

# Курс: Программные продукты в математическом моделировании.

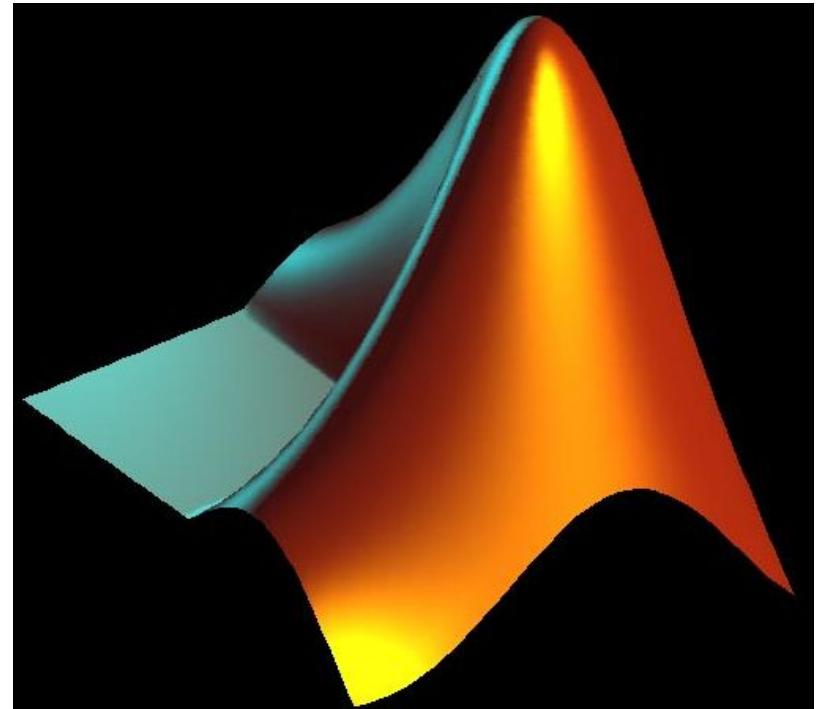
*Лекция*

## Операции с матрицами в MatLab 7

# Возможности системы МатЛаб

MATLAB- это уникальная коллекция реализаций современных численных методов компьютерной математики.

- Вычисления,  
визуализация,  
программирование



# **MATLAB** - уникальная коллекция реализаций современных вычислительных методов

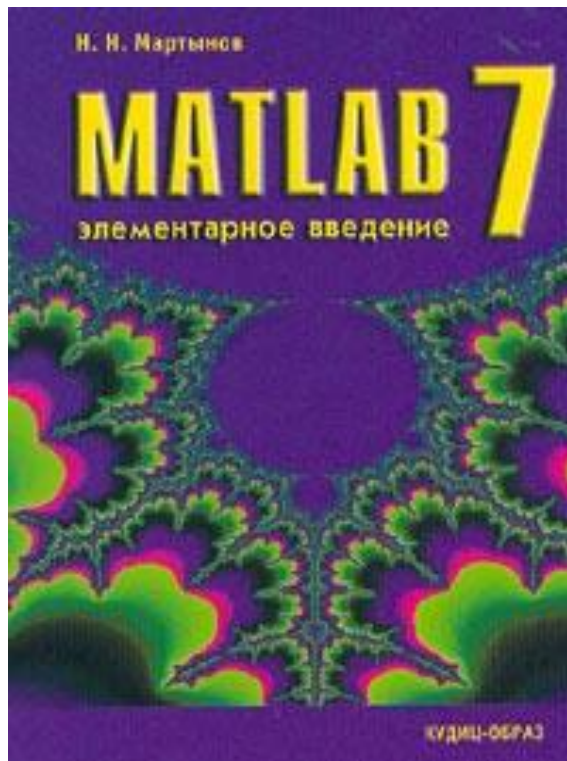


- матричные и логические операторы
- элементарные и специальные функции
- полиномиальная арифметика
- многомерные массивы, массивы записей и ячеек
- дифференциальные уравнения
- вычисление квадратур
- поиск корней нелинейных алгебраических уравнений
- оптимизация функций нескольких переменных
- одномерная и многомерная интерполяция
- аналитические расчёты  
и многое другое

# Возможности системы MATLAB

- **В области визуализации и графики:**
  - возможность создания двумерных и трехмерных графиков
  - осуществление визуального анализа данных
- **В области программирования:**
  - интерактивная среда программирования
  - язык программирования, близкий к обычной математической нотации
  - свыше 1000 встроенных математических функций
  - работа с текстовыми и двоичными файлами
  - применение программ, написанных на Си, С++, ФОРТРАН и JAVA
- **Средство построения графического интерфейса пользователя (GUI)**
  - облегчает взаимодействие пользователя с системой

## Список рекомендуемой литературы :



**Мартынов Н.Н.  
Matlab 7.  
Элементарное  
введение. -М:КУДИЦ-  
ОБРАЗ,2005.-416с**

## Список рекомендуемой литературы :



**Юлий Кетков, Александр  
Кетков, Михаил Шульц**  
**Matlab 7. Программирование,  
численные методы. -БХВ-  
Петербург, СПб ,2005.-742 с**

# Основной интерфейс MATLAB



The screenshot shows the MATLAB 7.11.0 (R2010b) interface. The main window is divided into several panes:

- Current Folder:** Shows the file explorer for the current directory, `D:\Program Files\MATLAB\R2010b\bin`. A red oval highlights the folder path, with the text "Выбор текущей папки" (Current folder selection).
- Command Window:** The central area for entering and executing MATLAB commands. A red oval highlights the prompt area, with the text "Окно команд" (Command window).
- Workspace:** Displays the current workspace variables and their values. A red oval highlights this area, with the text "Рабочая область" (Workspace).
- Command History:** Shows a list of previously executed commands. A red oval highlights this area, with the text "История команд" (Command history).

The Command Window shows the following commands and results:

```
>> C=A*B  
C =  
    17    24     1     8    15  
    23     5     7    14    16  
     4     6    13    20    22  
    10    12    19    21     3  
    11    18    25     2     9  
  
>> D=B*A  
D =  
    1055     870     715     690     795  
     870    1055     845     765     690  
     715     845    1105     845     715  
     690     765     845     1055     870  
     795     690     715     870    1155  
  
>> C=A*B  
C =  
    1055     865     695     770     840  
     865    1105     815     670     770  
     695     815    1205     815     695  
     770     670     815    1105     865  
     840     770     695     865    1055
```

Выбор текущей папки

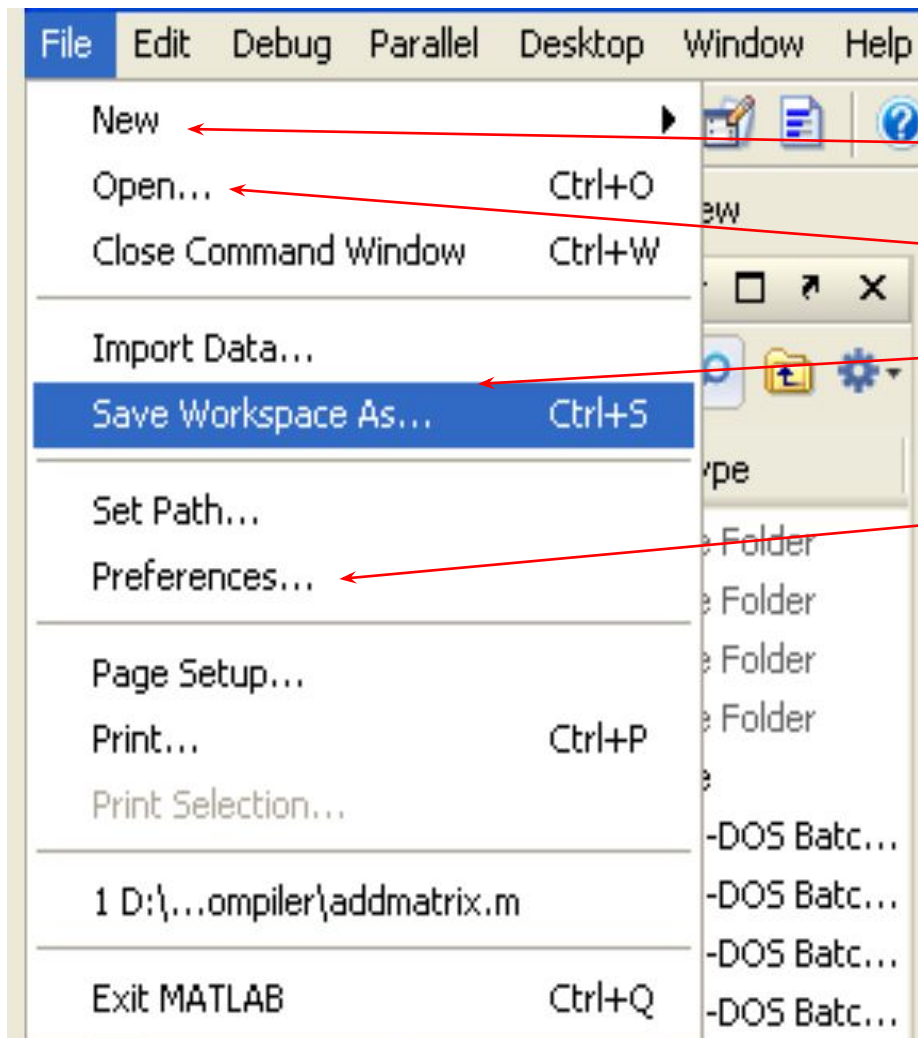
Окно команд

Рабочая область

Текущая папка

История команд

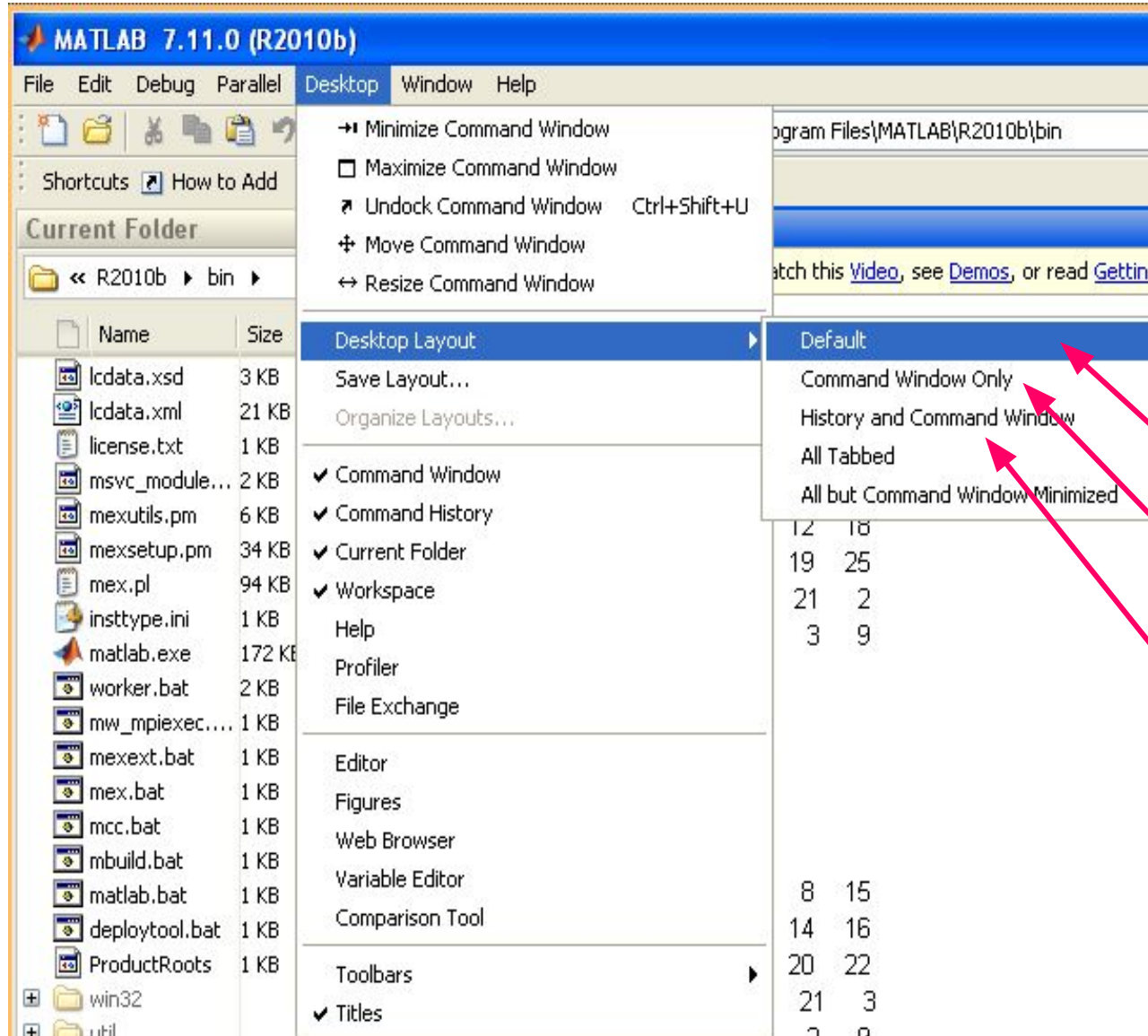
# Главное меню



- Создать новый файл
- Открыть файл МАТЛАБ
- Сохранить рабочую область как файл типа **.mat**
- Предпочтения для интерфейсов МАТЛАБ (установка шрифтов, цветов и много другого)



# Настройка вида рабочего стола



## Меню Desktop

Команды управления схемой рабочего стола, задаётся количество и расположение окон.

По умолчанию

Только окно команд

Окно команд и история

# По умолчанию



The screenshot displays the MATLAB 7.11.0 (R2010b) software interface. The main window is titled "MATLAB 7.11.0 (R2010b)" and contains several panes:

- Current Folder:** Shows the file explorer for the current directory, which is "bin" under "D:\Program Files\MATLAB\R2010b\bin". It lists various files and folders, including "m3iregistry", "registry", "util", "win32", "deploytool.bat", "insttype.ini", "lcdata.xml", "lcdata.xsd", "license.txt", "matlab.bat", "matlab.exe", "mbuild.bat", "mcc.bat", "mex.bat", "mex.pl", "mexext.bat", "mexsetup.pm", "mexutils.pm", "msvc\_modules\_installer.pm", "mw\_mpiexec.bat", "ProductRoots", and "worker.bat".
- Command Window:** Contains the MATLAB command prompt. The user has entered the following commands:

```
>> A1=magic(4)

A1 =

    16     2     3    13
     5    11    10     8
     9     7     6    12
     4    14    15     1

>> t=trace(A1)

t =

    34

fx >>
```
- Workspace:** Displays the current workspace variables. It shows two variables: "A1" with a value of "<4x4 doubl" and "t" with a value of "34".
- Command History:** Shows a list of previously executed commands. The most recent command is "t=trace(A1)", which was executed on 24.01.2012 at 12:14. Other commands include "eps", "eps(d)", "eps(-d)", and "prefdir", which were executed on 20.01.2012.

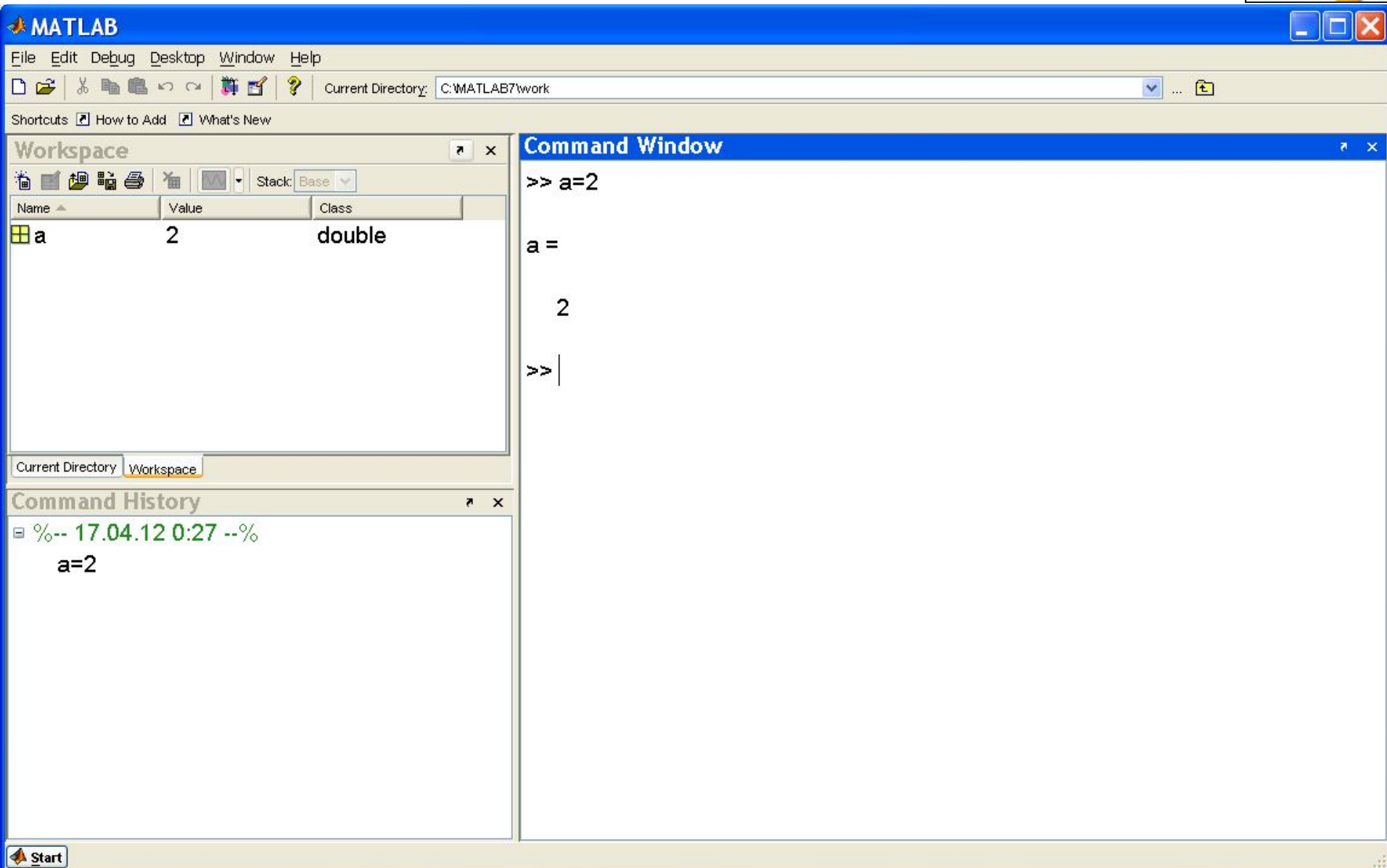
# Работа в окне команд (режим калькулятора)

В системе МАТЛАБ можно

- **производить арифметические операции с**
  - ✓ действительными и комплексными числами,
  - ✓ векторами и матрицами,
- **вычислять функции,**
- **работать с полиномами и рядами,**
- **строить графики различных функций**

причём, непосредственно в интерактивном режиме, т.е. без подготовки программы

# Работа в окне команд



The image shows the MATLAB software interface. At the top is a blue title bar with the MATLAB logo and window control buttons. Below it is a menu bar with File, Edit, Debug, Desktop, Window, and Help. A toolbar contains icons for file operations and a search icon. The current directory is set to C:\MATLAB7\work. Below the toolbar are two panes: Workspace and Command Window. The Workspace pane shows a table with one variable 'a' of type 'double' and value '2'. The Command Window shows the command 'a=2' and its output 'a = 2'. Below the Command Window is the Command History pane, which shows the command 'a=2' entered at 17.04.12 0:27. The Windows taskbar is visible at the bottom with the Start button.

**Workspace**

Name	Value	Class
a	2	double

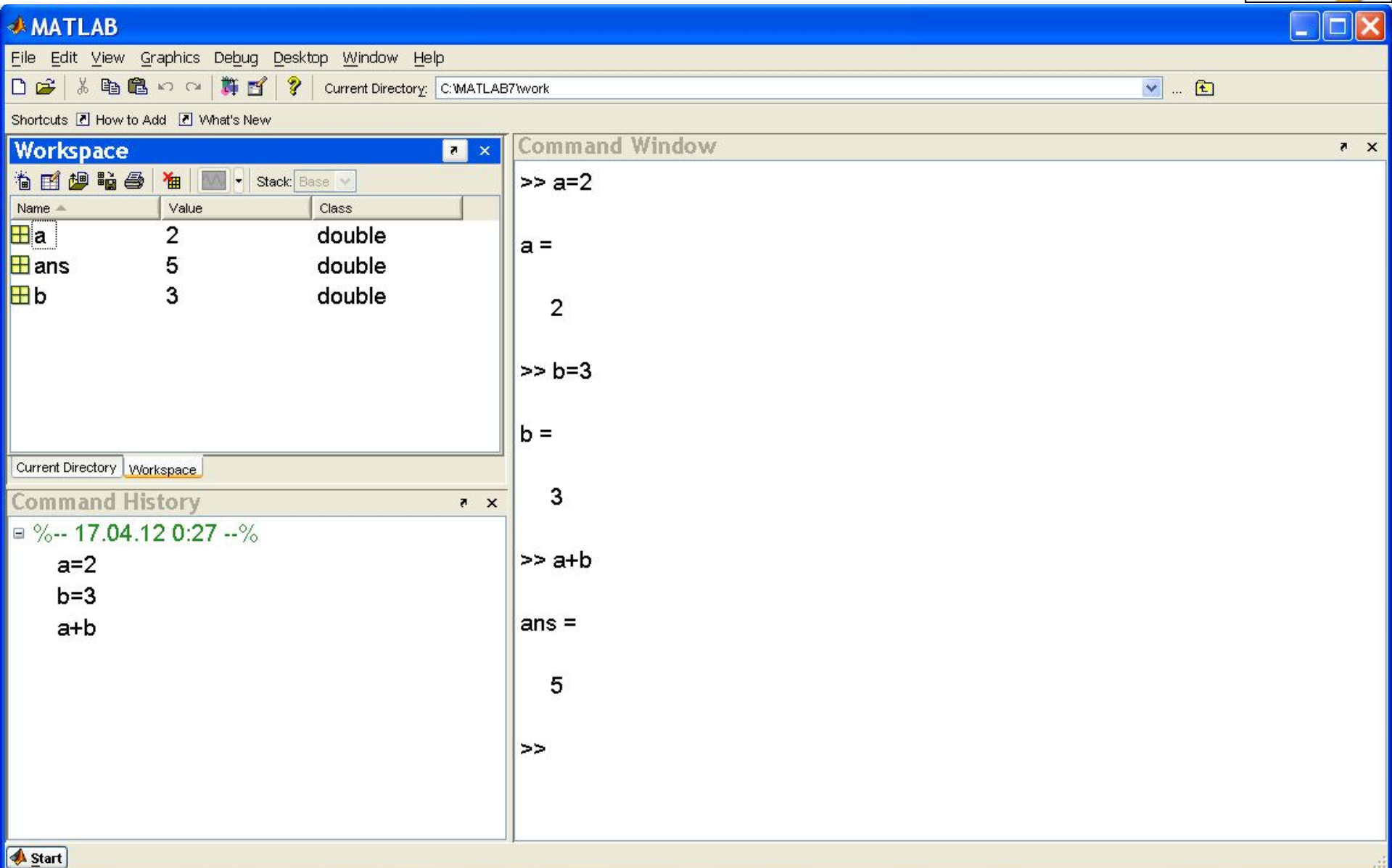
**Command Window**

```
>> a=2  
  
a =  
  
2  
  
>> |
```

**Command History**

```
%-- 17.04.12 0:27 --%  
a=2
```

# Работа в окне команд



The image shows the MATLAB software interface. The top menu bar includes File, Edit, View, Graphics, Debug, Desktop, Window, and Help. The current directory is C:\MATLAB7\work. The Workspace window shows three variables: 'a' with value 2, 'ans' with value 5, and 'b' with value 3, all of type double. The Command Window shows the following commands and outputs: 'a=2' followed by 'a =' and the output '2'; 'b=3' followed by 'b =' and the output '3'; and 'a+b' followed by 'ans =' and the output '5'. The Command History window shows the commands 'a=2', 'b=3', and 'a+b' entered at 17.04.12 0:27.

**Workspace**

Name	Value	Class
a	2	double
ans	5	double
b	3	double

**Command Window**

```
>> a=2  
a =  
2  
>> b=3  
b =  
3  
>> a+b  
ans =  
5  
>>
```

**Command History**

```
%-- 17.04.12 0:27 --%  
a=2  
b=3  
a+b
```

# Понятие M-файла

Способы повторного ввода команд:

1. Использовать окно **Command History**
2. Применить **m-файл**

**m-файл** может содержать команды, а также управляющие структуры языка **MatLab**.

Вызов такого файла осуществляется заданием его имени.

Имя этого файла должно иметь расширение **m**.

Это текстовый файл – можно создавать и редактировать в любом текстовом редакторе (предпочтительнее – во встроенном редакторе **MatLab**).

**m-файлы** подразделяются на 2 типа:

- сценарии (**script**)
- функции (**function**)

# *M-файл (сценарий)*

Содержит серию команд, которые выполняются в **режиме интерпретации** построчно.

**Если в команде имеется ошибка, она не обрабатывается, и система переходит в режим ожидания.**

Сценарий работает **только** с переменными, расположенными в **рабочей области MatLab.**

## **M-функция**

Отличие от сценария:

- Функция может компилироваться целиком с последующим размещением исполняемого кода в памяти
- Функция может иметь локальные переменные, размещаемые в собственной рабочей области
- В функции могут быть входные и выходные параметры

# *Команды управления окном*

**clc** – очистки окна;

**who** – вывод имен активных переменных;

**clear** – удаление всех переменных;

**clear a** – удаление переменной a;

**File->Save Workspace as...** - сохранение в файле на диске содержимого рабочего пространства. Расширение файла **mat**.

**File ->Load Workspace ->**указание mat-файла для загрузки



# Действительные и комплексные числа

-68

3.4567

7.13e13 – означает  $7.13 \cdot 10^{13}$

1.7977e+308 – максимальное число **realmax**

2.2251e-308 – минимальное число **realmin**

**Inf** для обозначения  $\infty$

**-Inf** для обозначения  $-\infty$

**NaN** – не число ( при делении 0/0)

2+3i

-6.789+0.834e-2\*i

4-2j;

# Форматы

- **format short** – 4 цифры после точки (по умолчанию)
- **format long** – 15 цифр после десятичной точки
- **format short e** – короткое с плавающей точкой
- **format long e** – длинное с плавающей точкой
- **format long g** – выбирается наиболее удачное
- **format short g** (с плавающей точкой или с фиксированной)
- **format rat** – формат для вывода рациональных чисел
- **format bank** – денежный формат (2 цифры после точки)
- **format loose** – обычный стиль вывода в окне команд
- **format compact** – компактный стиль вывода данных

## Вывод комментария на экран

`disp ('Результаты расчета')`

Вывод значения `a` с точностью до 3 значащих цифр

`vpa(a,3)`

Знак точка с запятой в конце ввода предотвращает вывод результата на экран;

## Арифметические операторы

Основные: + - \* / ^

Обратное деление \ - справа налево

Поэлементные: .\* ./ .^ .\

## Операторы отношения

< > >= <= == ~=

Для комплексных чисел сравниваются только действительные части

## Логические операторы

& — и | — или ~ — НЕ

В математических выражениях операторы имеют определенный **приоритет исполнения**.

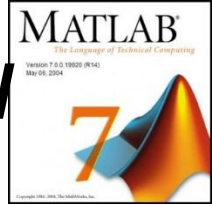
Например, в MATLAB приоритет логических операторов выше, чем арифметических, приоритет возведения в степень выше приоритетов умножения и деления, приоритет умножения и деления выше приоритета сложения и вычитания.

# Элементарные алгебраические функции



Функция	Описание
<code>abs(x)</code> ,	Вычисление абсолютного значения действительного числа $x$ .
<code>sqrt(x)</code>	Вычисление квадратного корня
<code>round(x)</code>	Округление до целого.
<code>fix(x)</code>	Округление до ближайшего целого в сторону нуля.
<code>floor(x)</code>	Округляет до меньшего целого
<code>ceil(x)</code>	Округляет до большего целого
<code>rem(x, y)</code>	Вычисление остатка от деления $x$ на $y$ .
<code>exp(x)</code>	Вычисление $e$ в степени $x$ .
<code>log(x)</code>	Вычисление натурального логарифма числа $x$ .
<code>log10(x)</code>	Вычисление десятичного логарифма числа $x$ .

# Тригонометрические функции



Функция	Описание
$\sin(x)$	Вычисление синуса
$\cos(x)$	Вычисление косинуса
$\tan(x)$	Вычисление тангенса
$\text{asin}(x)$	Вычисление арксинуса
$\text{acos}(x)$	Вычисление арккосинуса
$\text{atan}(x)$	Вычисление арктангенса
$\text{atan2}(y, x)$	Вычисление арктангенса по координатам точки

# Переменные



Результат вычислений присваивается переменной

```
>> x=2-3^2
```

```
x =
```

```
-7
```

```
>> x1=5*x
```

```
x1 =
```

```
-35
```

```
>> 1+1/2*4
```

```
ans =
```

```
3
```

**ans** – имя переменной по умолчанию

**Имя переменной** – любая последовательность латинских букв и цифр, начинающаяся с буквы

В системе есть зарезервированные имена:

**i, j, pi**, имена стандартных функций и пр.

```
>> a=2;
```

точка с запятой в конце строки

```
>> 
```

отменяет вывод результатов



Основной объект в системе Matlab — это матрицы, или массивы. Даже скалярные величины, рассматриваются системой как матрицы  $1 \times 1$ .

Вектор (одномерный массив) представляет собой строку, т. е. матрицу размера  $1 \times n$ , или столбец, т. е. матрицу размера  $m \times 1$ .

MatLab различает строчные и прописные буквы. Количество воспринимаемых в MatLab символов в имени переменной составляет 31.

Чтобы задать вектор, достаточно перечислить его элементы, заключая их в квадратные скобки.

Элементы векторов-строк разделяются символами «,» (запятая) или « » (пробел).

Элементы векторов-столбцов разделяются символом «;» (точка с запятой) или символом перехода на новую строку.

# Одномерные массивы

- Задание массива:
  - $a = [-3 \ 4 \ 2];$
  - $a = [-3, 4, 2];$
- Диапазоны:
  - $b = -3:2$  ( $b = -3 \ -2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2$ )
  - $b = -3:2:5$  ( $b = -3 \ -1 \ 1 \ 3 \ 5$ )
- Доступ к элементу:
  - $a(3)$  (будет равно 2)
- Изменение элемента:
  - $a(3) = 1$
- Количество элементов в массиве:  $\text{length}(a)$  (будет равно 3)
- Нумерация элементов начинается с 1
- Добавление элементов в массив
  - $a(4) = 5;$
  - $a = [a \ 5]$
- Конкатенация массивов:
  - $c = [a \ b]$
- Удаление массива (превращение в пустой массив)
  - $a = []$

# Двумерные массивы

- Задание массива:
  - `a = [ 1 2; 3 4; 5 6];`

```
Command Window
>> a = [ 1 2; 3 4; 5 6]

a =

     1     2
     3     4
     5     6
```

- Доступ к элементу:

```
>> a(3,1)

ans =

     5

>> a(1,3)
??? Index exceeds matrix dimensions.
```

# Диапазоны

- Функция `magic(n)` задает магическую матрицу  $n \times n$  все ее элементы не превышают  $n^2$
- Можно использовать как для задания значений векторов, так и для задания диапазонов индексации

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(2:3,4:5)

ans =

    14    16
    20    22
```

# Формирование матрицы $A (3 \times 3)$ с использованием операторов For и If

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0.893 + e^{2j}, & \text{если } j > i - 1 \\ 2.914 - \sin\left(\frac{j * \pi}{i} - i\right), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

```

for i=1:3
    for j=1:3
        if j>i - 1
            a(i,j)=0.893+exp(2*j);
        else a(i,j)=2.914-sin(j*pi/i-i);
        end
    end
end
end

```

# Создание массивов со случайными элементами

**rand(n)** и **rand(m,n)** генерируют матрицу (**n x n**) или (**m x n**) с элементами, распределенными по равномерному закону в промежутке (0,1)

**randi([a,b],n,m)** генерируют матрицу (**n x m**) с элементами в промежутке (**a,b**)

# Диапазоны

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(3,:)

ans =

     4     6    13    20    22

>> a(:,1)

ans =

    17
    23
     4
    10
    11
```

```
>> a = magic(3)

a =

     8     1     6
     3     5     7
     4     9     2

>> a(:)

ans =

     8
     3
     4
     1
     5
     9
     6
     7
     2
```



# Удаление строк и столбцов

```
>> a = magic(5)
```

```
a =
```

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

```
>> a(2:3,:) = [ ]
```

```
a =
```

17	24	1	8	15
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

```
>> a = magic(5)
```

```
a =
```

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

```
>> a(:,3:4) = [ ]
```

```
a =
```

17	24	15
23	5	16
4	6	22
10	12	3
11	18	9

# Перестановка элементов

```
>> b = 1:3:11
```

```
b =
```

```
    1     4     7    10
```

```
>> b([4 2 1 3])
```

```
ans =
```

```
    10     4     1     7
```

```
>> a = magic(5)
```

```
a =
```

```
    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9
```

```
>> a = a(:, [3 5 2 4 1])
```

```
a =
```

```
     1    15    24     8    17
     7    16     5    14    23
    13    22     6    20     4
    19     3    12    21    10
    25     9    18     2    11
```

# Операции над матрицами

**a+b** сложение скаляров, векторов или матриц

**a-b** вычитание скаляров, векторов или матриц

**a\*b** умножение скаляров; матричное умножение

**a.\*b** покомпонентное умножение элементов матриц

**a^b** возведение скаляра или матрицы в степень

**a.^b** возведение каждого элемента матрицы в степень

**a/b** деление скаляров; правое деление матриц,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^{-1}$

**a./b** покомпонентное деление элементов матриц

**a\b** левое деление матриц, т. е.  $\mathbf{a}^{-1} \cdot \mathbf{b}$

**A'** транспонирование матрицы

# Операции над матрицами

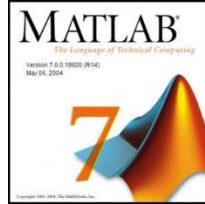
Функция **length(V)** рассчитывает количество элементов в векторе  $V$ .

Функция **max(V)** выдает значение максимального по значению элемента вектора  $V$ .

Функция **min(V)** извлекает минимальный элемент вектора  $V$ .

Функции **mean(V)** и **std(V)** определяют, соответственно, среднее значение и среднеквадратическое отклонение вектора  $V$ .

# Операции над матрицами



Функция сортировки **sort(V)** формирует вектор, элементы которого распределены в порядке возрастания их значений.

Функция **sum(V)** вычисляет сумму элементов вектора  $V$ .

Функция **prod(V)** выдает произведение всех элементов вектора  $V$ .

Функция **cumsum(V)** формирует вектор того же типа и размера, любой элемент которого является суммой всех предыдущих элементов вектора  $V$  (вектор кумулятивной суммы).

# Операции над матрицами

**abs(A)** - модуль

**det(A)** - определитель матрицы

**inv(A)** - обратная матрица

**diag(A)** - главная диагональ матрицы

**sum(A)** - сумма по столбцам (**sum(A,1)**)

**sum(A,2)** - сумма по строкам

**sum(diag(A))** - след матрицы

**trace(A)** - след матрицы

**S=sum(sum(A))** - сумма матрицы

# Операции над матрицами

**prod(A,1)** - произведение элементов массива в столбцах (по умолчанию **prod(A)**)

**prod(A,2)** - произведение элементов массива в строках

**sum(A')** - сумма столбцов транспонированной матрицы

# Операции над матрицами

**sort(A)** - сортировка по столбцам по возрастанию

**sort(A,2)** - сортировка по строкам по возрастанию

**sort(A,'descend')** - сортировка по столбцам по убыванию

**-sort(-A,2)** - сортировка по строкам по убыванию



# Операции над матрицами

**[b2,INDEX]=sort(b)** - возвращает отсортированный массив и массив индексов элементов в исходном массиве

**size(A)** - размерность матрицы

**max(A)** - возвращает наибольший элемент, если A – вектор, или возвращает вектор-строку, содержащую максимальные элементы каждого столбца, если A -матрица

**max(A,[ ],n)** - возвращает наибольший элемент по столбцам при n=1, по строкам при n=2

**min(A,[ ],n)** - возвращает наименьший элемент по столбцам при n=1, по строкам при n=2

# Дневник работы

Команда ***diary*** <имя файла>

открывает дневник, т.е. указывает системе, что все, что появится после этой команды на экране до следующей команды ***diary*** будет записано в упомянутый текстовый файл.

Прерывает запись в дневник команда открытия нового дневника или команда

***diary off***

# *Решение системы линейных уравнений.*

В матричном виде система имеет вид  
 $Ax = b,$

$A$  ,  $b$  ,  $x$  – матрицы из коэффициентов при неизвестных и вектор-столбцы, составленные соответственно из свободных членов и из неизвестных.

### Workspace

Name	Value	Class
a	[1 3 0;-2 -2 ...	double
b	[-2;10;-9]	double

### Command History

```
%-- 17.04.12 1:08 --%
clc
A=[1 3 0;-2 -2 5;1 0 -5]
clc
a=[1 3 0;-2 -2 5; 1 0 -5]
b=[-2;10;-9]
```

### Command Window

```
>> a=[1 3 0;-2 -2 5; 1 0 -5]

a =

     1     3     0
    -2    -2     5
     1     0    -5

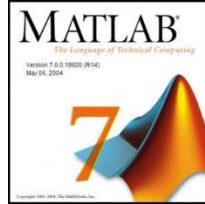
>> b=[-2;10;-9]

b =

    -2
    10
    -9

>>
```

# Решение системы линейных уравнений



```
>> d=det(a)
```

```
d =
```

```
-5
```

```
>> x=A\b
```

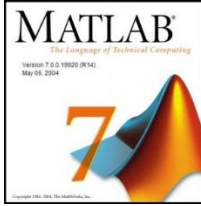
```
x =
```

```
1
```

```
-1
```

```
2
```

# Решение системы линейных уравнений



Решение  $x_1=1$ ,  $x_2=-1$ ,  $x_3=2$  легко проверить подстановкой в систему уравнений:

```
>> disp(A*x)
```

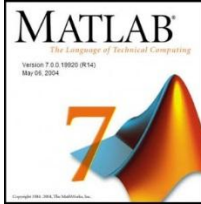
```
-2.0000
```

```
10.0000
```

```
-9.0000
```

В результате получен вектор-столбец свободных членов. Система решена верно.

# Решение системы линейных уравнений



Найдем обратную матрицу, а затем решение системы с помощью обратной матрицы:

```
>> A1=inv(A)
```

```
A1 =
```

```
 -2.0000  -3.0000  -3.0000
```

```
  1.0000   1.0000   1.0000
```

```
 -0.4000  -0.6000  -0.8000
```

```
>> A1*b
```

```
ans =
```

```
  1.0000
```

```
 -1.0000
```

```
  2.0000
```