

Неопределённость в знаний и измерение информации

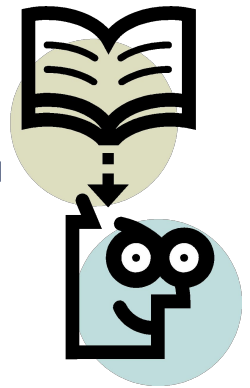
Верещагина Ю.Ю.
МОУ СОШ с. Золотая Долина Партизанского района Приморского края

Содержательный подход к измерению информации

Количество информации в сообщении зависит от того, насколько новым является это сообщение для получателя.

Информации в сообщении будет тем больше, чем больше это сообщение пополняет наши знания.

Вероятностный подход



Пример 1:

Родители переживая за сына-студента, посылают ему телеграмму с вопросом об экзамене: «Сдал?».

В ответ приходит телеграмма: «Да!».

Посылая свою телеграмму, родители знали, что получат всего один из двух вариантов ответа – либо «да», либо «нет». Но какой именно, они не знали. Их **неопределённость** знания ответа была равна **2**.

Пример 2:



Человек бросает монету, загадывая, что выпадет: орёл или решка.

Бросая монету, человек знает, что получит один из двух возможных вариантов. Его **неопределённость** знания результатов броска была равна **2**. Ни один из этих вариантов не имеет преимущества перед другим.

В таких ситуациях, когда варианты событий не имеют друг перед другом преимуществ, говорят, что события эти **равновероятные**.

Вероятность – это возможность того, что событие произойдёт.

Неопределённость знания о некотором событии – это количество возможных равновероятных результатов события.

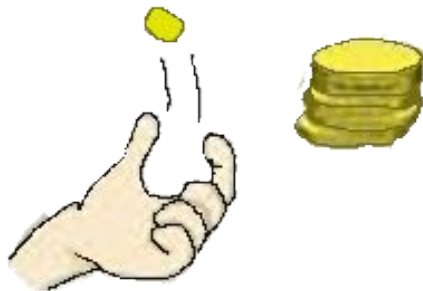


Сообщение о том, что произошло одно событие из двух **равновероятных**, несёт **1 бит** информации.

(Закодируем:

«да» или «нет» - «1» или «0»;

«орёл» или «решка» - «1» или «0»).



1 или 0

Примеры:

1. Подбрасывание монеты («орёл» или «решка») – неопределённость знаний равна **2**, т.к. есть всего два возможных результата бросания.
2. Бросание игрального кубика - неопределённость знаний равна **6**, т.к. кубик с шестью гранями может с равной вероятностью упасть на любую из них.

Формула Хартли

$$2^i = N$$

N – число равновероятных событий

i – количество информации в сообщении

$$i = \log_2 N$$

Не одинаковая вероятность

Пример:

В коробке имеется 50 шаров. Из них 40 белых и 10 чёрных.

Вероятность того, что при вытаскивании «не глядя» попадётся белый шар больше, чем вероятность попадания чёрного.

$$p_{\text{ч}} = \frac{10}{50} = 0,2 \quad - \text{ вероятность попадания чёрного шара;}$$

$$p_{\text{б}} = \frac{40}{50} = 0,8 \quad - \text{ вероятность попадания белого шара.}$$

Расчёт количества информации

$$p = \frac{K}{N} \quad - \text{ вероятность события, где}$$

K - количество интересующих нас событий,

N - общее число возможных исходов (событий) какого-то процесса.

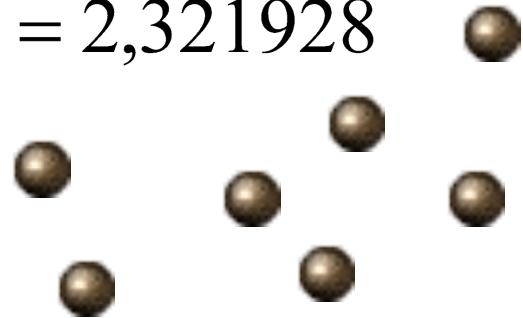
Количество информации

$$2^i = \frac{1}{p} \quad \text{или} \quad i = \log_2 \left(\frac{1}{p} \right)$$

В задаче о шарах определим количество информации в сообщении о попадании белого шара и чёрного шара:

$$i_{\sigma} = \log_2(1/0,8) = \log_2 1,25 = 0,321928$$

$$i_{\psi} = \log_2(1/0,2) = \log_2 5 = 2,321928$$



Количество информации в сообщении об одном из N равновероятных событий

| N | i | N | i |
|-----|---------|-----|---------|
| 1 | 0,00000 | 33 | 5,04439 |
| 2 | 1,00000 | 34 | 5,08746 |
| 3 | 1,58496 | 35 | 5,12928 |
| 4 | 2,00000 | 36 | 5,16993 |
| 5 | 2,32193 | 37 | 5,20945 |
| 6 | 2,58496 | 38 | 5,24793 |
| 7 | 2,80735 | 39 | 5,28540 |
| 8 | 3,00000 | 40 | 5,32193 |
| 9 | 3,16993 | 41 | 5,35755 |
| 10 | 3,32193 | 42 | 5,39232 |
| 11 | 3,45943 | 43 | 5,42626 |
| 12 | 3,58496 | 44 | 5,45943 |
| 13 | 3,70044 | 45 | 5,49185 |
| 14 | 3,80735 | 46 | 5,52356 |
| 15 | 3,90689 | 47 | 5,55459 |
| 16 | 4,00000 | 48 | 5,58496 |

| N | I | N | I |
|----------|----------|----------|----------|
| 17 | 4,08746 | 49 | 5,61471 |
| 18 | 4,16993 | 50 | 5,64386 |
| 19 | 4,24793 | 51 | 5,67243 |
| 20 | 4,32193 | 52 | 5,70044 |
| 21 | 4,39232 | 53 | 5,72792 |
| 22 | 4,45943 | 54 | 5,75489 |
| 23 | 4,52356 | 55 | 5,78136 |
| 24 | 4,58496 | 56 | 5,80735 |
| 25 | 4,64386 | 57 | 5,83289 |
| 26 | 4,70044 | 58 | 5,85798 |
| 27 | 4,75489 | 59 | 5,88264 |
| 28 | 4,80735 | 60 | 5,90689 |
| 29 | 4,85798 | 61 | 5,93074 |
| 30 | 4,90689 | 62 | 5,95420 |
| 31 | 4,95420 | 63 | 5,97728 |
| 32 | 5,00000 | 64 | 6,00000 |

Источники:

1. Задачник-практикум. Т.1. / Под редакцией И.Г. Семакина, Е.К. Хеннера, БИНОМ, 2004.