

Операции с КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ в MS Excel

Санина Алёна

Комплексные числа используются во многих приложениях математики. Теория функций комплексной переменной является мощным инструментом при применении математических методов в различных областях научной и инженерной деятельности.



Представление комплексных чисел

- Комплексным числом называется выражения вида: $z=x+iy$,
где x и y – действительные числа,
 i - мнимая единица

Представление комплексного числа в таком виде является алгебраической формой комплексного числа

ПРИМЕЧАНИЕ.

- Все функции работы с комплексными числами допускают для мнимой единицы обозначение "i" или "j", но не "I" или "J". Использование верхнего регистра приводит к ошибке #ЗНАЧ!. Все функции, в которых используются два и более комплексных числа, требуют, чтобы обозначение мнимой единицы было идентичным.

- Существуют также тригонометрическая и показательная формы.

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi), \text{ Тригонометрическая форма}$$

$$z = re^{i\varphi}. \text{ Показательная форма}$$

Здесь r — модуль комплексного числа z :

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2},$$

а φ — аргумент комплексного числа z :

$$\varphi = \operatorname{Arg}z = \arctg y/x.$$

Сопряженные комплексные числа

- Числа $z=x+iy$ и $z=x-iy$ называются **сопряженными**

Два комплексных числа $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$

называются **равными**, если равны их действительные и мнимые части.

В MS Excel комплексные числа вводятся в ячейки в алгебраическом формате $x + yi$. Если вещественная часть отрицательная, то перед числом ставится апостроф, а если значение мнимой части равно 1, то она все равно должна вводиться, например, $'-3 + 1i$. Для получения различных элементов комплексных чисел и их преобразований существует ряд функций: КОМПЛЕКСН, МНИМ.АВС, МНИМ.АРГУМЕНТ, МНИМ.ВЕЩ, МНИМ.СОПРЯЖ, МНИМ.ЧАСТЬ.

- Функции **МНИМ.ВЕЩ(компл_число)** и **МНИМ.ЧАСТЬ(компл_число)** определяют, соответственно, вещественную и мнимую части комплексного числа `компл_число`, представленного в алгебраической форме и записанного в одну ячейку в формате $x+yi$

- Функции **МНИМ.ABS(компл_число)** и **МНИМ.АРГУМЕНТ(компл_число)** вычисляют, значения модуля и аргумента комплексного числа, представленного в алгебраической форме в формате $x+yi$

- Функция **МНИМ.СОПРЯЖ** (**компл_число**)
вычисляет сопряженное комплексное число
для комплексного числа, представленного в
алгебраической в формате $x+yi$

Использование функции КОМПЛЕКСН

- ▣ **КОМПЛЕКСН(действительная_часть, мнимая_часть, [мнимая_единица])**
- ▣ Преобразует коэффициенты при вещественной и мнимой частях комплексного числа в комплексное число в форме $x + yj$ или $x - yj$.

Аргументы функции КОМПЛЕКСН

- ▣ **Действительная_часть** — обязательный аргумент. Действительная часть комплексного числа.
- ▣ **Мнимая_часть** — обязательный аргумент. Мнимая часть комплексного числа.
- ▣ **Мнимая_единица** — необязательный аргумент. Обозначение мнимой единицы в комплексном числе. Если аргумент "мнимая_единица" опущен, используется суффикс "i".

Замечания

- Если действительная_часть не является числом, функция КОМПЛЕКСН возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!.
- Если мнимая_часть не является числом, функция КОМПЛЕКСН возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!.
- Если мнимая_единица не является ни "i", ни "j", функция КОМПЛЕКСН возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!.

Арифметические операции

- 1. Сумма(разность) комплексных чисел:

$$z_1 \pm z_2 = x_1 \pm x_2 + i(y_1 \pm y_2).$$

- 2. Произведение комплексных чисел:

$$z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + x_2 y_1).$$

Арифметические операции

- 3. Деление двух комплексных чисел:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(x_1x_2 + y_1y_2) + i(x_2y_1 - x_1y_2)}{x_2^2 + y_2^2} \quad (z_2 \neq 0).$$

- 4. Возведение комплексного числа в натуральную степень n :

$$z^n = r^n \cos n\varphi + ir^n \sin n\varphi.$$

- 5. Извлечение корня из комплексного числа:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sqrt[n]{r} \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$.

- В MS Excel для выполнения арифметических операций с комплексными числами предназначены функции **МНИМ.СУММ**, **МНИМ.РАЗН**, **МНИМ.ПРОИЗВЕД**, **МНИМ.ДЕЛ**, **МНИМ.СТЕПЕНЬ**, и **МНИМ.КОРЕНЬ**.

- ▣ **Функции МНИМ.СУММ(компл_число 1; компл_число 2;...) и МНИМ.ПРОИЗВЕД (компл_число 1; компл_число 2;...)** предназначены для вычисления суммы и произведения, соответственно, до 29 комплексных чисел (компл_число 1; компл_число 2;...), представленных в алгебраической форме.

- ▣ **Функции МНИМ.РАЗН (компл_число 1; компл_число 2;...) и МНИМ.ДЕЛ (компл_число 1; компл_число 2;...)** предназначены для вычисления разности и частного от деления двух комплексных чисел **(компл_число 1; компл_число 2;...)**, представленных в алгебраической форме;

- Функции **МНИМ.СТЕПЕНЬ(компл_число; Число)** и **МНИМ.КОРЕНЬ(компл_число; число2)** вычисляют целую или дробную степень (число) комплексного числа (компл_число) и квадратный корень из комплексного числа (компл_число), представленного в алгебраической форме.

Функции комплексной переменной



Функция $w=f(z)$, где $z=x+iy$ и $w=u+iv$,
определена, если известны две функции
от двух действительных переменных:

$$u=u(x,y), \quad v=v(x,y)$$

Из большого числа функций комплексной переменной в Excel реализованы несколько функций, наиболее часто используемых на практике.

1. Экспоненциальная функция комплексной переменной $e^z = e^x e^{iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$,

реализованная в функции Excel-**МНИМ.ЕХР**

2. Функция натурального логарифма

$$\ln z = \ln \sqrt{x^2 + y^2} + i \operatorname{arctg} \frac{y}{x},$$

которой соответствует функция **МНИМ.LN**

3. Функция десятичного логарифма

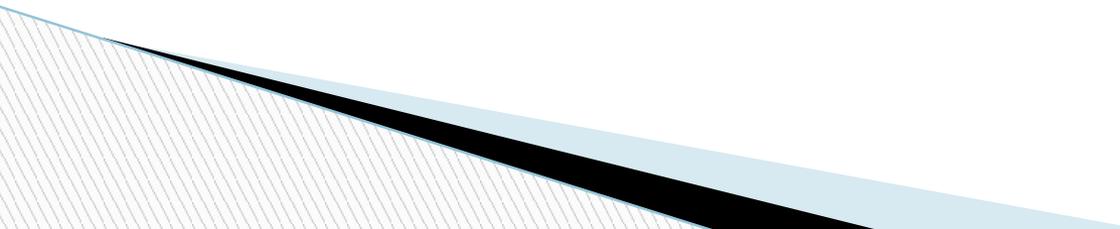
$$\lg z = \lg e \ln z,$$

осуществляет функция **МНИМ.LOG10**

4. Функция логарифма по основанию 2

$$\log_2 z = \log_2 e \ln z,$$

осуществляется функцией **МНИМ.LOG2.**



5. Функции синуса и косинуса

$$\sin z = \sin x \operatorname{chy} + i \cos x \operatorname{shy}, \quad \cos z = \cos x \operatorname{chy} - i \sin x \operatorname{shy},$$

СООТВЕТСТВЕННО

МНИМ. SIN

**МНИМ. CO
S**

Здесь ***shy*** и ***chy*** - гиперболические функции синуса и косинуса:

$$\operatorname{shy} = \frac{e^y - e^{-y}}{2};$$

$$\operatorname{chy} = \frac{e^y + e^{-y}}{2}.$$

- Все специальные функции Excel, реализующие названные функции комплексной переменной имеют единственный параметр - **КОМПЛ_ЧИСЛО**.

Компл_число - это комплексное число в алгебраической форме, которое является переменной z для соответствующей функции. Результатом вычислений также является комплексное число в алгебраической форме.