Раздел 4

Редуцирование в динамическом анализе

MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software

Раздел 4. Редуцирование в динамическом анализе

- ВВЕДЕНИЕ В ДИНАМИЧЕСКОЕ РЕДУЦИРОВАНИЕ…….…. 4 - 3
- МЕТОДЫ ДИНАМИЧЕСКОГО РЕДУЦИРОВАНИЯ В MSC.Nastran…… 4 - 4
- СТАТИЧЕСКАЯ КОНДЕНСАЦИЯ (ВНУТРЕНЕЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ)..... 4 - 5
- ИНТЕРФЕЙС ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ…… 4 - 9
- УПРАВЛЕНИЕ ЕШЕНИЕМ ПРИ РЕДУЦИРОВАНИИ ГАЙАНА……. 4 - 10
- ПРОБЛЕМЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ РЕДУЦИРОВАНИИ ГАЙАНА..……. 4 - 11
- МОДАЛЬНОЕ РЕДУЦИРОВАНИЕ…… 4 - 13
- УПРАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЕМ ПРИ МОДАЛЬНОМ РЕДУЦИРОВАНИИ…… 4 - 15
- ПРИМЕР №2 – МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
- РЕДУЦИРОВАНИЯ ГАЙАНА…….….. 4 - 16
- ПРИМЕР №2 – МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ С
- ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТАТИЧЕСКОГО РЕДУЦИРОВАНИЯ……..…….. 4 - 17
- ВХОДНОЙ ФАЙЛ ДЛЯ ПРИМЕРА №2…….. 4 - 19
- РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ПРИМЕРА №2……..…… 4 - 20

Введение в динамическое редуцирование

- **Определение**
  - Динамическое редуцирование – это преобразование одной динамической математической модели в другую с меньшим количеством степеней свободы.
- **Причины применения динамического редуцирования**
  - Математическая модель м.б. слишком велика для того, чтобы использовать ее без редуцирования.
  - Математическая модель может быть излишне подробной.
  - Динамическое редуцирование позволяет исключить отдельные локальные моды.
  - Применение динамического редуцирования дает большую точность (и, вероятно, дешевле), чем создание отдельной, более компактной модели.

MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

Методы динамического редуцирования в MSC.Nastran

- Редуцирование Гайана (Guyan) – статическая конденсация
- Обобщенное динамическое редуцирование (GDR, см. Приложение А)
- Модальное редуцирование
- Синтез модальных компонентов (component mode synthesis) – разновидность метода суперэлементов – см. Раздел 16.

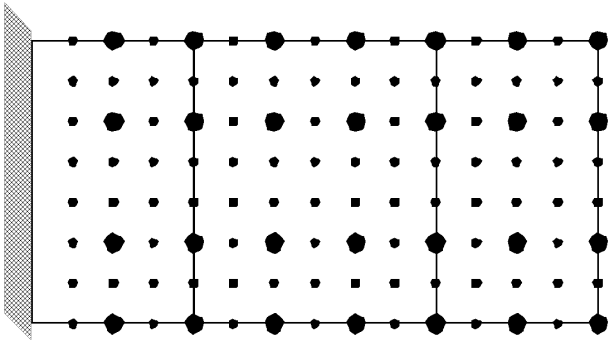
MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

Статическая конденсация (внутреннее вычисление)

- Положим, что $\{u_f\}$ – набор незакрепленных (свободных) координат конструкции.
- Разделим

$$\{u_f\} = \left\{ \frac{u_a}{u_o} \right\}$$

- где
  - ua – набор анализируемых координат (analysis set)
  - uo – набор неучитываемых координат (omitted set)



• Degrees of freedom removed during Guyan reduction

● User-selected dynamic degrees of freedom

MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software

Статическая конденсация (внутреннее вычисление)

- Запишем статическое уравнение для uf и разделим матрицу жесткости на O-set и the A-set.

$$\begin{bmatrix} K_{oo} & K_{oa} \\ K_{oa}T & \bar{K}_{aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_o \\ u_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_o \\ P_a \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

- Предположим P_o равным нулю и решим уравнение, выразив u_o через u_a

$$\{u_o\} = [G_{oa}]\{u_A\} \qquad (2)$$

where $[G_{oa}] = -[K_{oo}]^{-1}[K_{oa}]$

- Переход от A-set к F-set запишется как

$$\{u_f\} = \begin{Bmatrix} u_o \\ u_a \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{Bmatrix} G_{oa} \\ I \end{Bmatrix}}_{\psi} \{u_a\}$$

- Зависимость O-set от A-set выражается уравнением (2): O-set – линейная комбинация компонентов A-set, причем столбцы G_{oa} – векторы статической деформации конструкции.

MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

Статическая конденсация (внутреннее вычисление)

- Уравнения для F-set записываются через A-set

$$\Psi^T M_f \Psi \{\ddot{u}_a\} + \Psi^T B_f \Psi \{\dot{u}_a\} + \Psi^T K_f \Psi \{u_a\} = \Psi^T P_f$$

or

$$M_{aa}\ddot{u}_a + B_{aa}\dot{u}_a + K_{aa}u_a = P_a$$

- Динамические задачи решаются относительно редуцированных “координат” (A-set). Компоненты O-set вычисляются с помощью уравнения (2).
- Массы, демпфирование и жесткости, ассоциирующиеся с O-set, “размазываются” на A-set.
- Наибольшие затраты ассоциируются с формированием матриц M_{aa} и B_{aa}, особенно недиагональной матрицы M_{ff} (при распределенной формулировке массы).
- Полученные в результате матрицы K_{aa}, B_{aa} и M_{aa} - небольшие и плотно заполненные (ленточная структура матриц нарушается).

MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software

Статическая конденсация (внутреннее вычисление)

- **МЕТОДИКА ПРИМЕНЕНИЯ**
  - Разделяйте степени свободы (U_f) на O-set (U_0) и A-set (U_A) с помощью операторов OMIT или ASET.
  - Сохраняйте только малую часть степеней свободы (обычно 10% или меньше) в A-set, т.к. вычислительные затраты на статическую конденсацию быстро растут с увеличением величины A-set. Или же сохраняйте в A-set все СС .
  - Сохраняйте СС с большими сосредоточенными массами в A-set.
  - Сохраняйте в A-set СС, к которым “прикладываются” нагрузки (в анализе переходного процесса и частотного отклика).
  - Сохраняйте в A-set СС, необходимые для адекватного описания форм колебаний, представляющих интерес.

MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software

Интерфейс пользователя

- **Либо**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ASET	ID	C	ID	C	ID	C	ID	C	
ASET	1	123	2	12	4	1	5	1	

- **и/или**

ASET1	C	G	G	G	G	G	G	G	
ASET1	123	1	2	3	4	5			

- **или**

- **OMIT, OMIT1**

- **Указывайте <u>либо</u> A-set (с помощью оператора ASET), <u>либо</u> O-set (с помощью оператора OMIT). Неуказанные степени свободы автоматически относятся к противоположному набору СС.**

MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software

Управление решением при редуцировании Гайана

- Executive Control Section
  - Любой оператор SOL
- Case Control Section
  - Не требуется специальных команд
- Bulk Data Section
  - ASET* (спецификация A-set)
  - OMIT* (спецификация O-set)

- *Неуказанные степени свободы автоматически относятся к противоположному набору CC. Если специфицированы оба набора (ASET и OMIT), то неуказанные компоненты относятся к O-set.

MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

Проблемы, возникающие при редуцировании Гайана

- Пользователь должен сформировать A-set
- Точность зависит от умения пользователя сформировать A-set
- Независимо от навыков пользователя для высокой точности расчетов необходима большая размерность A-set – не менее, чем в 2-5 раз больше, чем желаемое количество сохраняемых форм колебаний
- Редуцирование жесткости выполняется точно, масс и демпфирования – только приближенно
- Наибольшие погрешности имеют место при моделировании “высоких” мод колебаний
- Локальные моды могут быть “потеряны” вовсе

<u>РЕЗЮМЕ</u>

- В целом не рекомендуется к применению, за исключением анализа согласованности результатов расчетов и испытаний (см. Раздел 20)

MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software

Проблемы, возникающие при редуцировании Гайана

- При статической конденсации локальные динамические эффекты могут быть “потеряны”.

$$\{u_o\} = [G_{oa}]\{U_a\} + \{U_o^o\}$$

$U_o^o \to 0$

Local Dynamic Effects

Physical Variables

Static Transformation

$$\{u_o^o\} = [K_{oo}^{-1}]\{P_o\}$$

Loads on O-set Components

MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

Модальное редуцирование

- Все типы линейных динамических решений в MSC.Nastran имеют две разновидности.
  - Прямое решение – решение относительно компонентов A-set.
  - Модальное решение – решение относительно *модальных* координат (H-set).
- В модальных алгоритмах координаты A-set записываются через модальные координаты.

$$\{u_a\} = [\phi_a]\{\xi\}$$

Modal Coordinates

Matrix of Mode Shapes

- Модальные векторы (модальные формы) – это результат решения собственной задачи без учета демпфирования (в A-set координатах)

$$[M_{aa}]\{\ddot{u}_a\} + [K_{aa}]\{u_a\} = 0$$

MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

Модальное редуцирование

- Уравнения колебаний для A-set записываются относительно модальных координат (H-set notation), причем это выполняется автоматически. (Замечание: E-set не показан для компактности записи)

$$[\phi_a^T][M_{aa}]\{\phi_a\}\{\ddot{\xi}\}+[\phi_a^T][B_{aa}]\{\phi_a\}\{\dot{\xi}\}+[\phi_a^T][K_{aa}]\{\phi_a\}\{\xi\}$$

$$=[\phi_a^T]\{P_a\}$$

- Если собственные векторы нормализованы по массе и не используются K2PP, M2PP, B2PP и TF, тогда:

$$[I]\{\ddot{\xi}\}+[\phi_a^T]B_{aa}\{\phi_a\}\{\dot{\xi}\}+[\grave{W}^2]\{\xi\}=[\phi_a^T]\{P_a\}$$

- <u>Замечание</u>: матрицы A-set м.б. результатом редуцирования Гайана или GDR. В этом случае трансформирование из модальных координат в F-set потребует двух преобразований.

$$\{u_f\}=[\Psi]\{u_a\}$$

$$\{u_a\}=[\phi_a]\{\xi\}$$

$$\therefore\ \{u_f\}=[\Psi]\{\phi_a\}\{\xi\}$$

MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software

Управление решением при модальном редуцировании

- Executive Control Section
  - Любой (динамический) оператор SOL
- Case Control Section
  - METHOD (инициализирует операторы EIGR или EIGRL в Bulk Data Section)
- Bulk Data Section
  - EIGR или EIGRL (задаются параметры решения собственной задачи)

MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

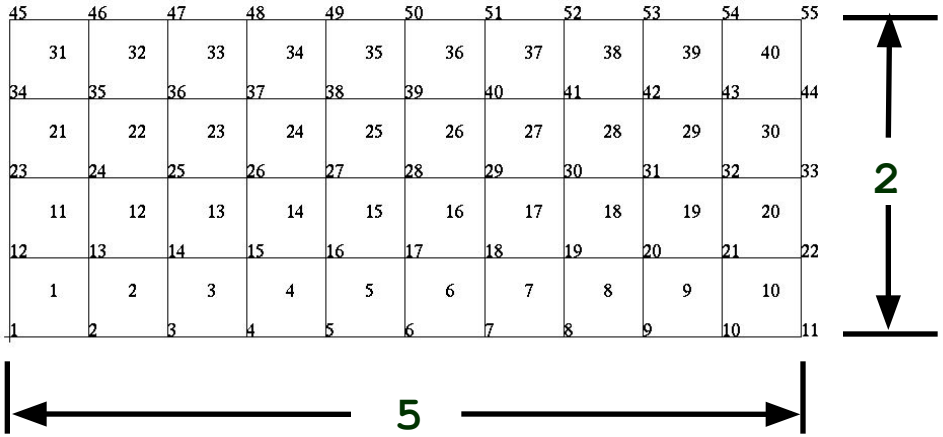
Пример №2

Модальный анализ с использованием редуцирования Гайана

MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software

Пример №2. Модальный анализ с использованием редуцирования Гайана

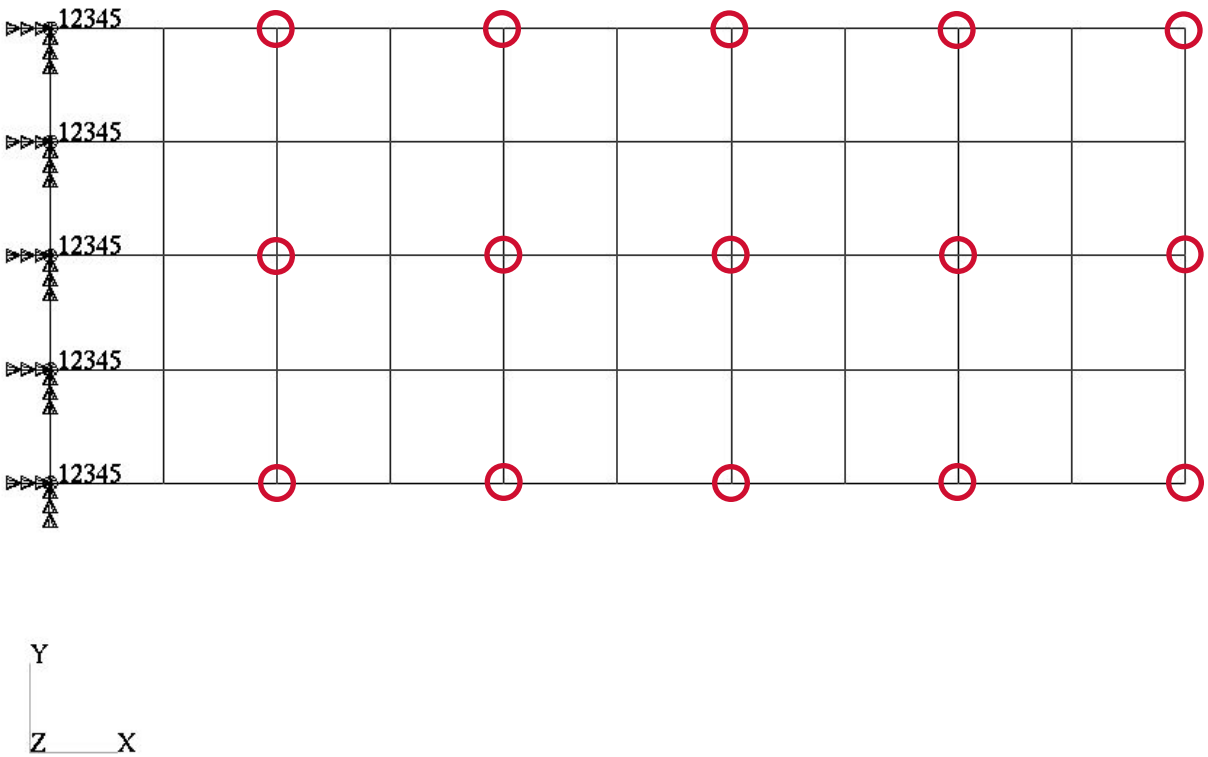
- Используя метод Гайана, редуцировать модель, применявшуюся в Примере №1. Используя автоматический метод Хаусхольдера, найти первые пять собственных частот. Для A-set использовать узлы, указанные на рисунке 4B.



- Рис. 4A. Координаты узлов и топология элементов.

MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

Модальный анализ с использованием редуцирования Гайана



-
- Рис. 4В. Граничные условия.

MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

Входной файл для Примера №2

```
ID SEMINAR, PROB2
SOL 103
TIME 10
CEND
TITLE = REDUCTION PROCEDURES, NORMAL MODES EXAMPLE
SUBTITLE = USING STATIC REDUCTION
ECHO = UNSORTED
SUBCASE 1
SUBTITLE=USING HOUSEHOLDER
       METHOD = 1
       SPC = 1
       VECTOR=ALL
BEGIN BULK
EIGR, 1, AHOU, , , , 5
PARAM, COUPMASS, 1
PARAM, WTMASS, 0.00259
INCLUDE 'plate.bdf'
$
$ SELECT A-SET, STATIC REDUCTION IS DONE AUTOMATICALLY
$
ASET1, 345, 3, 5, 7, 9, 11
ASET1, 345, 25, 27, 29, 31, 33
ASET1, 345, 47, 49, 51, 53, 55
ENDDATA
```


MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software

Результаты решения для Примера №2

R E A L E I G E N V A L U E S

MODE NO.	EXTRACTION ORDER	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS
1	43	7.057454E+05	8.400865E+02	1.337039E+02	1.000000E+00	7.057454E+05
2	45	1.880877E+07	4.336908E+03	6.902404E+02	1.000000E+00	1.880877E+07
3	44	2.818009E+07	5.308492E+03	8.448727E+02	1.000000E+00	2.818009E+07
4	42	1.956108E+08	1.398609E+04	2.225956E+03	1.000000E+00	1.956108E+08
5	41	2.367820E+08	1.538772E+04	2.449032E+03	1.000000E+00	2.367820E+08
6	40	7.114644E+08	2.667329E+04	4.245186E+03	.0	.0
7	38	1.011468E+09	3.180359E+04	5.061698E+03	.0	.0
8	39	1.399003E+09	3.740325E+04	5.952912E+03	.0	.0
9	36	2.010170E+09	4.483492E+04	7.135699E+03	.0	.0
10	37	2.030104E+09	4.505668E+04	7.170993E+03	.0	.0
11	35	3.226556E+09	5.680278E+04	9.040443E+03	.0	.0
12	34	3.629181E+09	6.024268E+04	9.587920E+03	.0	.0
13	33	4.912542E+09	7.008953E+04	1.115509E+04	.0	.0
14	32	6.537906E+09	8.085732E+04	1.286884E+04	.0	.0
15	31	1.160219E+10	1.077134E+05	1.714313E+04	.0	.0
16	30	1.399534E+10	1.183019E+05	1.882833E+04	.0	.0
17	29	1.633258E+10	1.277990E+05	2.033984E+04	.0	.0
18	28	2.118600E+10	1.455541E+05	2.316566E+04	.0	.0
19	27	2.394404E+10	1.547386E+05	2.462741E+04	.0	.0
20	26	2.859707E+10	1.691067E+05	2.691416E+04	.0	.0
21	25	2.915433E+10	1.707464E+05	2.717513E+04	.0	.0
22	24	3.734805E+10	1.932564E+05	3.075772E+04	.0	.0
23	23	3.752350E+10	1.937098E+05	3.082988E+04	.0	.0
24	22	4.883849E+10	2.209943E+05	3.517234E+04	.0	.0
25	21	5.044853E+10	2.246075E+05	3.574739E+04	.0	.0
26	20	5.823102E+10	2.413110E+05	3.840584E+04	.0	.0
27	19	1.070747E+11	3.272227E+05	5.207910E+04	.0	.0
28	18	1.194176E+11	3.455685E+05	5.499893E+04	.0	.0
29	17	1.457577E+11	3.817823E+05	6.076254E+04	.0	.0
30	16	1.852473E+11	4.304036E+05	6.850086E+04	.0	.0
31	12	1.992662E+11	4.463924E+05	7.104556E+04	.0	.0
32	13	2.096219E+11	4.578448E+05	7.286827E+04	.0	.0
33	15	2.158487E+11	4.645952E+05	7.394262E+04	.0	.0
34	14	2.167496E+11	4.655638E+05	7.409677E+04	.0	.0
35	11	3.969222E+11	6.300176E+05	1.002704E+05	.0	.0
36	10	4.039548E+11	6.355744E+05	1.011548E+05	.0	.0
37	9	5.184081E+11	7.200056E+05	1.145925E+05	.0	.0
38	8	3.900314E+12	1.974921E+06	3.143185E+05	.0	.0
39	7	3.920771E+12	1.980094E+06	3.151417E+05	.0	.0
40	6	5.156148E+12	2.270715E+06	3.613955E+05	.0	.0
41	5	2.977769E+15	5.456894E+07	8.684916E+06	.0	.0
42	4	3.462917E+15	5.884656E+07	9.365720E+06	.0	.0
43	3	6.992731E+15	8.362255E+07	1.330894E+07	.0	.0
44	2	1.321399E+16	1.149521E+08	1.829520E+07	.0	.0
45	1	1.671511E+18	1.292869E+09	2.057665E+08	.0	.0

MSC MECHANICAL SOLUTIONS
A Division of MSC.Software