

Раздел 15

Комплексный анализ собственных значений

Раздел 15. Комплексный анализ собственных значений

● КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ....	15 - 3
● РЕШЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ СОБСТВЕННОЙ ● ЗАДАЧИ – ТЕОРИЯ.....	15 - 4
● РЕШЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ СОБСТВЕННОЙ ● ЗАДАЧИ В MSC.Nastran.....	15 - 5
● УПРАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЕМ ПРИ КОМПЛЕКСНОМ ● АНАЛИЗЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ.....	15 - 8
● ПРИМЕР №12 – КОМПЛЕКСНЫЙ СОБСТВЕННЫЙ ● АНАЛИЗ.....	15 - 9
● ВХОДНОЙ ФАЙЛ ДЛЯ ПРИМЕРА №12.....	15 - 11
● РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ПРИМЕРА №12.....	15 - 12

Комплексный анализ собственных значений

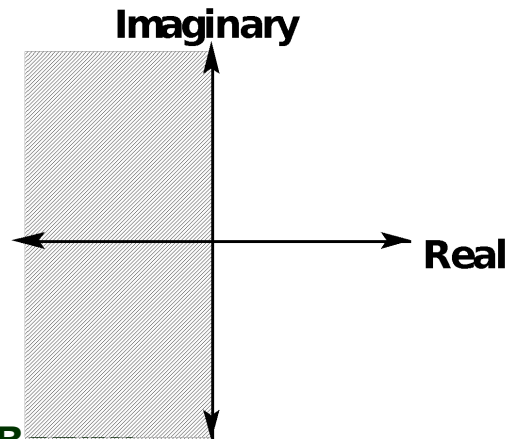
- Используется для исследования устойчивости динамических систем, включающих передаточные функции (включая сервомеханизмы и системы с вращением)
- Используется также для исследования собственных колебаний систем с демпфированием
- Матрицы масс и жесткости могут быть несимметричными и содержать комплексные коэффициенты.
- Дополнительная информация – в *MSC.Nastran Advanced Dynamics User's Guide*.

Решение комплексной собственной задачи - теория

- Уравнение колебаний

$$[M p^2 + B p + K] \{u\} = \{0\}$$

- где $p = \alpha + i\omega$
- α – действительная часть решения
- ω – мнимая часть решения
- При $\alpha < 0$ динамическая система устойчива



- Коэффициент демпфирования

$$g \approx -2\alpha / |\omega| = 2\xi$$

Решение комплексной собственной задачи в MSC.Nastran

- Матрица В аналогична используемой при анализе частотного отклика.
- При использовании прямого метода уравнения записываются с использованием матриц М, В и К размерности D-set (физические переменные плюс *внешние* переменные).
- При модальном методе решения используются матрицы М, В и К размерности H-set (модальные переменные плюс *внешние* переменные), при этом предварительно вычисляются моды без учета демпфирования для преобразования переменных D-set в H-set.
- Предусмотрено четыре метода решения: HESS, INV, DET и CLAN
- Метод HESS (“верхний” метод Гессенберга) “родственен” методу GIV. Этот метод предполагает несингулярную матрицу М и может быть весьма затратен при решении больших задач. Следовательно, за исключением небольших задач рекомендуется использование модальной *версии* этого метода.
- Метод HESS: решение уравнений в каноническом виде. Имеются два случая:
 - Системы с $[B] = 0$
 - Системы с $[B] \neq 0$

Решение комплексной собственной задачи в MSC.Nastran

- При $[B] = 0$ решается

$$[[\mathbf{A}] - \lambda[\mathbf{I}]]\{\phi\} = \mathbf{0}$$

- где $[\mathbf{A}] = -[\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}]$, $\lambda = p^2$

- При $[B] \neq 0$ решается

$$[[\mathbf{A}] - p[\mathbf{I}]]\{\phi\} = \mathbf{0}$$

$$\text{where } \{\phi\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{Bmatrix} \quad [\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

- Комплексный метод INV близок методу INV для действительной задачи. Пользователь должен указать область поиска корней на комплексной плоскости. Этот метод подходит для решения больших задач, причем допускается сингулярность матрицы масс \mathbf{M} . Однако, этот метод более затратен в вычислительном плане по сравнению с методом HESS и менее надежен.
- Метод DET не рекомендуется ввиду его неудобности и неэффективности.

Решение комплексной собственной задачи в MSC.Nastran

- ❑ Метод CLAN аналогичен “действительному методу Ланцоша” – гибрид последовательного метода и метода трансформации.
 - ❑ Метод поиска корней задается оператором EIGC в Bulk Data Section. В этом же операторе указывается область поиска корней. Оператор EIGC в Bulk Data Section инициируется оператором CMETHOD в Case Control Section.
 - ❑ Вычисление результатов методом модальных ускорений инициируется операторами PARAM,MODACC,0 и PARAM,DDRMM,-1
- Использование метода модальных ускорений не влияет на результаты отыскания корней, он используется только на этапе получения решения в физических координатах.

Управление решением при комплексном анализе собственных значений

- Executive Control Section
- SOL

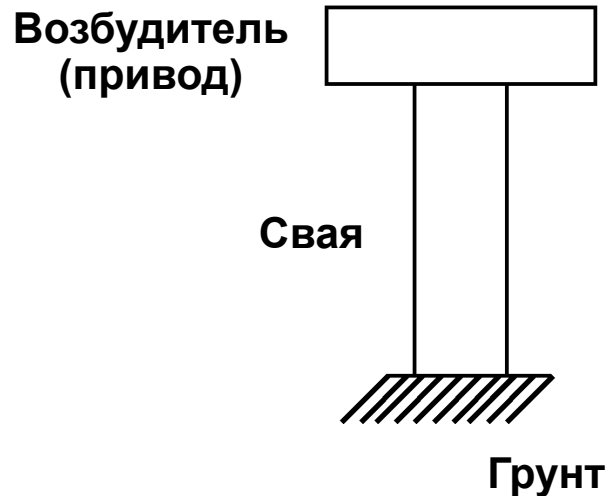
	Structured Solution
Direct	107
Modal	110

- Case Control Section
- CMETHOD(необходим при обоих методах)
- METHOD (необходим при модальном методе)
- Bulk Data Section
- EIGC (необходим при обоих методах)
- EIGR или EIGRL (необходим при модальном методе)

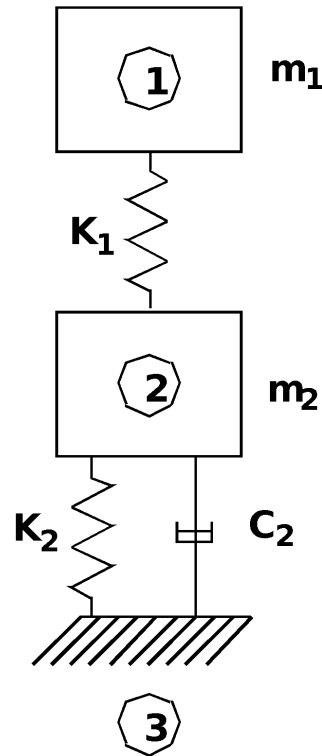
Пример №12

Комплексный собственный анализ

Вычислите комплексные моды копра для забивания свай



Комплексный собственный анализ



m_1	3.0 lb-sec ² /in
m_2	1.5 lb-sec ² /in
K_1	50,000 lb/in
K_2	12,500 lb/in
C_2	30 lb-sec/in

Входной файл для Примера №12

```
ID SEMINAR, PROB12
SOL 107
TIME 5
CEND
TITLE= TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
SUBTITLE= COMPLEX MODES
DISPLACEMENT= ALL $ DEFAULT= REAL, IMAGINARY
SPC= 100
CMETHOD= 99
$
BEGIN BULK
$
$ COMPLEX EIGENVALUE EXTRACTION PARAMETERS
$
EIGC, 99, HESS, , , , 4
$
$ DEFINE GRIDS, MASSES, AND STIFFNESSES
$ GRID 1 = EXCITER (X=2, MASS=3) 50K STIFFNESS BETWEEN GRIDS 1 AND 2
$ GRID 2 = PILE (X=1, MASS=3) 12.5K STIFFNESS BETWEEN GRIDS 2 AND 3
$ GRID 3 = BASE (X=0, FIX BASE)
$
GRID, 1, , 2., 0., 0.
GRID, 2, , 1., 0., 0.
GRID, 3, , 0., 0., 0.
GRDSET, , , , , , 23456
CELAS2, 1, 50000., 1, 1, 2, 1
CELAS2, 2, 12500., 2, 1, 3, 1
CONM2, 201, 1, , 3.0
CONM2, 202, 2, , 1.5
SPC, 100, 3, 1
$
$ DEFINE DAMPER OF 30 BETWEEN GRIDS 2 AND 3
$
CVISC, 101, 1, 2, 3
PVISC, 1, 30.
$
ENDDATA
```

Результаты решения Примера №12

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 6

COMPLEX EIGENVALUE SUMMARY

ROOT NO.	EXTRACTION ORDER	EIGENVALUE (REAL)	EIGENVALUE (IMAG)	FREQUENCY (CYCLES)	DAMPING COEFFICIENT
1	2	-2.660969E+00	-4.983521E+01	7.931520E+00	1.067907E-01
2	1	-2.660969E+00	4.983521E+01	7.931520E+00	1.067907E-01
3	4	-7.339031E+00	-2.360312E+02	3.756553E+01	6.218695E-02
4	3	-7.339031E+00	2.360312E+02	3.756553E+01	6.218695E-02

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 7

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 8

COMPLEX EIGENVALUE = -2.660969E+00, -4.983521E+01

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 1
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	G	8.514119E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		1.591320E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 9

COMPLEX EIGENVALUE = -2.660969E+00, 4.983521E+01

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 2
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	G	8.514119E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		-1.591320E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Результаты решения Примера №12

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 10

0 COMPLEX EIGENVALUE = -7.339031E+00, -2.360312E+02

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 3
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
0 1	G	-4.241094E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		-3.768431E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 2	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 11

0 COMPLEX EIGENVALUE = -7.339031E+00, 2.360312E+02

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 4
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
0 1	G	-4.241094E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		3.768431E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 2	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

NAS102

Декабрь 2001, Стр. 15-14
MSC Moscow

