ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ КОДИРОВАНИЯ ДАННЫХ

НЕОБХОДИМЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Теория кодирования и теория информации возникли в начале XX века.

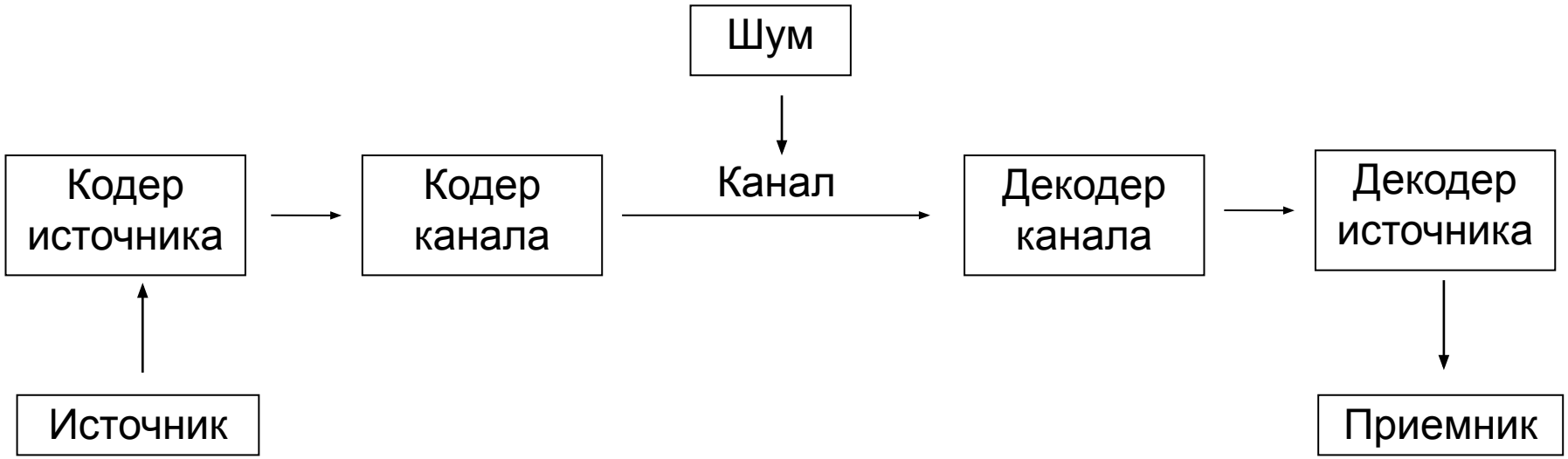
Начало развитию этих теорий как научных дисциплин положило появление в **1948** г. статей ***Клода Шеннона***, которые заложили фундамент для дальнейших исследований в этой области.

Кодирование – способ представления информации в виде, удобном для хранения и передачи.

В связи с развитием информационных технологий кодирование является центральным вопросом при решении самых разных ***задач программирования***, таких как:

- **представление данных** произвольной структуры (числа, текст, графика) в памяти компьютера;
- **обеспечение помехоустойчивости** при передаче данных по каналам связи;
- **сжатие информации** в базах данных.

Основной моделью, которую изучает теория информации, является ***модель системы передачи сигналов:***



Начальным звеном в приведенной выше модели является ***источник информации***.
Рассмотрим ***дискретные источники без памяти***, в которых *выходом* является последовательность символов некоторого фиксированного алфавита.

Определение. Множество всех различных символов, порождаемых некоторым источником, называется ***алфавитом источника,***

количество символов в этом множестве – ***размер алфавита источника***.

Например, ***текст на русском языке*** порождается источником с алфавитом из **33 русских букв, пробела и знаков препинания**.

Определение.

Кодирование дискретного источника заключается **в сопоставлении** символов **алфавита *A*** источника символам некоторого другого **алфавита *B***.

Определение. Обычно символу исходного алфавита *A* ставится в соответствие не один, а **группа символов алфавита *B***, которая называется ***кодовым словом***.

Определение. ***Кодовый алфавит*** – множество различных символов, используемых для записи кодовых слов.

Определение. ***Кодом*** называется совокупность всех кодовых слов, применяемых для представления порождаемых источником символов.

Пример. ***Азбука Морзе*** является *известным кодом из символов телеграфного алфавита*, в котором буквам русского языка соответствуют

Далее будем рассматривать ***двоичное кодирование***, т.е. **размер кодового алфавита равен 2**.

Определение. Конечную последовательность битов (нулей или единиц) назовем ***кодовым словом***, а

количество битов в этой последовательности – ***длиной кодового слова***.

Пример. **Код ASCII** (***американский стандартный код для обмена информацией***) каждому символу ставит в однозначное соответствие ***кодовое слово длиной 8 бит***.

Дадим **строгое определение кодирования**.

Пусть даны алфавит источника $A = \{a_1, a_2, \ldots a_n\}$, кодовый алфавит $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$.

Обозначим через A^* множество всевозможных последовательностей в алфавите *A*.

Множество всех сообщений в алфавите *A* обозначим S.

Тогда отображение $F: S \rightarrow B^*$, которое преобразует множество сообщений *S* в кодовые слова в алфавите *B*, называется ***кодированием***.

Обратное отображение F^{-1} (если оно существует) называется ***декодированием***.

Задача кодирования сообщения ставится следующим образом:

требуется при заданных алфавитах *A* и *B* и множестве сообщений *S* найти такое кодирование *E*, которое обладает определенными свойствами и оптимально в некотором смысле.

Свойства, которые требуются от кодирования, могут быть различными. Приведем некоторые из них:

- существование декодирования;
- помехоустойчивость или исправление ошибок при кодировании;
- обладает заданной трудоемкостью (время, объем памяти).

Известны ***два класса методов кодирования*** дискретного источника информации: ***равномерное и неравномерное кодирование***.

Под ***равномерным кодированием*** понимается использование кодов со словами постоянной длины.

Для того чтобы декодирование равномерного кода было возможным, разным символам алфавита источника должны соответствовать разные кодовые слова.

При этом ***длина кодового слова*** должна быть не меньше $\lfloor \log_n m \rfloor$ символов, где m – размер исходного алфавита, n – размер кодового алфавита.

Пример. Для кодирования источника, порождающего ***26 букв латинского алфавита***, равномерным двоичным кодом требуется построить **кодовые слова** длиной не меньше $\lceil \log_n m \rceil = 5$ бит.

При ***неравномерном кодировании*** *источника* используются кодовые слова разной длины.

Причем кодовые слова обычно строятся так, что

часто встречающиеся символы кодируются более короткими кодовыми словами,

а **редко встречающиеся символы** – более длинными кодовыми словами.

За счет этого и достигается ***«сжатие» данных***.

Под ***сжатием данных*** понимается *компактное представление данных*, достигаемое за счет **избыточности информации**, содержащейся в сообщениях.

Большое значение для практического использования имеет ***неискажающее сжатие***, позволяющее полностью восстановить исходное сообщение.

При ***неискажающем сжатии*** происходит кодирование сообщения перед началом передачи или хранения, а после окончания процесса сообщение однозначно декодируется.

Это соответствует ***модели канала без шума*** (помех).

Методы сжатия данных можно разделить на две группы: **статические методы** и **адаптивные методы**.

Статические **методы** сжатия данных предназначены для кодирования конкретных источников информации с известной статистической структурой, порождающих определенное множество сообщений.

Эти методы базируются на знании статистической структуры исходных данных.

К наиболее известным статическим методам сжатия относятся ***коды Хаффмана, Шеннона, Фано, Гилберта-Мура, арифметический код*** и другие методы, которые используют известные сведения о вероятностях порождения источником

Если статистика источника информации неизвестна или изменяется с течением времени, то для кодирования сообщений такого источника применяются ***адаптивные методы сжатия***.

В ***адаптивных*** **методах** при кодировании очередного символа текста используются сведения о ранее закодированной части сообщения для оценки вероятности появления очередного символа.

В процессе кодирования адаптивные методы «**настраиваются**» **на статистическую структуру кодируемых сообщений**, т.е. коды символов меняются в зависимости от накопленной статистики данных.

Это позволяет адаптивным методам эффективно и быстро кодировать сообщение за один просмотр.

КОДИРОВАНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ (CODING OF INTEGERS)

Рассмотрим *семейство методов кодирования*, не учитывающих вероятности появления символов источника.

Поскольку все символы алфавита источника можно пронумеровать, то в будем считать, что алфавит источника состоит из целых чисел.

Каждому целому числу из определенного диапазона ставится в соответствие **свое кодовое слово**.

Поэтому эту группу методов также называют **представлением целых чисел** (***representation of integers***).

Основная идея кодирования целых чисел:

отдельно кодировать ***порядок значения*** элемента («экспоненту») и отдельно – ***значащие цифры*** значения («мантиссу» $_i$).

Значащие цифры мантиссы начинаются со старшей ненулевой цифры,

порядок числа определяется позицией старшей ненулевой цифры в двоичной записи числа.

Как и при десятичной записи,

порядок равен числу цифр в записи числа без предшествующих незначащих нулей.

Пример. Двоичное число **000001101**

Порядок равен **4**, мантисса – **1101**

Рассмотрим **две группы методов кодирования целых чисел**.

Условно их можно обозначить так:

- ***Fixed + Variable***

  (*фиксированная* длина порядка + *переменная* длина мантиссы)

- ***Variable + Variable***

  (*переменная* длина порядка + *переменная* длина мантиссы)

Коды класса Fixed + Variable

В кодах класса Fixed + Variable

под запись значения **порядка числа** отводится *фиксированное количество бит,*

а **значение порядка числа** определяет, сколько бит потребуется *под запись мантиссы*.

Для кодирования целого числа необходимо произвести с числом **две операции**:

- определение порядка числа
- выделение бит мантиссы

Можно также хранить в памяти **заранее построенную таблицу кодовых слов** и по ней получать код числа.

Пример. Код класса ***Fixed + Variable***.

Пусть $R = 15$ – количество бит исходного числа.

Отведем $E = 4$ бита под **порядок**, т.к. $R \leq 2^4$.

При записи мантиссы можно **сэкономить 1 бит**: ***не писать первую единицу***, т.к. это всегда будет только единица.

Таким образом, количество бит мантиссы **меньше на один бит**, чем **значение порядка числа.**

Число	**двоичное представление**	**кодовое слово**	длина кодового слова
0	**000000000000000**	**0000**	**4**
1	**000000000000001**	**0001**	**4**
2	**000000000000010**	**0010 0**	**5**
3	**000000000000011**	**0010 1**	**5**
4	**000000000000100**	**0011 00**	**6**
5	**000000000000101**	**0011 01**	**6**
6	**000000000000110**	**0011 10**	**6**
7	**000000000000111**	**0011 11**	**6**
8	**000000000001000**	**0100 000**	**7**
9	**000000000001001**	**0100 001**	**7**
10	**000000000001010**	**0100 010**	**7**
…	**…**	**…**	**..**
15	**000000000001111**	**0100 111**	**7**
16	**000000000010000**	**0101 0000**	8
17	**000000000010001**	**0101 0001**	8
…	**…**	**…**	..

Коды класса Variable + Variable

В качестве кода числа берется двоичная последовательность, построенная следующим образом:

несколько нулей (количество нулей равно значению порядка числа), затем **мантисса переменной длины**.

число	двоичное представление	кодовое слово	длина кодового слова
0	00000000000	1	1
1	00000000001	0 1	2
2	00000000010	00 10	4
3	00000000011	00 11	4
4	00000000100	000 100	6
5	00000000101	000 101	6
6	00000000110	000 110	6
7	00000000111	000 111	6
8	00000001000	0000 1000	8
9	00000001001	0000 1001	8
10	00000001010	0000 1010	8

Если в рассмотренном выше коде **исключить кодовое слово для нуля**, то можно **уменьшить длины кодовых слов на 1 бит, убрав первый нуль** во всех кодовых словах.

Таким образом строится ***гамма-код Элиаса (γ-код Элиаса)***.

число	кодовое слово	длина кодового слова
1	1	1
2	0 10	3
3	0 11	3
4	00 100	5
5	00 101	5
6	00 110	5
7	00 111	5
8	000 1000	7
9	000 1001	7
10	000 1010	7
…	…	

Другим примером кода класса **Variable + Variable** является ***омега-код Элиаса (ω-код Элиаса)***.

В нем первое значение (**кодовое слово для единицы**) задается отдельно.
Другие кодовые слова состоят из **последовательности групп** длиной $L_1 L_2 \ldots L_m$, начинающихся с **единицы**.
Конец всей последовательности задается **нулевым битом**.
Длина первой группы составляет **2 бита**, длина каждой следующей группы равна **двоичному значению битов предыдущей группы плюс 1**.

Значение битов **последней группы** является **итоговым значением** всей последовательности групп, т.е. первые ***m-1*** **групп** служат лишь **для**

число	кодовое слово	длина кодового слова
1	0	1
2	10 0	3
3	11 0	3
4	10 100 0	6
5	10 101 0	6
6	10 110 0	6
7	10 111 0	6
8	11 1000 0	7
9	11 1001 0	7
..	…	..
15	11 1111 0	7
16	10 100 10000 0	11
17	10 100 10001 0	11
..	…	..
31	10 100 11111 0	11
32	10 101 100000 0	12

В омега-коде Элиаса (*P. Elias*):

При кодировании формируется сначала последняя группа, затем предпоследняя и т.д., пока процесс не будет завершен.

При декодировании, наоборот, сначала считывается первая группа, по значению ее битов определяется длина следующей группы, или итоговое значение числа, если следующая группа – 0.

Рассмотренные типы кодов могут быть **эффективны в следующих случаях**:

- **Вероятности чисел убывают** с ростом значений элементов и их распределение близко к такому:

$$P(x) \geq P(x+1), \text{ при любом } x,$$

т.е. маленькие числа встречаются чаще, чем большие.

- **Диапазон значений** входных элементов **не ограничен или неизвестен**.

Например, при кодировании 32-битовых чисел реально большинство чисел маленькие, но могут быть и большие.

- При использовании **в составе других схем кодирования**, например, ***кодировании длин***

Кодирование длин серий

Run Length Encoding (RLE)

Метод кодирования длин серий (**RLE**), предложенный ***П. Элиасом*** (***P.Elias***), при построении использует **коды целых чисел**.

Входной поток для кодирования рассматривается как последовательность из нулей и единиц.

Идея кодирования заключается в том, чтобы кодировать ***последовательности одинаковых элементов*** (например, нулей) как **целые числа,** указывающие **количество элементов** в этой последовательности.

Последовательность одинаковых элементов называется ***серией***, количество элементов в ней –

Пример. Входную последовательность (**31 бит**) можно разбить на серии, а затем закодировать их длины.

000000 1 00000 1 0000000 1 1 00000000 1

Длины серий нулей: **6 5 7 0 8**

Используем, например, ***γ-код Элиаса***.

Поскольку в *γ-коде Элиаса* **нет кодового слова для нуля**, то будем кодировать **длину серии +1:**

6 5 7 0 8 ⇒ 7 6 8 1 9

7 6 8 1 9 ⇒ 00111 00110 0001000 1 0001001

Длина полученной кодовой последовательности **25 бит**.

Метод длин серий актуален для кодирования данных, в которых есть длинные последовательности одинаковых бит. В нашем