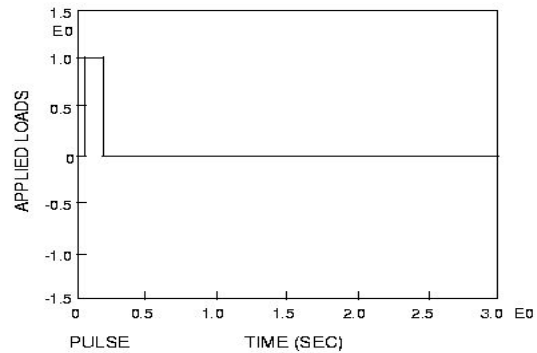
- где

- $\{u\}$ = вектор перемещений
- $\{M\}$ = матрица масс
- $\{B\}$ = матрица демпфирования
- $\{K\}$ = матрица жесткости
- $\{P\}$ = вектор внешнего воздействия
- $\{N\}$ = вектор нелинейных сил

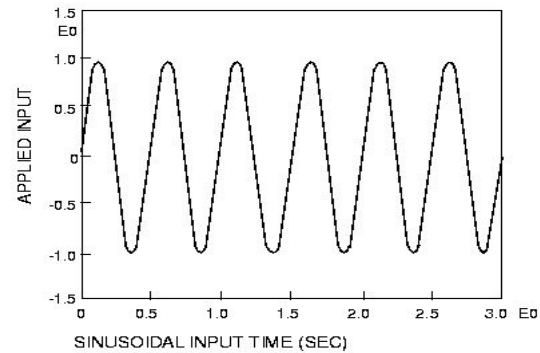
Типы колебаний



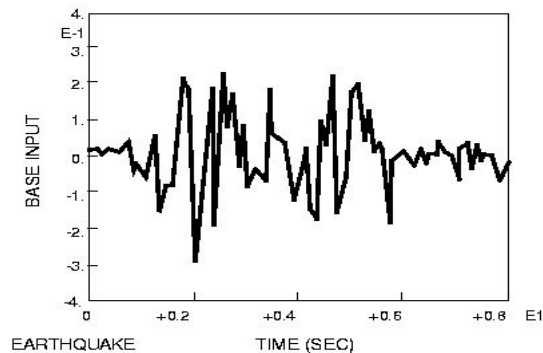
Виды динамического воздействия



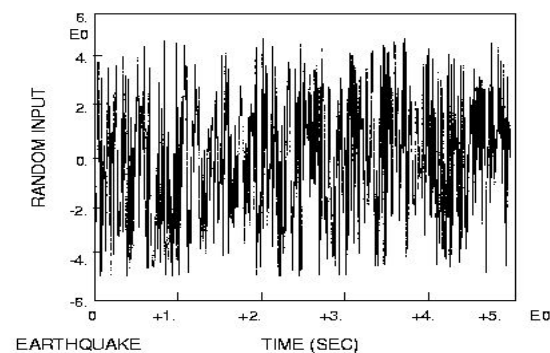
PULSE



SINUSOIDAL



TRANSIENT



RANDOM

Вопросы моделирования динамики методом КЭ

- Частотный диапазон
- Узлы/закрепления/элементы
- Линейное и нелинейное решение
- “Полная” модель и модель с суперэлементами
- Взаимодействие с внешней средой
- Сравнительный/совместный анализ расчетных и экспериментальных результатов
- Демпфирование

Документация по системе MSC.Nastran

- **Документация**

- *MSC.Nastran Quick Reference Guide*
- *MSC.Nastran Reference Manual*

- **Руководства пользователя**

- *Getting Started with MSC.Nastran*
- *MSC.Nastran Linear Static Analysis*
- *MSC.Nastran Basic Dynamic Analysis*
- *MSC.Nastran Advanced Dynamic Analysis*
- *MSC.Nastran Design Sensitivity and Optimization*
- *MSC.Nastran DMAP Module Dictionary*
- *MSC.Nastran Numerical Methods*
- *MSC.Nastran Aeroelastic Analysis*
- *MSC.Nastran Thermal Analysis*

Документация по системе MSC.Nastran

- Другая документация
 - *MSC.Nastran Common Questions and Answers*
 - *MSC.Nastran Bibliography*
- Документация в электронной форме (для рабочих станций и персональных компьютеров)

Литература по динамическому анализу

- W. C. Hurty and M. F. Rubinstein, *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, 1964.
- R. W. Clough and J. Penzien, *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, 1975.
- S. Timoshenko, D. H. Young, and W. Weaver, Jr., *Vibration Problems in Engineering*, 4th Ed., John Wiley & Sons, 1974.
- K. J. Bathe and E. L. Wilson, *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, 1976.
- J. S. Przemieniecki, *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw-Hill, 1968.
- C. M. Harris and C. E. Crede, *Shock and Vibration Handbook*, 2nd Ed., McGraw-Hill, 1976.
- L. Meirovitch, *Analytical Methods in Vibrations*, MacMillan, 1967.
- L. Meirovitch, *Elements of Vibration Analysis*, McGraw-Hill, 1975.
- M. Paz, *Structural Dynamics Theory and Computation*, Prentice-Hall, 1981.

Литература по динамическому анализу

- W. T. Thomson, *Theory of Vibrations with Applications*, Prentice-Hall, 1981.
- R. R. Craig, *Structural Dynamics: An Introduction to Computer Methods*, John Wiley & Sons, 1981.
- S. H. Crandall and W. D. Mark, *Random Vibration in Mechanical Systems*, Academic Press, 1963.
- J. S. Bendat and A. G. Piersol, *Random Data Analysis and Measurement Techniques*, 2nd Ed., John Wiley & Sons, 1986.

NAS102

Декабрь 2001, Стр. 1-28
MSC Moscow

