

Раздел 15

Комплексный анализ собственных значений

Раздел 15. Комплексный анализ собственных значений

● КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ....	15 - 3
● РЕШЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ СОБСТВЕННОЙ ● ЗАДАЧИ – ТЕОРИЯ.....	15 - 4
● РЕШЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ СОБСТВЕННОЙ ● ЗАДАЧИ В MSC.Nastran.....	15 - 5
● УПРАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЕМ ПРИ КОМПЛЕКСНОМ ● АНАЛИЗЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ.....	15 - 8
● ПРИМЕР №12 – КОМПЛЕКСНЫЙ СОБСТВЕННЫЙ ● АНАЛИЗ.....	15 - 9
● ВХОДНОЙ ФАЙЛ ДЛЯ ПРИМЕРА №12.....	15 - 11
● РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ПРИМЕРА №12.....	15 - 12

Комплексный анализ собственных значений

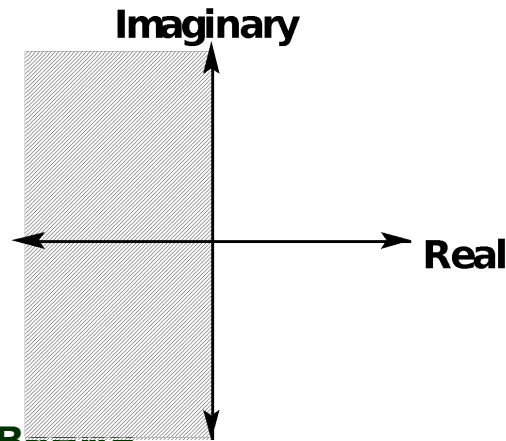
- Используется для исследования устойчивости динамических систем, включающих передаточные функции (включая сервомеханизмы и системы с вращением)
- Используется также для исследования собственных колебаний систем с демпфированием
- Матрицы масс и жесткости могут быть несимметричными и содержать комплексные коэффициенты.
- Дополнительная информация – в *MSC.Nastran Advanced Dynamics User's Guide*.

Решение комплексной собственной задачи - теория

- Уравнение колебаний

$$[M p^2 + B p + K] \{u\} = \{0\}$$

- где $p = \alpha + i\omega$
- α – действительная часть решения
- ω – мнимая часть решения
- При $\alpha < 0$ динамическая система устойчива



- Коэффициент демпфирования

$$g \approx -2\alpha / |\omega| = 2\xi$$

Решение комплексной собственной задачи в MSC.Nastran

- Матрица В аналогична используемой при анализе частотного отклика.
- При использовании прямого метода уравнения записываются с использованием матриц М, В и К размерности D-set (физические переменные плюс *внешние* переменные).
- При модальном методе решения используются матрицы М, В и К размерности H-set (модальные переменные плюс *внешние* переменные), при этом предварительно вычисляются моды без учета демпфирования для преобразования переменных D-set в H-set.
- Предусмотрено четыре метода решения: HESS, INV, DET и CLAN
- Метод HESS (“верхний” метод Гессенберга) “родственен” методу GIV. Этот метод предполагает несингулярную матрицу М и может быть весьма затратен при решении больших задач. Следовательно, за исключением небольших задач рекомендуется использование модальной *версии* этого метода.
- Метод HESS: решение уравнений в каноническом виде. Имеются два случая:
 - Системы с $[B] = 0$
 - Системы с $[B] \neq 0$

Решение комплексной собственной задачи в MSC.Nastran

- При $[B] = 0$ решается

$$[[A] - \lambda[I]]\{\phi\} = 0$$

- где $[A] = -[M^{-1}K]$, $\lambda = p^2$

- При $[B] \neq 0$ решается

$$[[A] - p[I]]\{\phi\} = 0$$

$$\text{where } \{\phi\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{Bmatrix} \quad [A] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B \end{bmatrix}$$

- Комплексный метод INV близок методу INV для действительной задачи. Пользователь должен указать область поиска корней на комплексной плоскости. Этот метод подходит для решения больших задач, причем допускается сингулярность матрицы масс M . Однако, этот метод более затратен в вычислительном плане по сравнению с методом HESS и менее надежен.
- Метод DET не рекомендуется ввиду его неудобности и неэффективности.

Решение комплексной собственной задачи в MSC.Nastran

- ❑ Метод CLAN аналогичен “действительному методу Ланцоша” – гибрид последовательного метода и метода трансформации.
 - ❑ Метод поиска корней задается оператором EIGC в Bulk Data Section. В этом же операторе указывается область поиска корней. Оператор EIGC в Bulk Data Section инициируется оператором CMETHOD в Case Control Section.
 - ❑ Вычисление результатов методом модальных ускорений инициируется операторами PARAM,MODACC,0 и PARAM,DDRMM,-1
- Использование метода модальных ускорений не влияет на результаты отыскания корней, он используется только на этапе получения решения в физических координатах.

Управление решением при комплексном анализе собственных значений

- Executive Control Section
- SOL

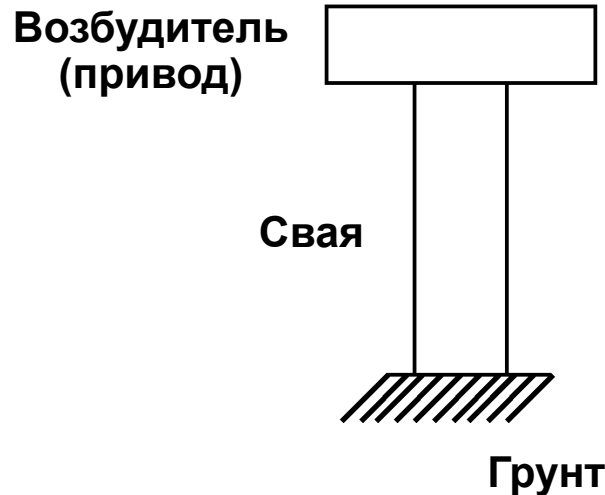
	Structured Solution
Direct	107
Modal	110

- Case Control Section
- CMETHOD(необходим при обоих методах)
- METHOD (необходим при модальном методе)
- Bulk Data Section
- EIGC (необходим при обоих методах)
- EIGR или EIGRL (необходим при модальном методе)

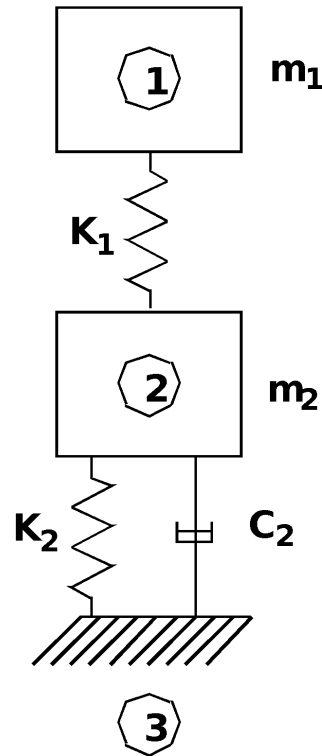
Пример №12

Комплексный собственный анализ

Вычислите комплексные моды копра для забивания свай



Комплексный собственный анализ



m_1	3.0 lb-sec ² /in
m_2	1.5 lb-sec ² /in
K_1	50,000 lb/in
K_2	12,500 lb/in
C_2	30 lb-sec/in

Входной файл для Примера №12

```
ID SEMINAR, PROB12
SOL 107
TIME 5
CEND
TITLE= TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
SUBTITLE= COMPLEX MODES
DISPLACEMENT= ALL $ DEFAULT= REAL, IMAGINARY
SPC= 100
CMETHOD= 99
$
BEGIN BULK
$
$ COMPLEX EIGENVALUE EXTRACTION PARAMETERS
$
EIGC, 99, HESS, , , , 4
$
$ DEFINE GRIDS, MASSES, AND STIFFNESSES
$ GRID 1 = EXCITER (X=2, MASS=3) 50K STIFFNESS BETWEEN GRIDS 1 AND 2
$ GRID 2 = PILE (X=1, MASS=3) 12.5K STIFFNESS BETWEEN GRIDS 2 AND 3
$ GRID 3 = BASE (X=0, FIX BASE)
$
GRID, 1, , 2., 0., 0.
GRID, 2, , 1., 0., 0.
GRID, 3, , 0., 0., 0.
GRDSET, , , , , , 23456
CELAS2, 1, 50000., 1, 1, 2, 1
CELAS2, 2, 12500., 2, 1, 3, 1
CONM2, 201, 1, , 3.0
CONM2, 202, 2, , 1.5
SPC, 100, 3, 1
$
$ DEFINE DAMPER OF 30 BETWEEN GRIDS 2 AND 3
$
CVISC, 101, 1, 2, 3
PVISC, 1, 30.
$
ENDDATA
```

Результаты решения Примера №12

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 6

COMPLEX EIGENVALUE SUMMARY

ROOT NO.	EXTRACTION ORDER	EIGENVALUE (REAL)	EIGENVALUE (IMAG)	FREQUENCY (CYCLES)	DAMPING COEFFICIENT
1	2	-2.660969E+00	-4.983521E+01	7.931520E+00	1.067907E-01
2	1	-2.660969E+00	4.983521E+01	7.931520E+00	1.067907E-01
3	4	-7.339031E+00	-2.360312E+02	3.756553E+01	6.218695E-02
4	3	-7.339031E+00	2.360312E+02	3.756553E+01	6.218695E-02

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 7

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 8

COMPLEX EIGENVALUE = -2.660969E+00, -4.983521E+01

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 1
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	G	8.514119E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		1.591320E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891)
0 COMPLEX MODES

NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 9

COMPLEX EIGENVALUE = -2.660969E+00, 4.983521E+01

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 2
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	G	8.514119E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		-1.591320E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Результаты решения Примера №12

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891) NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 10
COMPLEX MODES

0 COMPLEX EIGENVALUE = -7.339031E+00, -2.360312E+02

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 3
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
0 1	G	-4.241094E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		-3.768431E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 2	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1 TWO-DOF MODEL (IMAC 8, PG 891) NOVEMBER 13, 2001 MSC.NASTRAN 4/ 9/01 PAGE 11
COMPLEX MODES

0 COMPLEX EIGENVALUE = -7.339031E+00, 2.360312E+02

COMPLEX EIGENVECTOR NO. 4
(REAL/IMAGINARY)

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
0 1	G	-4.241094E-01	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		3.768431E-02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 2	G	1.000000E+00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0 3	G	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

NAS102

Декабрь 2001, Стр. 15-14
MSC Moscow

