Раздел 3

Анализ собственных колебаний



Раздел 3. Анализ собственных колебаний

•	НЕОБХОДИМОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ АНАЛИЗА СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ	3 - 3
•	ОБЗОР ТЕОРИИ	3 - 4
•		3 - 8
•	ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ФОРМ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ	3 - 12
•	МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ	3 - 14
•	ТЕОРИЯ МЕТОДА Штурма	3 - 16
•	МЕТОД Ланцоша	. 3 - 17
•	ИНТЕРФЕЙС ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ ДЛЯ МЕТОДА Ланцоша	3 - 18
•	ИНТЕРФЕЙС ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ ДЛЯ ДРУГИХ МЕТОДОВ	3 - 19
•	УПРАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЕМ ПРИ АНАЛИЗЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ	3 - 21
•	ВИДЫ ВЫЧИСЛЯЕМЫХ ВЕЛИЧИН	. 3 - 22
•	ПРИМЕР №1 – МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ	3 - 23
•	"ГЕОМЕТРИЯ" ПЛАСТИНЫ	. 3 - 26
•	ВХОДНОЙ ФАЙЛ ДЛЯ ПРИМЕРА №1	3 - 29
•	РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ПРИМЕРА №1	3 - 30



Необходимость выполнения анализа собственных колебаний

- Исследование динамических характеристик конструкции. Например, если ротационную машину предполагается установить на некоторое основание, то для исключения чрезмерных вибраций необходимо убедиться, что частота вращения ротора достаточно "далека" от частоты собственных колебаний основания.
- Исследование возможного увеличения нагрузок вследствие динамических эффектов.
- Использование информации о характеристиках собственных колебаний для планирования последующего динамического анализа (переходного процесса, частотного отклика): что необходимо предпринять, чтобы расчетная модель соответствовала требованиям, предъявляемым к вычислениям.
- Использование информации о характеристиках собственных колебаний для планирования последующего динамического анализа модальным методом.
- Планирование экспериментального исследования конструкции: выбор мест расположения датчиков ускорений и т.п.
- Оценивание конструктивных изменений.



MSC Moscow

• Рассмотрим

$$[M] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} = 0$$
 (1)

• Представим решение в форме

$$\{\mathbf{x}\} = \{\phi\} \mathbf{e}^{\mathbf{i}\omega \mathbf{t}} \tag{2}$$

- (Физически это означает, что все координаты изменяются синхронно форма деформаций системы остается постоянной, меняется только ее амплитуда.)
- Из уравнения (2):

$$\{\ddot{\mathbf{x}}\} = -\omega^{2}\{\phi\} \mathbf{e}^{\mathbf{i}\omega\mathbf{t}} \tag{3}$$

• Подставляя уравнения (2) и (3) в уравнение (1), имеем

$$-\omega^{2}[M]\{\phi\}e^{i\omega t}+[K]\{\phi\}e^{i\omega t}=0$$

что (после деления на e^{iωt}) упрощается к виду

$$([\mathbf{K}] - \omega^{2}[\mathbf{M}])\{\phi\} = \mathbf{0}$$

• Это – формулировка задачи о собственных значениях.



- Возможны два варианта:
 - 1. Если d**(•[K]** ω²[M])≠ 0 , то из уравнения (4):

$$\{ \phi \} = 0$$

- Что является тривиальным решением и с физической точки зрения не представляет интереса.
- Т.о., задача о собственных значениях упрощается до задачи решения уравнения:

$$det(K] - \omega^2[M]) = 0$$

или

$$det([K]-\lambda[M])=0$$

• где

$$\lambda = \omega^2$$

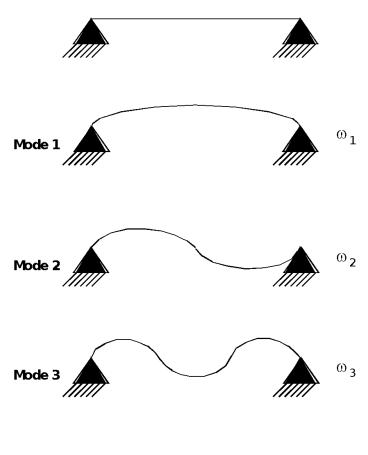


- Если конструкция имеет N степеней свободы с "присоединенными" массами, тогда будет N ω'S которые являются решениями собственной задачи.. Эти ω's(ω₁,ω₂,...,ωₙ) частоты собственных колебаний, характеристические частоты, фундаментальные частоты или резонансные частоты.
- Собственный вектор {ф}, ассоциирующийся с частотой {ω}, называется нормальной модой или модальной формой (формой собственных колебаний). Нормальная мода соответствует некоторой форме деформаций конструкции.
- При колебаниях форма конструкции в любой момент времени является линейной комбинацией её нормальных мод.



• Пример

Simply Supported Beam



etc.



• Если [K] и [M] симметричные и действительные (что характерно для конечно-элементных моделей обычных конструкций), справедливы следующие условия ортогональности:

$$\{\phi_i\}^T[M]\{\phi_i\}=0$$
 If $i \neq j$

• и

$$\{\phi_i\}^T[K]\{\phi_i\}=0$$
 If $i \neq j$

а также

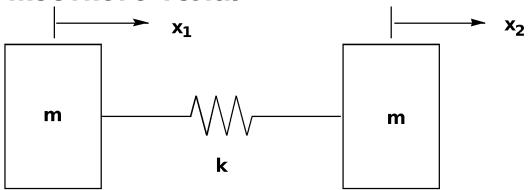
$$\omega_j^2 = \frac{\{\phi_j\}^T[K]\{\phi_j\}}{\{\phi_i\}^T[M]\{\phi_i\}}$$

• Собственные частоты $(\omega_1, \omega_2, ...)$ измеряются в рад/с. Для этого можно использовать также Гц (колебание/с), причем

$$f_{j}$$
(hert $abla = \frac{\omega_{j}}{2\pi}$



 Пример: незакрепленная структура имеет форму колебаний жесткого тела.



• Если конструкция не полностью закреплена, т.е. существует мода колебаний жесткого тела (бездеформационная мода, ненапряженная мода) или механизм, то по крайней мере одна собственная частота будет равна нулю.

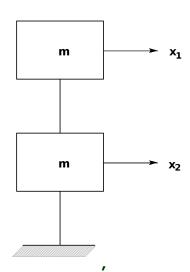
$$\omega_1 = 0 \quad \{\phi_1\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

MSC MECHANICAL SOLUTIONS

A Division of MSC.Software

MSC Moscow

• Формы собственных колебаний произвольно масштабируются. Например,



$$\{\phi_{\mathbf{1}}\} = \begin{cases} \mathbf{1} \\ \mathbf{0.5} \end{cases}, \{\phi_{\mathbf{1}}\} = \begin{cases} \mathbf{300} \\ \mathbf{150} \end{cases} \qquad \{\phi_{\mathbf{1}}\} = \begin{cases} \mathbf{0.66} \\ \mathbf{0.33} \end{cases}$$

являются одними и теми же модами колебаний.



- На практике формы колебаний нормализуются с помощью выбранного метода. В MSC.Nastran предусмотрены три метода нормализации (исключая метод Ланцоша):
 - Единичная обобщенная масса (по умолчанию)

$$\{\phi_{\mathbf{i}}\}^{\mathsf{T}}[\mathsf{M}]\{\phi_{\mathbf{i}}\} = \mathbf{10}$$

- Единичное значение наибольшего для каждой моды компонента набора A-set
- Единичное значение для указанного компонента (не рекомендуется)
- При использовании метода Ланцоша возможна нормализация по методу единичной обобщенной массы и методу единичного наибольшего компонента.



Дополнительные свойства форм собственных колебаний

- Поскольку деформации элементов, внутренние силы и напряжения в них зависят от величины деформации конструкции, могут быть вычислены дополнительные полезные модальные характеристики. Учитывая
 - Соотношение перемещение деформация

$$\{\epsilon\} = [\mathbf{K}_{\epsilon \mathbf{u}}]\{\mathbf{u}\}$$

• Соотношение деформация - напряжение

$$\{\sigma\} = [\mathbf{K}_{\sigma \varepsilon}]\{\varepsilon\}$$

• Соотношение перемещение - сила

$$\{P_{\textbf{s}}\} = [K]\{u\}$$

• Соотношение перемещения – энергия деформации

$$V_e = 1/2\{u_e\}^T [K_{ee}]\{u_e\}$$



Дополнительные свойства форм собственных колебаний

Для выбранного модального перемещения

• имеем

$$\{\mathbf{u}\} = [\phi_{\mathbf{i}}] \xi_{\mathbf{i}}$$

• Модальные деформации $\{\epsilon_{\phi}\}_{i} = \{[\mathbf{K}_{\epsilon \mathbf{u}}]\{\phi_{i}\}\}\xi_{i}$

• Модальные напряжения $\{\sigma_{\pmb{\phi}}\}_{\pmb{i}} = \{[\mathbf{K}_{\pmb{\sigma}\pmb{\epsilon}}][\mathbf{K}_{\pmb{\epsilon}\pmb{u}}]\{\phi_{\pmb{i}}\}\}\xi_{\pmb{i}}$

• Модальные силы $\{ {f P}_{m \varphi} \}_{m i} = \{ [{f K}] \{ {m \phi}_{m i} \} \} {m \xi}_{m i}$

• Модальную энергию деформации $\mathbf{V}_{\mathbf{e}_{\dot{\mathbf{0}}\dot{\mathbf{i}}}} = \left(\frac{1}{2}\right) \left\{ \phi_{\mathbf{e}_{\dot{\mathbf{i}}}} \right\}^{\mathbf{T}} [\mathbf{K}_{\mathbf{e}\mathbf{e}}] \left\{ \phi_{\mathbf{e}_{\dot{\mathbf{i}}}} \right\}^{\mathbf{2}}$

• Дополнительные модальные характеристики могут быть получены в табличной форме путем задания соответствующих параметров в Case Control Section или в матричной форме путем использования модуля DRMS1 на языке DMAP.



Методы вычислений

В MSC.Nastran предусмотрены 3 группы методов вычислений собственных значений:

• <u>Последовательные (tracking) методы</u> (см. Приложение В)

Собственные значения (или собственные частоты) определяются поочередно методом итераций. Возможен выбор между двумя вариантами метода "inverse power method": INV и SINV. Эти методы более приемлемы при необходимости определения небольшого количества собственных частот. В целом, метод SINV более надежен, чем метод INV.

• <u>Методы трансформации</u> (см. Приложение В) Собственная задача

$$([\textbf{K}] - \lambda [\textbf{M}])\{\phi\} \ = \textbf{0}$$
 преобразуется в форму

где

$$[\mathbf{A}]\{\phi\} = \lambda\{\phi\}$$

$$[A] = [M]^{-1}[K]$$



Методы вычислений

Затем матрица А трансформируется в тридиагональную форму с использованием метода Гивенса (Givens) или метода Хаусхолдера (Householder). После этого все собственные значения определяются одновременно с помощью алгоритма QR. Предусматривается по два варианта методов Гивенса и Хаусхолдера: GIV, MGIV, HOU и MHOU. Эти методы более эффективны, если необходимо определить большое количество собственных значений.

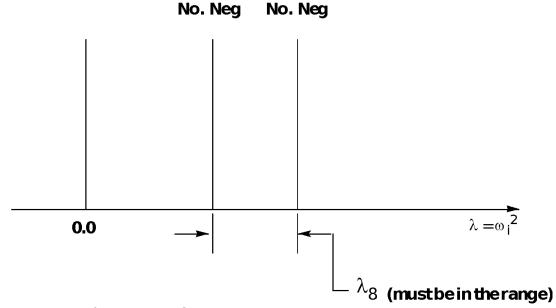
• Метод Ланцоша (рекомендуемый метод)

Этот метод является комбинированным (tracking-transformation) методом.



Теория метода Штурма

- Выбирается λ.
- Преобразуется $[K \lambda_i M]$ В $[L][D][L^i]$
- Количество отрицательных членов на факторной диагонали равно количеству собственных значений с величиной, меньшей λ .





Декабрь 2001, Стр. 3-16 **MSC Moscow**

Метод Ланцоша

- Метод Ланцоша с использованием блоков, смещений (shifts), инверсий
- Случайные исходные (начальные) векторы
- Автоматическая логика смещений
- Частичная и выборочная ортогонализация
- Применение метода Штурма
- Применение метода Гивенса и алгоритма QL
- Возможность использования для модального анализа и анализа устойчивости
- Нормализация только по массе и наибольшему компоненту
- В отличие от метода GDR (см. Приложение A), нет необходимости в скалярных переменных (точках) типа QSET, ASET и т.п., (если только не выполняется анализ методом модального синтеза)



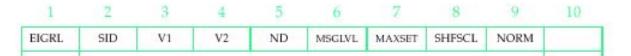
Интерфейс пользователя для метода Ланцоша

EIGRL

Real Eigenvalue Extraction Data, Lanczos Method

Defines data needed to perform real eigenvalue (vibration or buckling) analysis with the Lanczos method.

Format:



Example:

EIGRL 1 0.1 3.2 10



Интерфейс пользователя для других методов

EIGR Real Eigenvalue Extraction Data

Defines data needed to perform real eigenvalue analysis.

Format:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EIGR	SID	METHOD	F1	F2	NE	ND			
	NORM	G	С						

Example:

EIGR 13 LAN	12	
-------------	----	--

Field	Content	s					
SID	Set identification number. (Unique Integer > 0)						
METHOD	Method o	of eigenvalue extraction. (Character)					
	Modern	Methods:					
	LAN	Lanczos Method					
	AHOU	Automatic selection of HOU or MHOU method. See Remark 13.					
	Obsolete	Obsolete Methods:					
	INV	Inverse Power method.					
	SINV	Inverse Power method with enhancements.					
	GIV	Givens method of tridiagonalization.					
	MGIV	Modified Givens method.					
	HOU	Householder method of tridiagonalization.					
	MHOU	Modified Householder method.					
	AGIV	Automatic selection of METHOD = "GIV" or "MGIV". See					

Remark 13.



Интерфейс пользователя

Field	Content	s					
SID	Set ident	ification number. (Unique Integer > 0)					
V1, V2		For vibration analysis: frequency range of interest. For buckling analysis: eigenvalue range of interest. See Remark 4. (Real or blank, $-5 \times 10^{16} \le V1 < V2 \le 5. \times 10^{16}$)					
ND	Number	Number of roots desired. See Remark 4. (Integer > 0 or blank)					
MSGLVL	Diagnost	Diagnostic level. $(0 \le Integer \le 4; Default = 0)$					
MAXSET		Number of vectors in block or set. Default is machine dependent. See Remark 14.					
SHFSCL		Estimate of the first flexible mode natural frequency. See Remark 10. (Real or blank)					
NORM	Method f	for normalizing eigenvectors (Character: "MASS" or "MAX")					
	MASS	Normalize to unit value of the generalized mass. Not available for buckling analysis. (Default for normal modes analysis.)					
	MAX	Normalize to unit value of the largest displacement in the analysis set. Displacements not in the analysis set may be larger than unity. (Default for buckling analysis.)					



Управление решением при анализе собственных колебаний

- Executive Control Section
 - SOL 103
- Case Control Section
 - METHOD (инициализация оператора EIGRL)
- Bulk Data Section
 - EIGRL (метод Ланцоша)



Виды вычисляемых величин

- Для узлов GRID
 - DISPLACEMENT (или VECTOR)
 - GPFORCE
 - GPSTRESS
 - SPCFORCE
 - GPKE
- Для элементов
 - ELSTRESS (или STRESS)
 - ESE
 - EKE
 - ELFORCE (или FORCE)
 - STRAIN
- Специальный оператор
 - MODES результаты для каждой моды выводятся как результаты для отдельного "случая" расчета



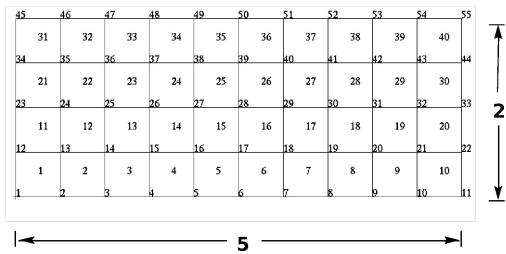
Пример №1

Модальный анализ плоской пластины



Пример №1. Модальный анализ плоской пластины

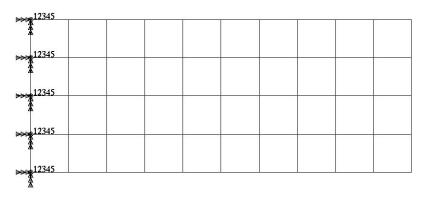
- Используя метод Ланцоша, найти первые десять собственных частот и форм колебаний плоской прямоугольной пластины. Ниже представлена конечно-элементная модель прямоугольной пластины, включающая также граничные условия. Таблица ЗА содержит необходимые данные для создания входного файла.
- <u>Координаты узлов Grid и топология элементов</u>





Пример №1. Модальный анализ плоской пластины

Граничные условия



Y Z X

Table 3A.

Length (a)	5 in
Height (b)	2 in
Thickness	0.100 in
Weight Density	0.282 lbs/in3
Mass/Weight Factor	2.59E-3 sec2/in
Elastic Modulus	30.0E6 lbs/in2
Poisson's Ratio	0.3



"Геометрия" пластины

*						
\$	nlata belf					
>	plate.bdf					
\$ \$ \$		e: 1 -	e			
\$	geometric input	TITE	Tor place	modei		
э PSHELL	1	1	0.1	1		1
	1	1	1	2	13	12
CQUAD4	2		2	3		
CQUAD4	3	1	3		14	13
CQUAD4	3 4	1 1	3 4	4 5	15 16	14
CQUAD4	4 5	1	5		16	15
CQUAD4		_		6	17	16
CQUAD4	6	1	6	7	18	17
CQUAD4	7	1	7	8	19	18
CQUAD4	8	1	8	9	20	19
CQUAD4	9	1	9	10	21	20
CQUAD4	10	1	10	11	22	21
CQUAD4	11	1	12	13	24	23
CQUAD4	12	1	13	14	25	24
CQUAD4	13	1	14	15	26	25
CQUAD4	14	1	15	16	27	26
CQUAD4	15	1	16	17	28	27
CQUAD4	16	1	17	18	29	28
CQUAD4	17	1	18	19	30	29
CQUAD4	18	1	19	20	31	30
CQUAD4	19	1	20	21	32	31
CQUAD4	20	1	21	22	33	32
CQUAD4	21	1	23	24	35	34
CQUAD4	22	1	24	25	36	35
CQUAD4	23	1	25	26	37	36
CQUAD4	24	1	26	27	38	37
CQUAD4	25	1	27	28	39	38
CQUAD4	26	1	28	29	40	39
CQUAD4	27	1	29	30	41	40
CQUAD4	28	1	30	31	42	41
CQUAD4	29	1	31	32	43	42
CQUAD4	30	1	32	33	44	43
CQUAD4	31	1	34	35	46	45
CQUAD4	32	1	35	36	47	46
CQUAD4	33	1	36	37	48	47
CQUAD4	34	1	37	38	49	48
CQUAD4	35	1	38	39	50	49
CQUAD4	36	1	39	40	51	50
CQUAD4	37	1	40	41	52	51
CQUAD4	38	1	41	42	53	52
CQUAD4	39	1	42	43	54	53
CQUAD4	40	1	43	44	55	54
\$						
MAT1	1	3. +7		0. 3	0. 282	
\$						



"Геометрия" пластины

GRI D	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	0. 0.5 1. 1.5 2. 2.5 3. 3.5 4. 4.5 5. 0. 0.5 1. 1.5 2.	0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 5 0.5 0.5	O. O
gri d Gri d Gri d Gri d	19 20 21 22	3.5 4. 4.5 5.	0. 5 0. 5 0. 5 0. 5	0. 0. 0. 0.
gri d Gri d Gri d Gri d	23 24 25 26	0. 0.5 1. 1.5	1. 1. 1.	0. 0. 0.
gri d gri d gri d gri d gri d	27 28 29 30 31	2. 2.5 3. 3.5 4.	1. 1. 1. 1.	0. 0. 0. 0.
gri d gri d gri d gri d	32 33 34 35	4.5 5. 0. 0.5	1. 1. 1. 5 1. 5	0. 0. 0. 0.
GRI D GRI D GRI D GRI D	36 37 38	1. 1. 5 2.	1. 5 1. 5 1. 5	0. 0. 0.
gri d Gri d Gri d	39 40 41	2.5 3. 3.5	1. 5 1. 5 1. 5	0. 0. 0.
GRI D GRI D GRI D	42 43 44 45	4. 4.5 5.	1. 5 1. 5 1. 5 2.	0. 0. 0.
gri d Gri d Gri d Gri d	45 46 47 48	0. 0.5 1. 1.5	2. 2. 2. 2.	0. 0. 0.
GRI D	49	2.	2.	0.



"Геометрия" пластины

GRID	50		2. 5	2.	0.		
GRI D	51		3.	2.	0.		
GRI D	52		3. 5	2.	0.		
GRI D	53		4.	2.	Ο.		
GRI D	54		4. 5	2.	0.		
GRI D	55		5.	2.	Ο.		
\$							
SPC1	1	12345	1	12	23	34	45



Входной файл для Примера №1

SOL TIME CEND						
TI TLE	= NORM	MAL MODI	es exa n	/PLE		
ECHO =	= UNSOR	TED				
SUBCAS	E 1					
	SUBTI 1	TLE= US	ING LA	NCZOS		
	METHO) = 1				
	SPC =	1				
	VECTO	R= A LL				
BEGI N	BULK					
	COUPM					
PARAM	WTMASS	5.00259	•			
EI GRL	1			10		
PSHELL			. 1	_	1	
COUAD4		1	1	2	13	12
=, * 1, =	, * 1, * 1	, * 1, * 1				
=8						
	11		12	13	24	23
=, * 1, =	;, * 1, * 1	, * 1, * 1				
=8						
	21		23	24	35	34
=, * 1, =	; * 1, * 1	, * 1, * 1				
=8						

```
COUAD4 31 1
                         35
                                      45
5, *1, 5, *1, *1, *1, *1
MAT1 1
            3. +7 .3 .282
GRID 1
            0.
                         0.
                   0.
5, *1, 5, *0. 5, 5
=9
GRID 12
                   . 5
            0.
5, *1, 5, *0. 5, 5
=9
GRID 23 0.
                         0.
5, *1, 5, *0. 5, 5
=9
                   1. 5
GRID 34
            0.
5, *1, 5, *0. 5, 5
=9
GRID 45 0.
5 * 1, 5 * 0. 5, 5
=9
            12345 1
SPC1 1
                         12
                                23
                                      34
                                             45
ENDDATA
```



Результаты решения Примера №1

```
*** SYSTEM INFORMATION MESSAGE 6916 (DFMSYN)
   DECOMP ORDERING METHOD CHOSEN: DEFAULT, ORDERING METHOD USED: MMD
*** USER INFORMATION MESSAGE 5010 (LNCILD)
   STURM SEQUENCE DATA FOR EIGENVALUE EXTRACTION.
   TRIAL EIGENVALUE = 9.433958D+07, CYCLES = 1.545849D+03 NUMBER OF EIGENVALUES BELOW THIS VALUE = 3
*** USER INFORMATION MESSAGE 5010 (LNCILD)
   STURM SEQUENCE DATA FOR EIGENVALUE EXTRACTION.
   TRIAL EIGENVALUE = 1.912348D+09, CYCLES = 6.959910D+03 NUMBER OF EIGENVALUES BELOW THIS VALUE = 10
TABLE OF SHIFTS: (LNNRIGL)
SHIFT #
              SHIFT VALUE
                                 FREQUENCY, CYCLES
                                                       # EIGENVALUES BELOW
                                                                             # NEW EIGENVALUES FOUND
              9.4339576E+07
                            1.5458490E+03
                     1.9123482E+09
                                           6.9599097E+03
    NORMAL MODES EXAMPLE
                                                         APRIL 8, 1998 MSC.Nastran 4/6/98
0
                                                                                   SUBCASE 1
0
               EIGENVALUE ANALYSIS SUMMARY
                                                                    (READ MODULE)
                            BLOCK SIZE USED .....
                            NUMBER OF DECOMPOSITIONS .....
                            NUMBER OF ROOTS FOUND .....
                            NUMBER OF SOLVES REQUIRED .....
    NORMAL MODES EXAMPLE
                                                         APRIL 8, 1998 MSC.Nastran 4/6/98
0
                                                                                   SUBCASE 1
                                    REAL EIGENVALUES
MODE
       EXTRACTION
                      EIGENVALUE
                                        RADIANS
                                                        CYCLES
                                                                      GENERALIZED
                                                                                      GENERALIZED
NO.
         ORDER
                                                                         MASS
                                                                                        STIFFNESS
 1
              1
                      7.056994E+05
                                      8.400591E+02
                                                      1.336996E+02
                                                                       1.000000E+00
                                                                                       7.056994E+05
                      1.878432E+07
                                      4.334088E+03
                                                      6.897916E+02
                                                                       1.000000E+00
                                                                                       1.878432E+07
                      2.811467E+07
                                      5.302327E+03
                                                      8.438915E+02
                                                                       1.000000E+00
                                                                                       2.811467E+07
                      1.931709E+08
                                      1.389859E+04
                                                      2.212030E+03
                                                                       1.000000E+00
                                                                                       1.931709E+08
                      2.234434E+08
                                      1.494802E+04
                                                      2.379052E+03
                                                                       1.000000E+00
                                                                                       2.234434E+08
                      2.328801E+08
                                      1.526041E+04
                                                      2.428770E+03
                                                                       1.000000E+00
                                                                                       2.328801E+08
                      6.845924E+08
                                      2.616472E+04
                                                      4.164244E+03
                                                                       1.000000E+00
                                                                                       6.845924E+08
                      9.602215E+08
                                      3.098744E+04
                                                      4.931804E+03
                                                                       1.000000E+00
                                                                                       9.602215E+08
                      1.365611E+09
                                      3.695418E+04
                                                      5.881439E+03
                                                                       1.000000E+00
                                                                                       1.365611E+09
             10
                     1.855386E+09
                                      4.307420E+04
                                                      6.855471E+03
                                                                       1.000000E+00
                                                                                      1.855386E+09
```



Результаты решения Примера №1

1	NORMAL MODI	ES E	XAMPLE		APRIL 8, 1998	MSC.Nastran	4/6/98 PAGE SUBCASE 1	8
1	NORMAL MODE				APRIL 8, 1998	MSC.Nastran		9
0							SUBCASE 1	
			7.056994E+05 1.336996E+02	REAL EI	GENVECTO	R NO.	1	
	POINT ID.	TY	PE T1	T2	Т3	R1	R2	R3
	1	G	. 0	.0	.0	.0	.0	.0
	2	G	-3.515604E-14	-2.083550E-1	4 -9.748799E-01	-1.090191E+00	4.011783E+00	.0
	3	G	-5.976152E-14	-6.029845E-1	4 -4.170314E+00	-1.593278E+00	8.679599E+00	.0
	4	G	-6.872012E-14	-1.060940E-1	3 -9.445755E+00	-1.531076E+00	1.230244E+01	.0
	5	G	-6.341396E-14	-1.494814E-1	3 -1.636251E+01	-1.362968E+00	1.522316E+01	.0
	54	G	-2.994638E-14	-1.751692E-1	3 -6.384793E+01	2.199729E-01	2.066229E+01	.0
	55	G	-2.713030E-14	-1.739597E-1	3 -7.419337E+01	1.691507E-01	2.070036E+01	.0
					•			
					•			
			1.878432E+07					
	CYCLES	5 =	6.897916E+02	REAL EI	GENVECTO	R NO.	2	
	POINT ID.	T	YPE T1	T2	Т3	R1	R2	R3
	1	G	. 0	.0	. 0	. 0	.0	. 0
	_							.0
		G	2.689105E-14		-1.933128E+01			.0
			5.540902E-14					. 0
			6.112096E-14					.0
		G						.0
		G			-7.283444E+01			.0
	,	G	J.030000E-14	2.12103/15-13	-7.2034445701	7.2344346701	1.9920905+01	. 0
					•			
					•			
	53	C	-8.359115E-14	2 867785E-13	8 914771E+01	8 923321E+01	-1 121007E+01	0
	54		-8.422337E-14					. 0
	55		-8.453551E-14		9.704356E+01	9.580685E+01		.0
	33	_						



