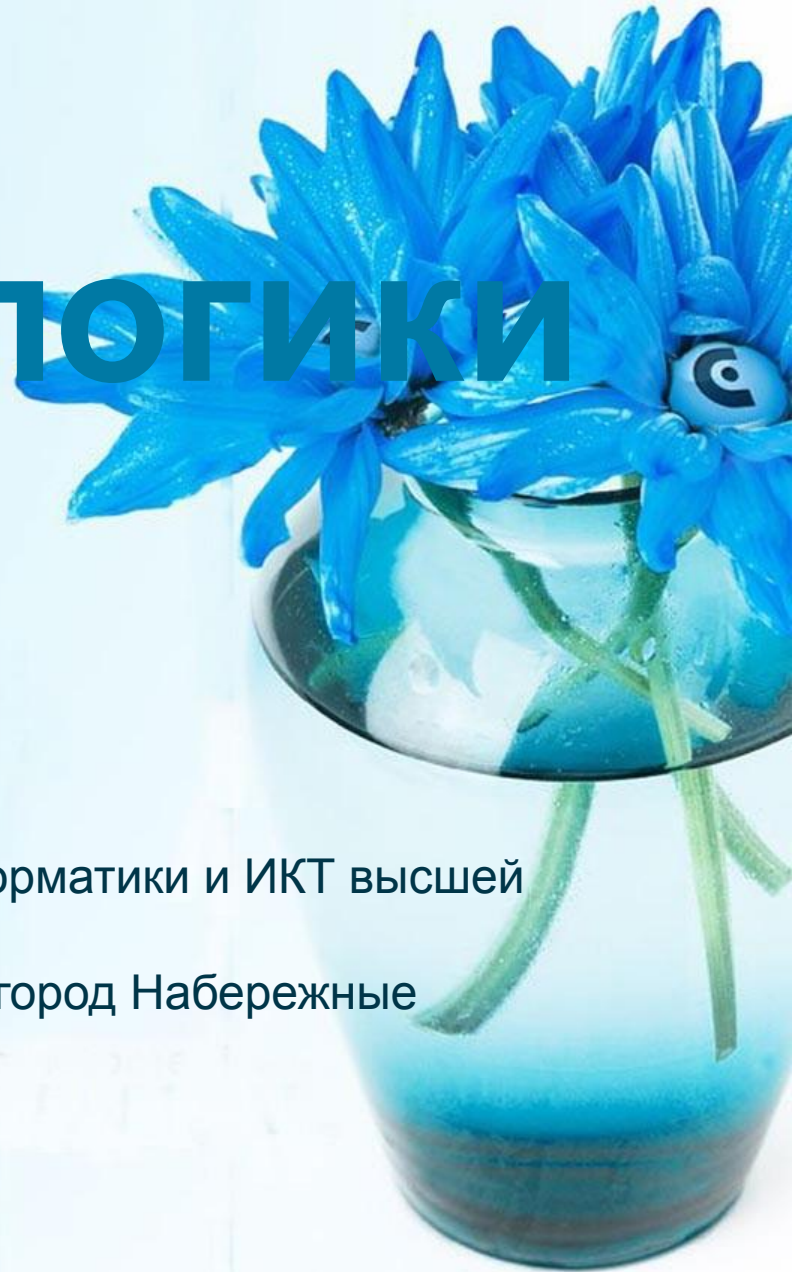
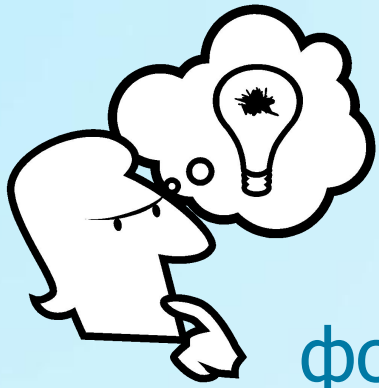


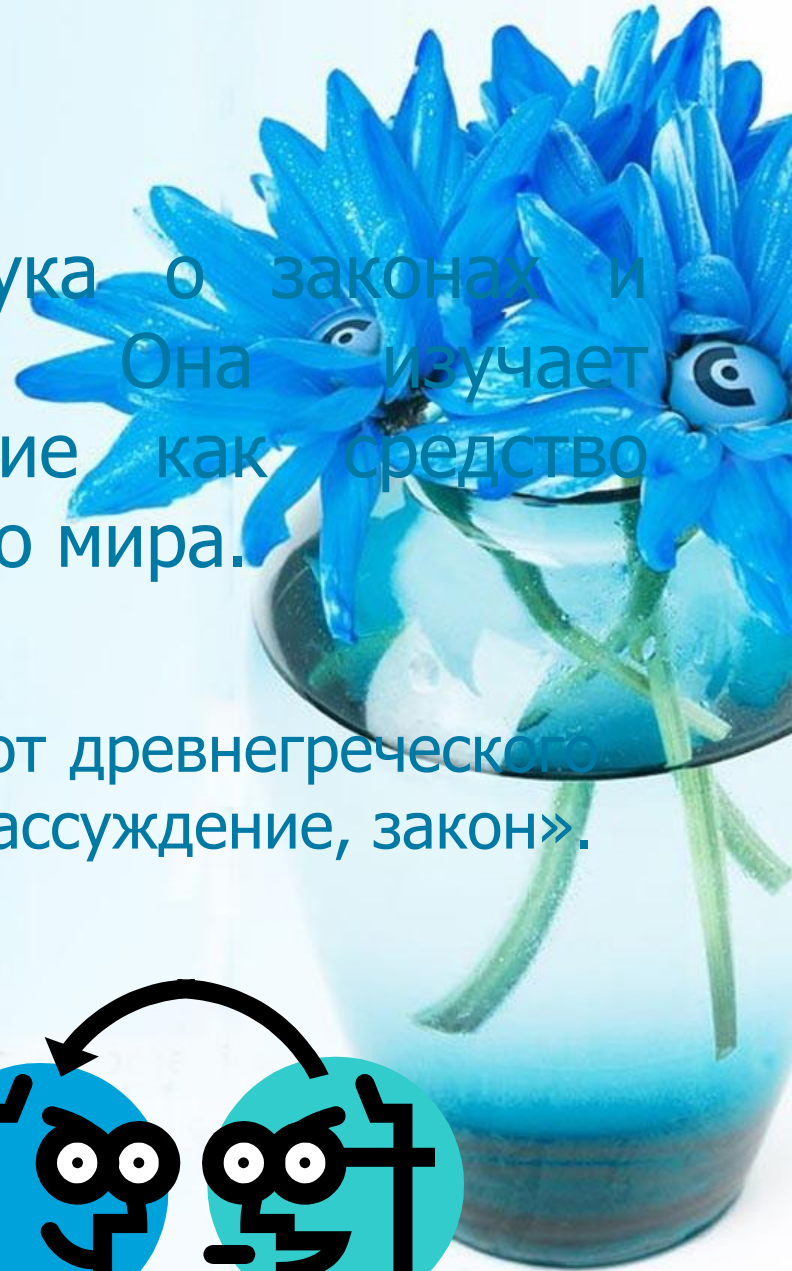
ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Ханнанова С.Т. , учитель информатики и ИКТ высшей
квалификационной категории,
«Лицей №78 им.А.С.Пушкина, город Набережные
Челны, Республика Татарстан

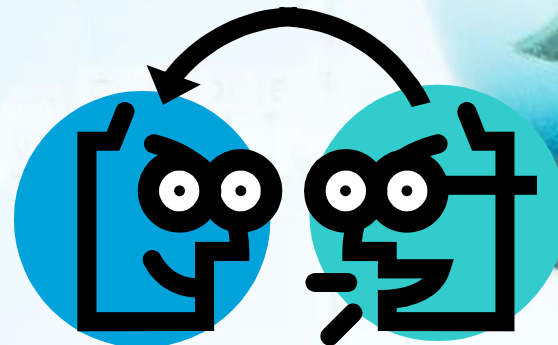




Логика – это наука о законах и формах мышления. Она изучает абстрактное мышление как средство познания объективного мира.

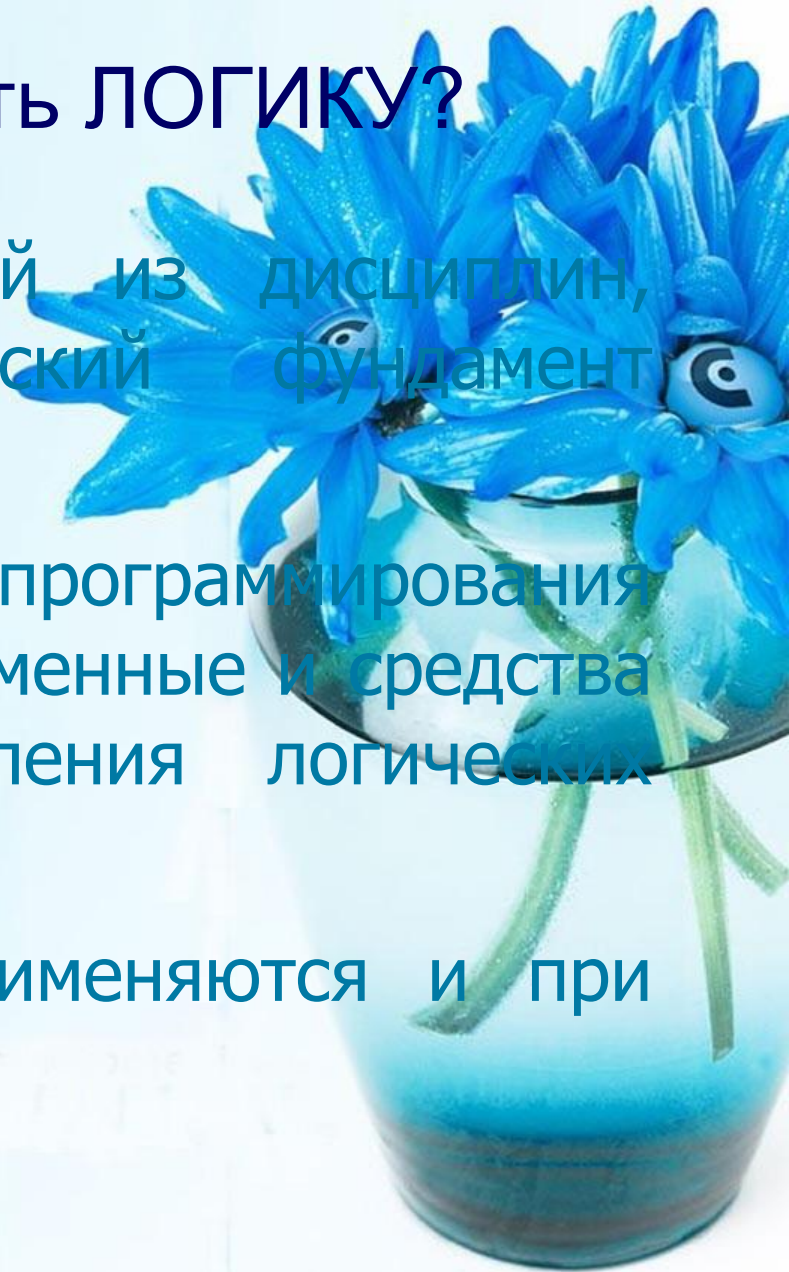


Термин «логика» происходит от древнегреческого logos – «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон».



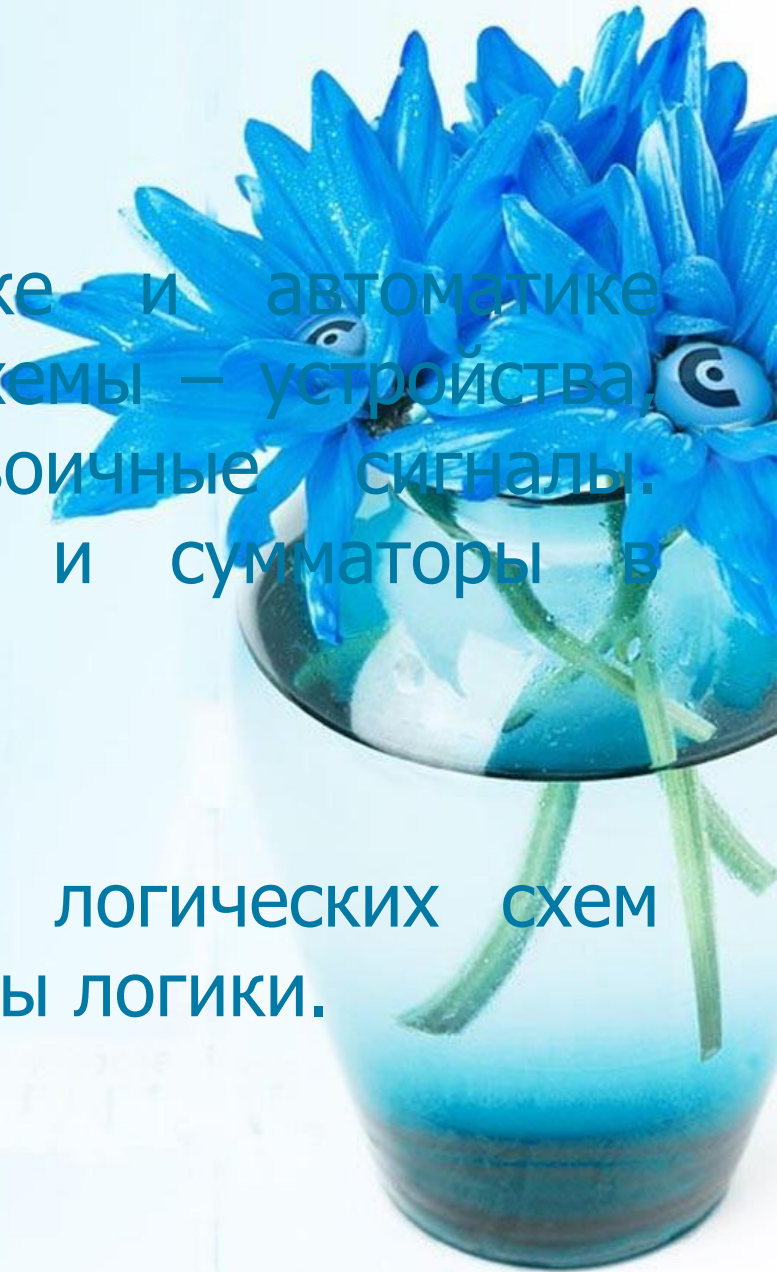
Зачем нужно изучать ЛОГИКУ?

1. Логика является одной из дисциплин, образующих математический фундамент информатики.
2. Любой язык программирования содержит логические переменные и средства для описания и вычисления логических выражений.
3. Логические методы применяются и при работе с базами данных.



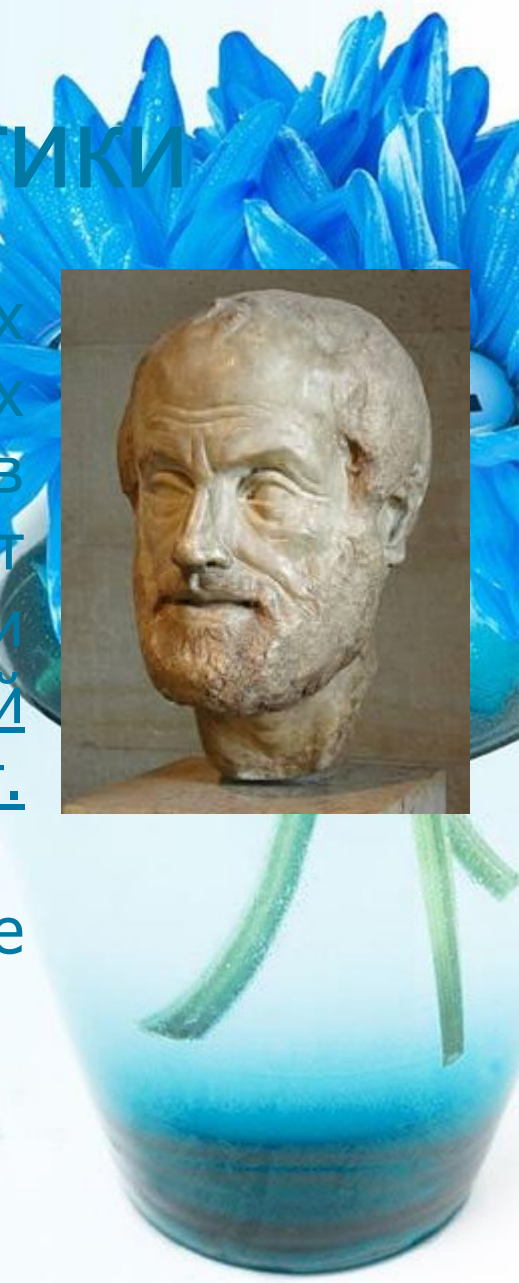
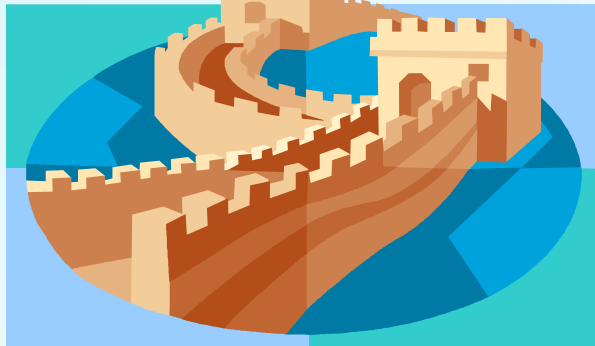
4. В вычислительной технике и автоматике используются логические схемы – устройства, которые преобразуют двоичные сигналы. Например, полусумматоры и сумматоры в процессоре.

4. Анализ и проектирование логических схем опираются на законы алгебры логики.



Этапы развития логики

1. Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Дальнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями. Основы формальной логики заложил Аристотель (384–322 гг. до н.э.), который впервые отделил логические формы речи от ее содержания.



A V B

2. В XVII веке немецкий ученый и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716) попытался построить первые логические исчисления, усовершенствовал и уточнил логические символы.

A & B



3. На фундаменте, заложенном Лейбницем, другой великий математик, англичанин Джордж Буль (1815-1864) воздвиг здание новой области науки – математической логики.

Начальный раздел математической логики называют алгеброй логики или Булевой алгеброй.



A V B

Алгебра логики

Основным объектом в логике является высказывание.

Высказывание – это повествовательное предложение, о котором можно сказать истинно оно или ложно.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

Высказывание называется **составным**, если оно состоит из простых высказываний, соединенных логическими связками: И, ИЛИ, частицей НЕ

С точки зрения устройства ЭВМ нас интересует алгебра логики, в которой не рассматривается конкретное содержание основного понятия логики – высказывания, а важно только истинно оно или ложно.

Примеры:

1. Москва – столица России
2. Студент математического факультета педагогического университета
3. Треугольник ABC подобен треугольнику A'B'C'
4. Луна есть спутник Марса
5. Кислород – газ
6. Каша – вкусное блюдо
7. Математика – интересный предмет
8. Железо тяжелее свинца
9. Треугольник называется равносторонним, если все его стороны равны
10. Сегодня плохая погода
11. Река Ангара впадает в озеро Байкал



Какие из этих предложений являются высказываниями?

Ответ: 1, 4, 5, 8, 9, 11

Основные понятия логики:

Утверждение – высказывание, которое требуется доказать или опровергнуть.

Например: «Сумма внутренних углов треугольника равна 180^0 »

Умозаключение – логическая операция, в результате которой из одного или нескольких данных высказываний получается (выводится) новое высказывание.

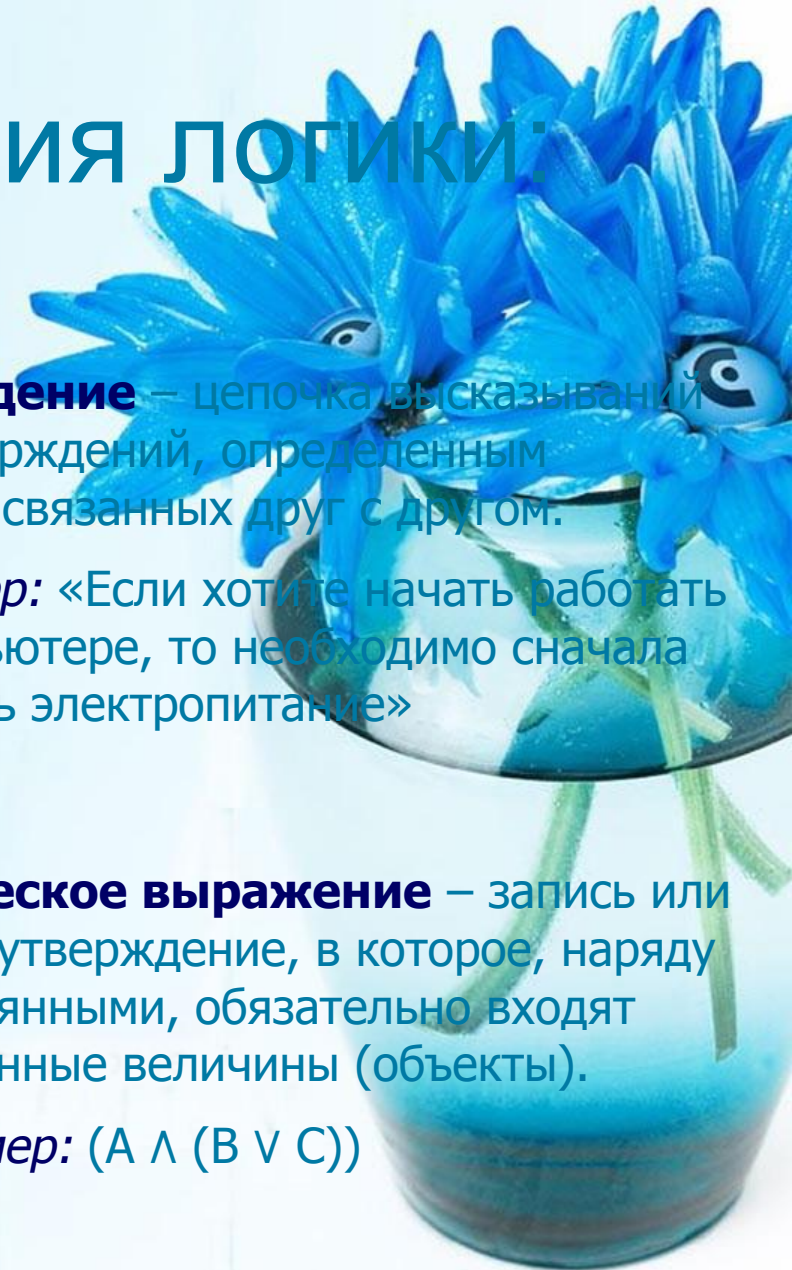
Например: «Все металлы электропроводны». «Ртуть является металлом». Путем умозаключения можно сделать вывод, что «Ртуть электропроводна».

Рассуждение – цепочка высказываний или утверждений, определенным образом связанных друг с другом.

Например: «Если хотите начать работать на компьютере, то необходимо сначала включить электропитание»

Логическое выражение – запись или устное утверждение, в которое, наряду с постоянными, обязательно входят переменные величины (объекты).

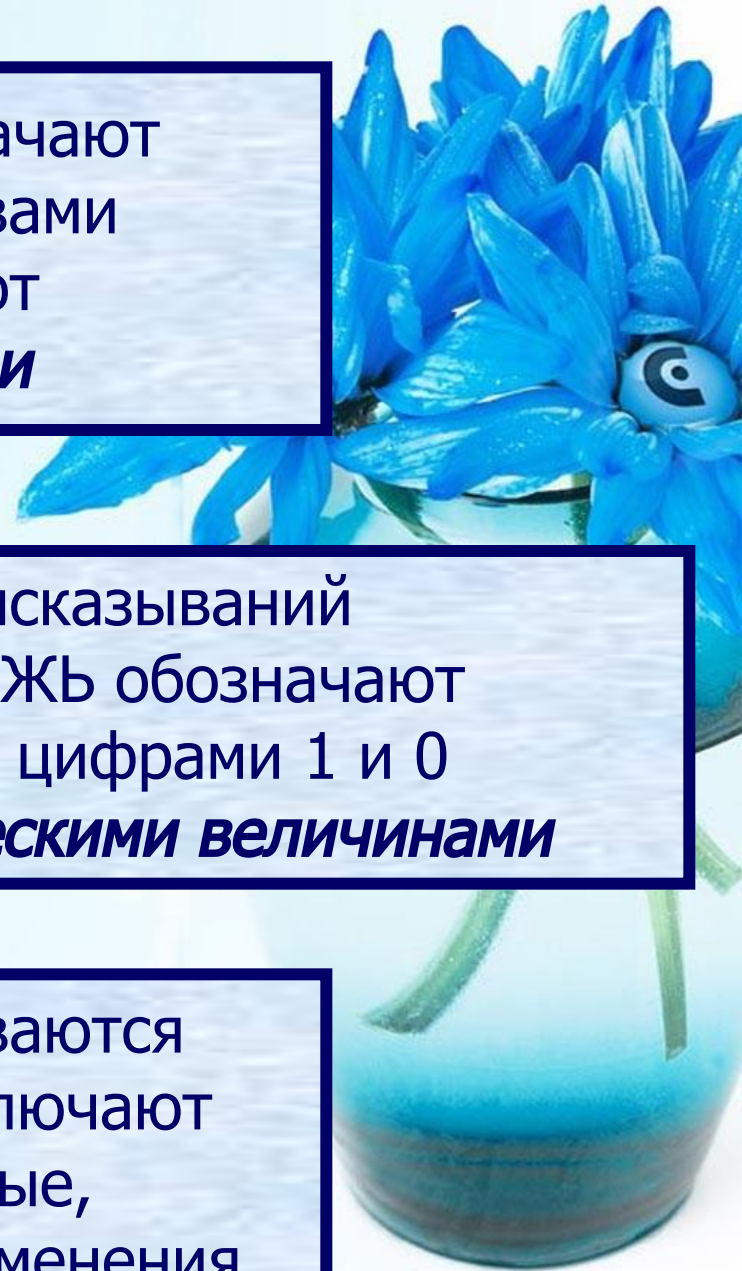
Например: $(A \wedge (B \vee C))$



Простые высказывания обозначают
заглавными латинскими буквами
A, B, C...X, Y, Z и называют
логическими переменными

Значения высказываний
ИСТИНА или ЛОЖЬ обозначают
соответственно цифрами 1 и 0
и называют ***логическими величинами***

Составные высказывания называются
логическими выражениями и включают
в себя логические переменные,
операции логики и скобки для изменения
порядка действий операций



Примеры:

Рассмотрим следующие высказывания:

1. $A = (7 > 3)$
2. $B = (7 = 3)$
3. $C = (7 \neq 3)$
4. $D = (B \wedge C) = ((7 = 3) \wedge (7 \neq 3))$

На языке алгебры логики
эти высказывания можно
записать так:

$A = \text{ИСТИНА} = 1$

$B = \text{ЛОЖЬ} = 0$

$C = \text{ИСТИНА} = 1$

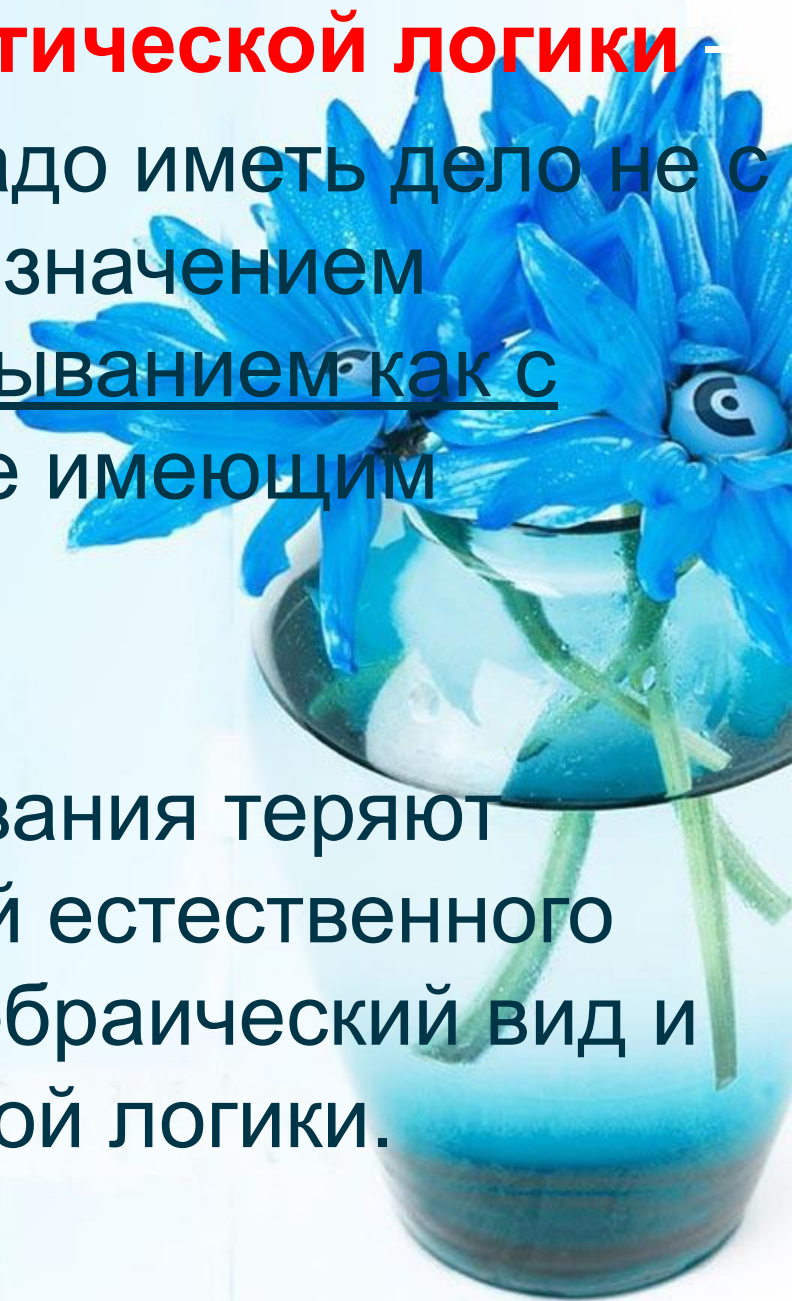
$D = \text{ЛОЖЬ} = 0$



Основная идея математической логики

в математической логике надо иметь дело не с конкретным (смысловым) значением высказывания, а с высказыванием как с абстрактным объектом, не имеющим конкретного содержания.

Вследствие этого высказывания теряют особенности предложений естественного языка и приобретают алгебраический вид и могут исчисляться алгеброй логики.

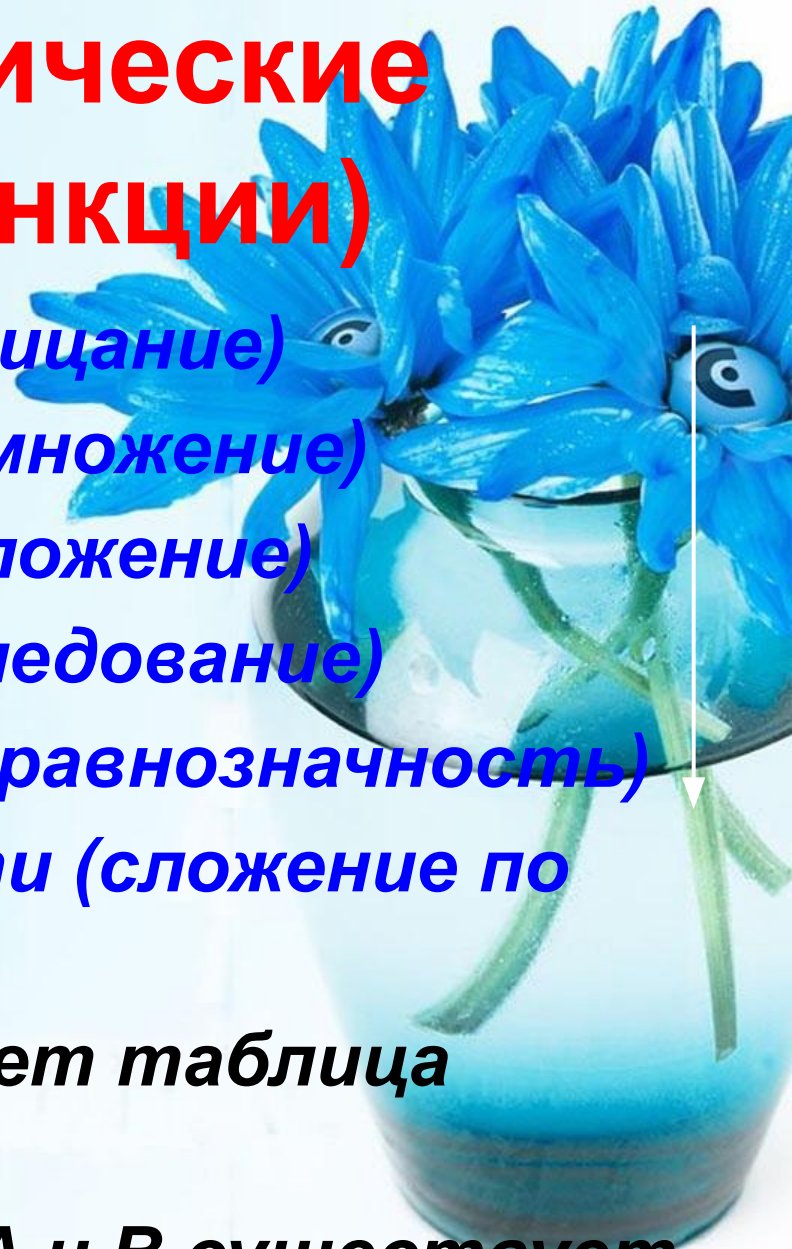


Основные логические операции (функции)

- Инверсия (логическое отрицание)
- Конъюнкция (логическое умножение)
- Дизъюнкция (логическое сложение)
- Импликация (логическое следование)
- Эквиваленция (логическая равнозначность)
- Отрицание равнозначности (сложение по модулю 2)

У каждой функции существует таблица истинности.

Всего для двух переменных A и B существует 16 различных логических функций.



Основные логические операции

У каждой функции существует таблица истинности.

Всего для двух переменных A и B существует 16 различных логических функций.

A	B	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}	F_{16}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1



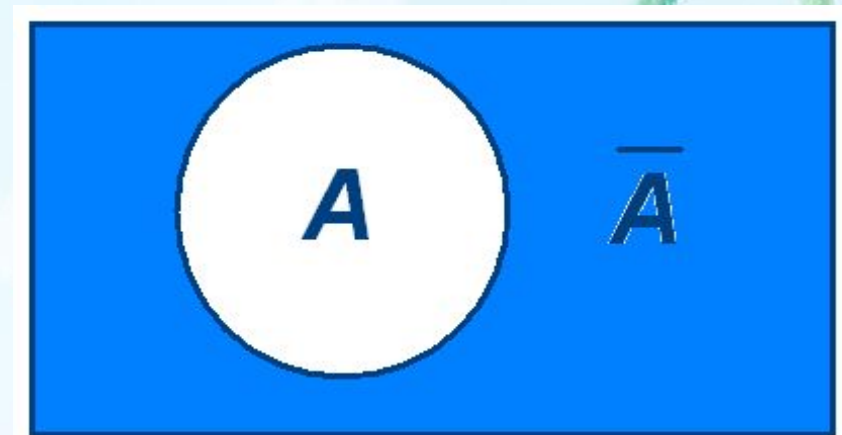
Логическая операция **ИНВЕРСИЯ** (отрицание)

Каждому простому высказыванию ставит в соответствие составное высказывание, заключающееся в том, что исходное высказывание отрицает.



Соответствует частице **НЕ** (NOT)
Обозначается \bar{A} или $\neg A$

A	\bar{A}
0	1
1	0



Примеры:

Сформулируйте отрицания следующих высказываний и укажите значения истинности полученных отрицаний:

1. Волга впадает в Каспийское море.
2. Число 28 не делится на число 7.
3. $6 > 3$.
4. $4 \leq 5$.

Ответ: истинными высказываниями являются: 2



Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ**

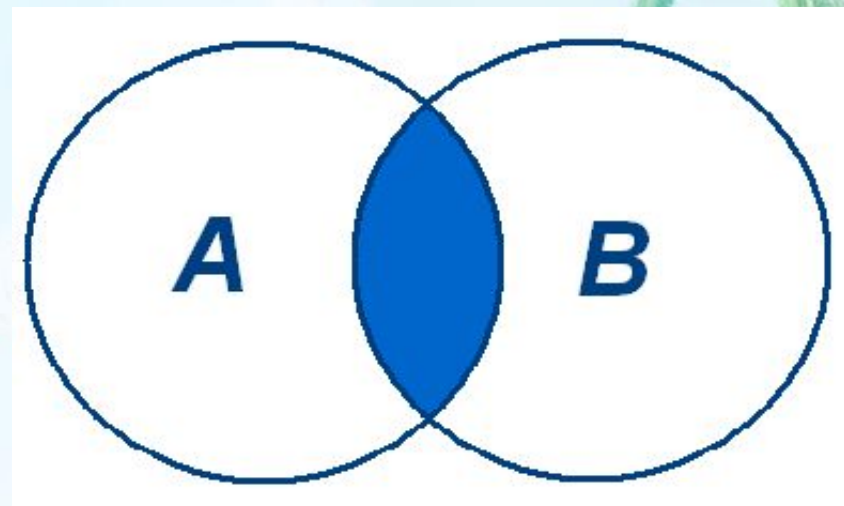
(логическое умножение)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказываний истинны.

Соответствует союзу **И** (AND)

Обозначается **&** или **\wedge** или **+**

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. Ленинград расположен на Неве **и** $2 + 3 = 5$
2. 7 – простое число **и** 9 – простое число
3. $2 * 2 = 4$ **и** $2 * 2 \leq 5$ **и** $2 * 2 \geq 4$
4. Москва – столица России **и** Екатеринбург – столица Сибири
5. Книга – источник информации **и** 5 не больше 8
6. Девочки обычно любят играть в куклы **и** Не любая машина - автомобиль
7. Все гуси – птицы **и** Все игрушки - машины

Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 3, 5, 6



Логическая операция **ДИЗЪЮНКЦИЯ**

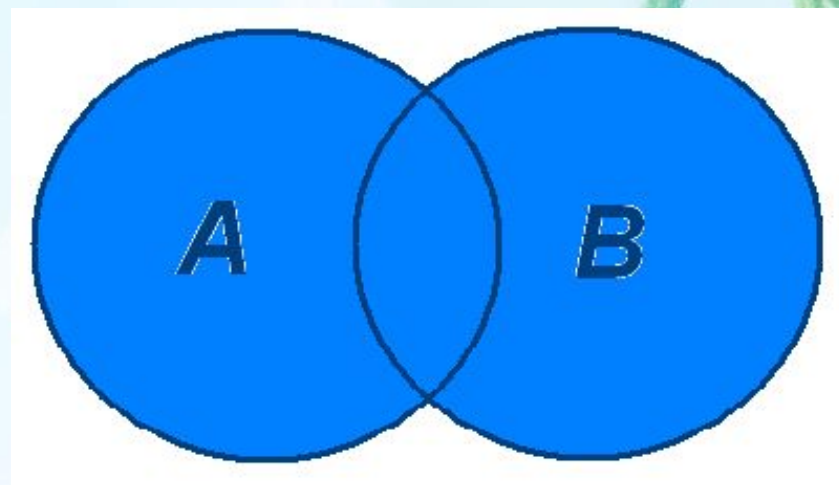
(логическое сложение)

Каждым двум простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны, а истинным, когда хотя бы одно из двух исходных высказываний истинно.

Соответствует союзу **ИЛИ** (OR).

Обозначается **V** или **•**

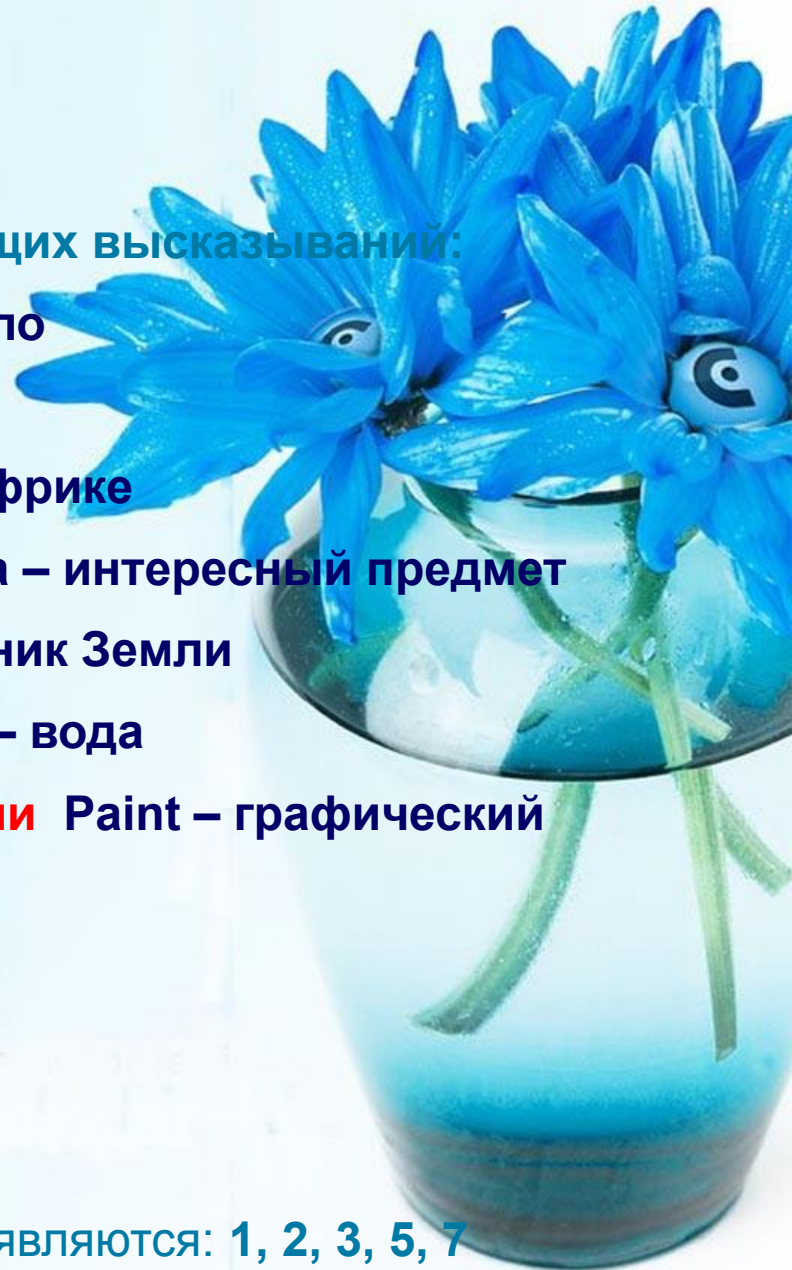
A	B	A ∨ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. 7 – простое число **или** 9 – простое число
2. Число 2 четное **или** Это простое число
3. $2 * 2 = 4$ **или** Белые медведи живут в Африке
4. Каша – вкусное блюдо **или** Математика – интересный предмет
5. Луна – спутник Марса **или** Луна – спутник Земли
6. Сегодня плохая погода **или** Кислород – вода
7. Microsoft Word – текстовый редактор **или** Paint – графический редактор



Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 2, 3, 5, 7

Логическая операция **ИМПЛИКАЦИЯ**

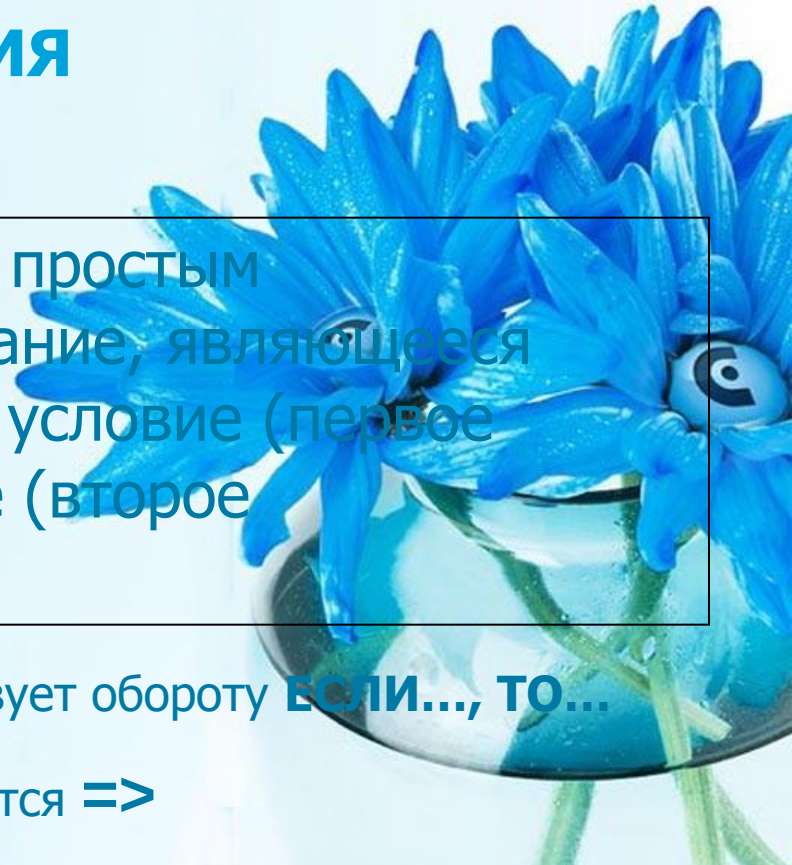
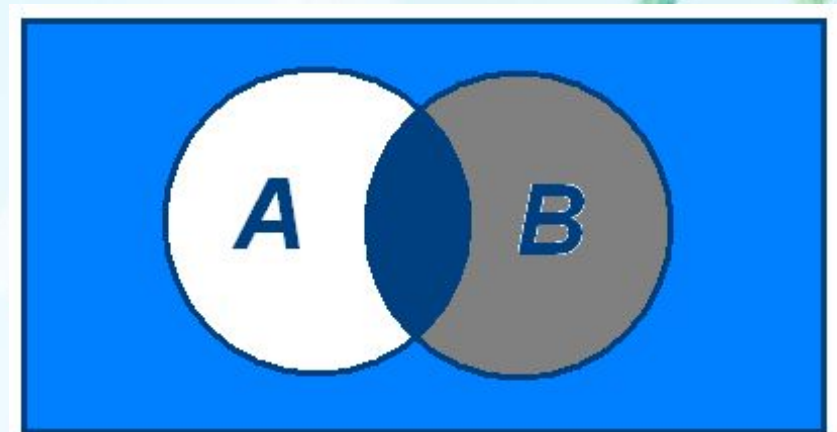
(логическое следование IMP)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Соответствует обороту **ЕСЛИ..., ТО...**

Обозначается \Rightarrow



Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. **Если** 12 делится на 6, **то** 12 делится на 3.
2. **Если** 11 делится на 6, **то** 11 делится на 3.
3. **Если** 15 делится на 6, **то** 15 делится на 3.
4. **Если** 15 делится на 3, **то** 15 делится на 6.
5. **Если** Мытищи расположены на Неве, **то** белые медведи обитают в Африке.

Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 2, 3, 5



Логическая операция ЭКВИВАЛЕНЦИЯ

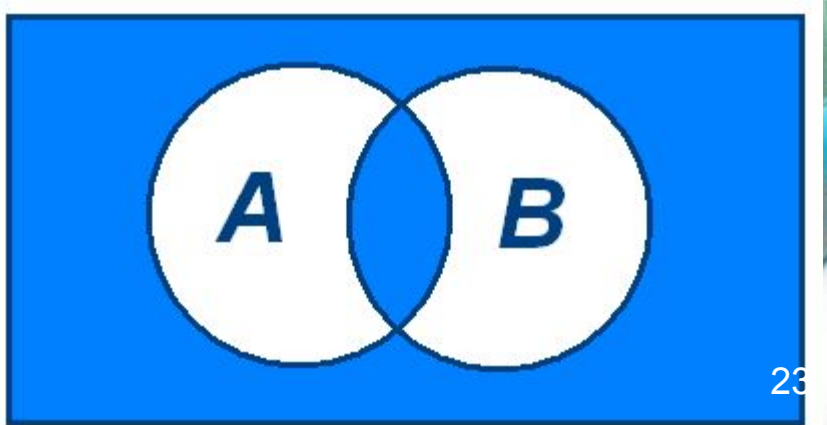
(равнозначность EQV)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.

Соответствует оборотам:
**ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА;
В ТОМ И ТОЛЬКО В ТОМ
СЛУЧАЕ**

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Обозначается \leftrightarrow ; \sim



Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. 12 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 12 делится на 3.
2. 11 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 11 делится на 3.
3. 15 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 15 делится на 3.
4. 15 делится на 5 **тогда и только тогда, когда** 15 делится на 4.

Ответ: истинными высказываниями являются: **1, 2**



Сложение по модулю 2

(неравнозначность, отрицание однозначности, исключающее ИЛИ)

Если $a = 01100101_2$
 $b = 00101001_2$
то $a \oplus b = 01001100_2$



$$F = A \oplus B, \quad F = A \text{ XOR } B$$

A	B	Неравнозначность \oplus (XOR) $A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0



Таблица истинности основных функций

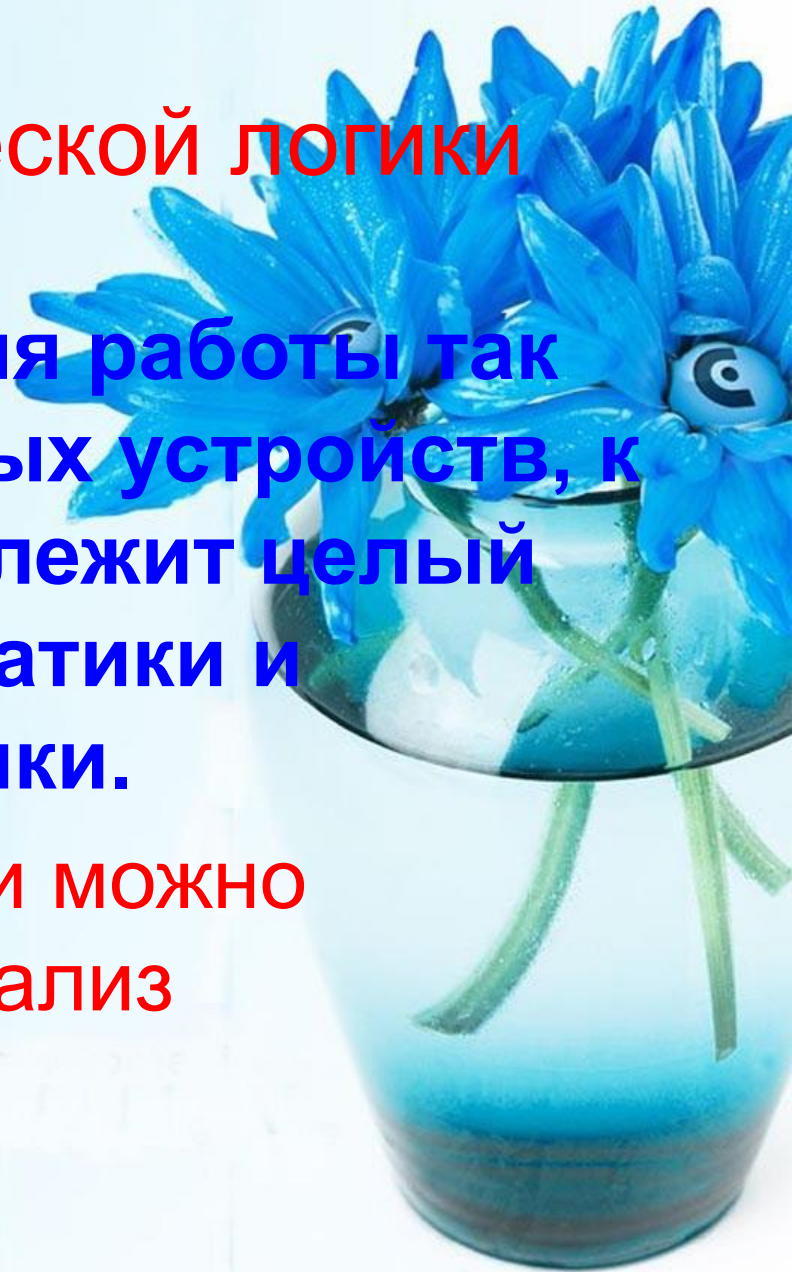
A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$	$A \oplus B$
0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0







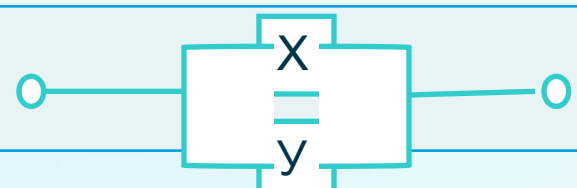
Плюсы математической логики

Применяется для описания работы так называемых дискретных устройств, к числу которых принадлежит целый класс устройств автоматики и вычислительной техники.

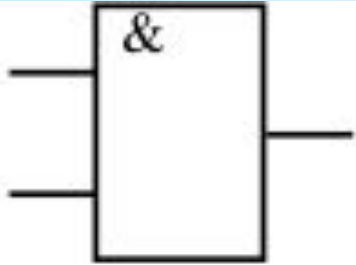
При помощи алгебры логики можно производить синтез и анализ электронных схем.



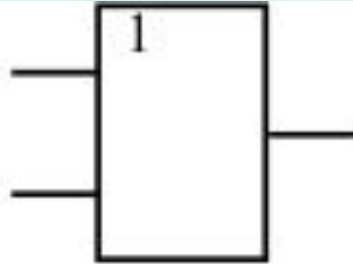
Некоторые функции проводимости $F(x)$, для x -переключательных схем

Схема	Описание	Функция
	Схема не содержит переключателей	$F = 1$
	Один постоянно разомкнутый переключатель	$F = 0$
	Ток идёт, если X замкнут и не идёт, если X разомкнут.	$F = x$
	Проводит ток, когда оба переключателя замкнуты и не проводит, если хоть 1 один разомкнут.	$F = x \wedge y$
	Проводит ток, когда замкнут хоть один переключатель	$F = x \vee y$

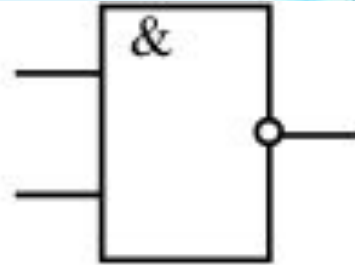
Условно-графические обозначения (УГО) некоторых логических элементов



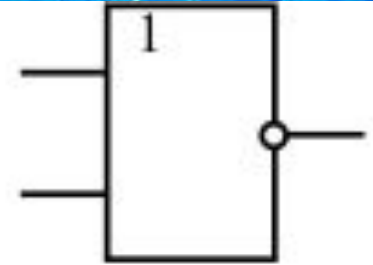
а) конъюнктор
(элемент "И")



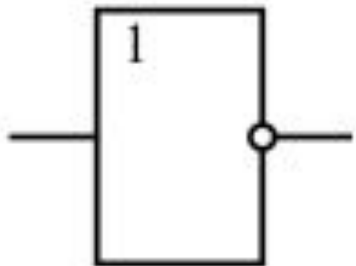
б) дизъюнктор
(элемент "ИЛИ")



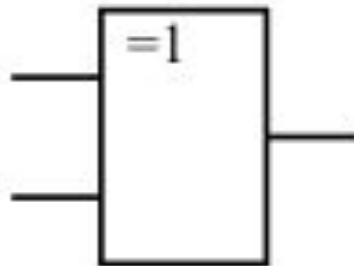
в) элемент
"И-НЕ"



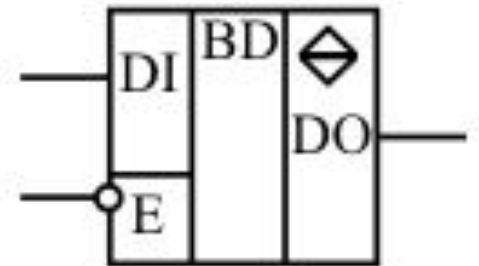
г) элемент
"ИЛИ-НЕ"



д) инвертор
(элемент "НЕ")

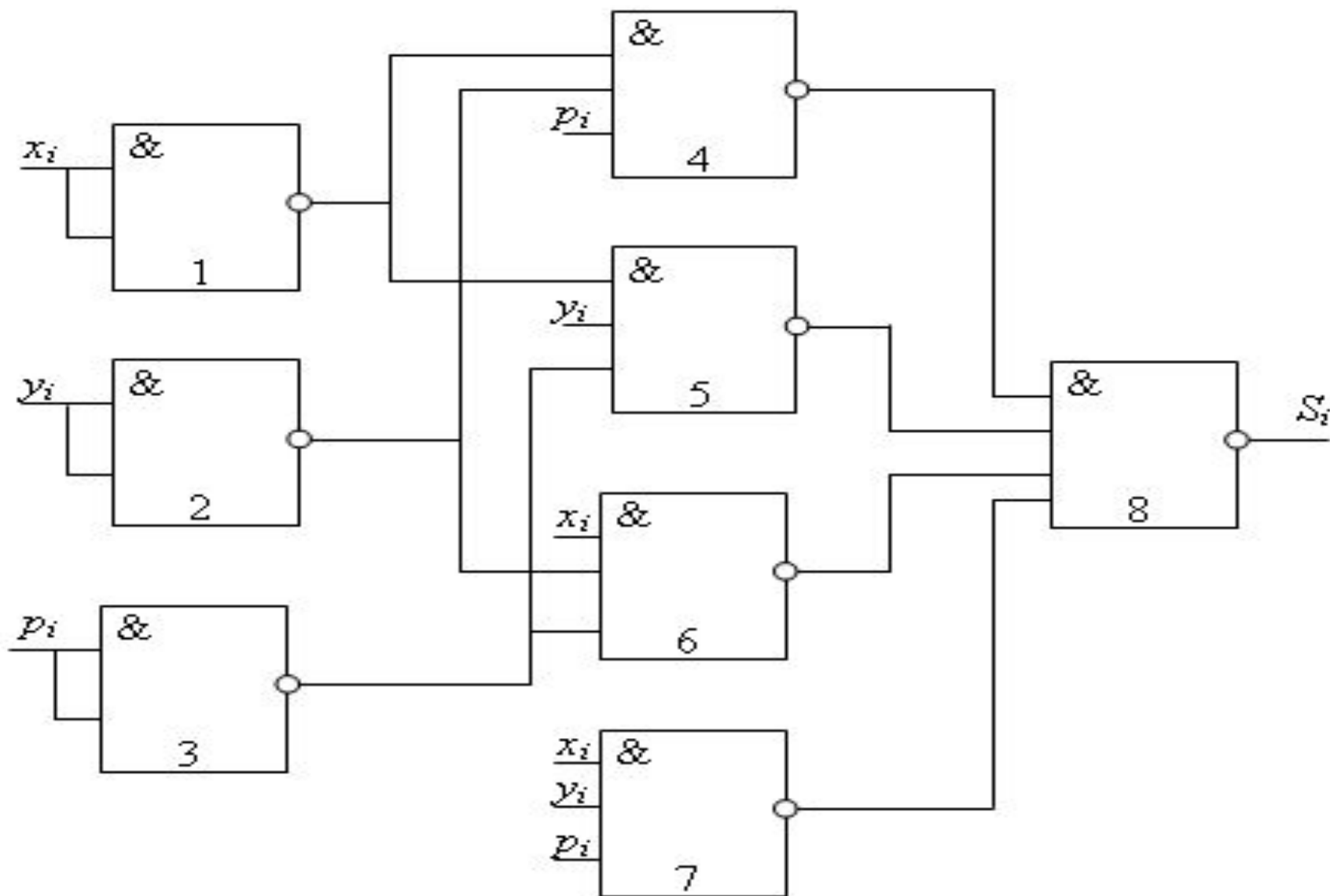


е) элемент
"НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ"

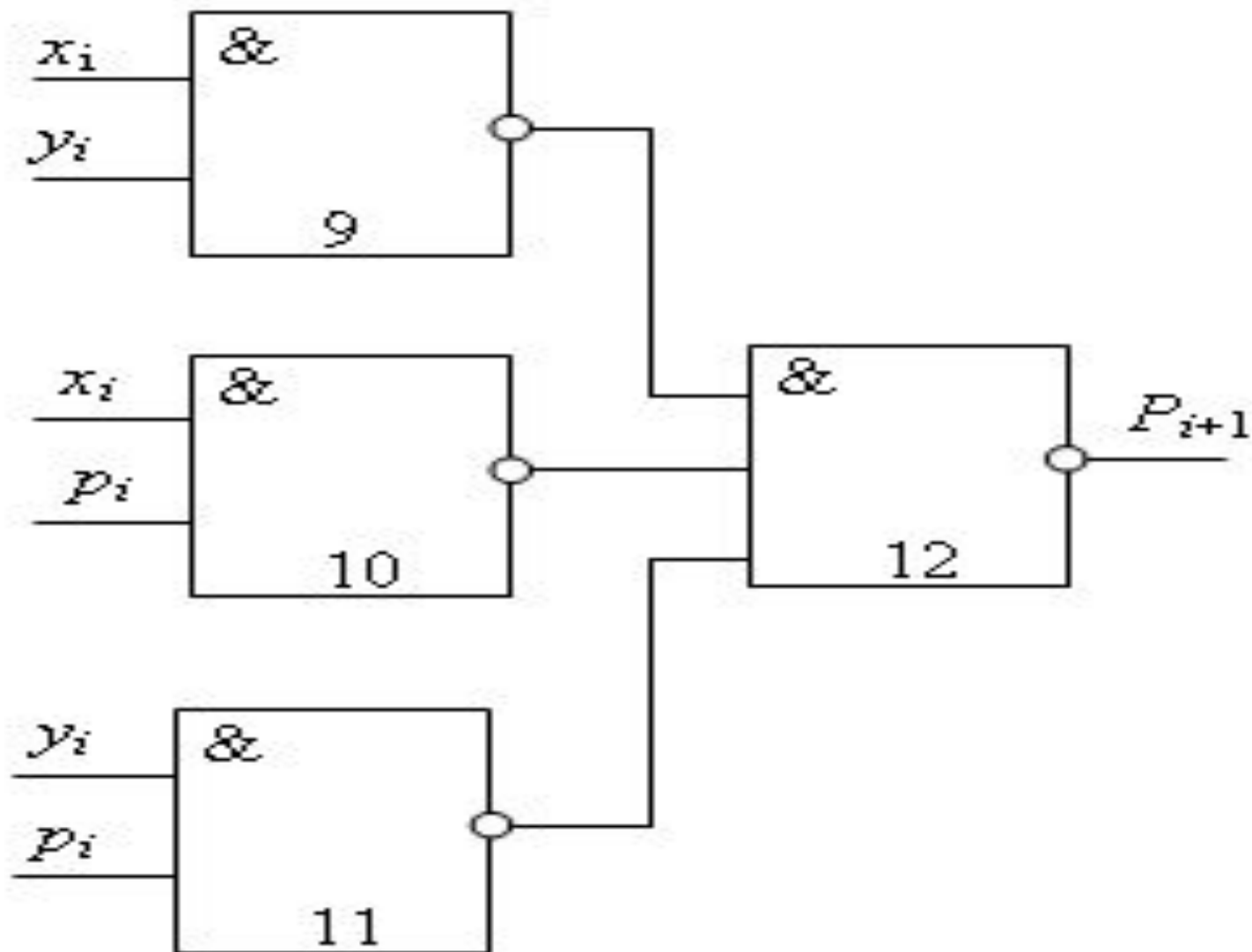


ж) элемент с тремя
выходными состояниями

Схема, реализующая функцию суммы одноразрядного сумматора

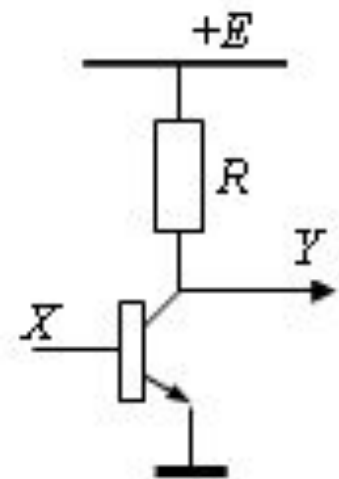


Схема, реализующая функцию переноса одноразрядного сумматора

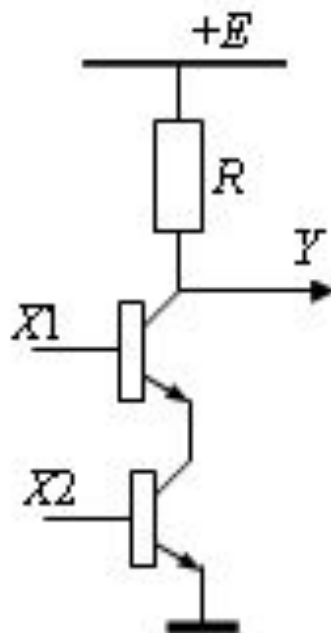


Схемотехническая реализация ЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

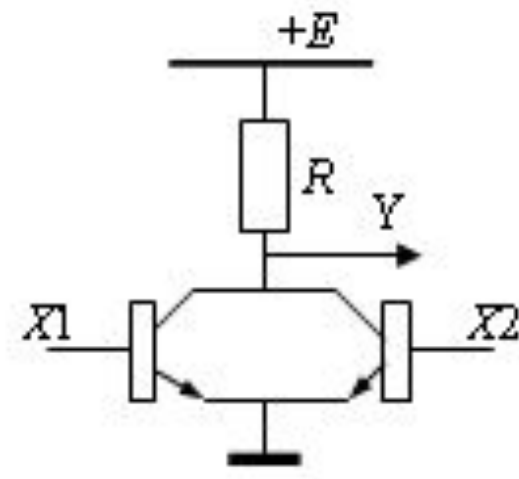
- Каждый логический элемент – это электронно-техническое изделие.



а) инвертор

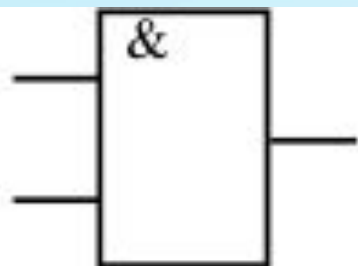


б) элемент "И-НЕ"

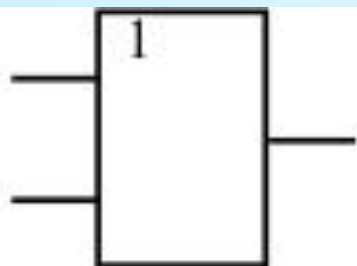


в) элемент "ИЛИ-НЕ"

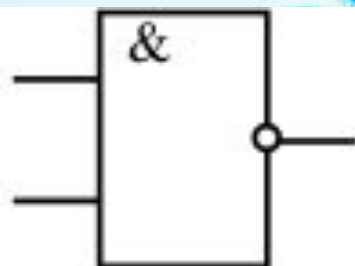
Условно-графические обозначения (УГО) некоторых логических элементов



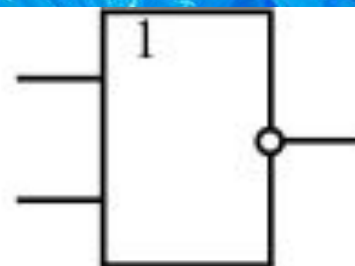
а) конъюнктор
(элемент "И")



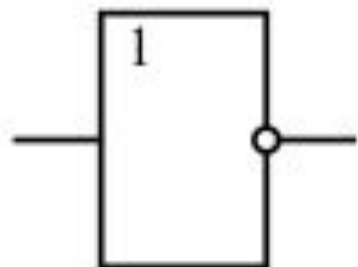
б) дизъюнктор
(элемент "ИЛИ")



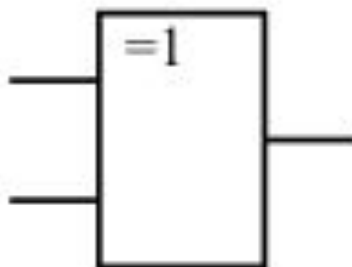
в) элемент
"И-НЕ"



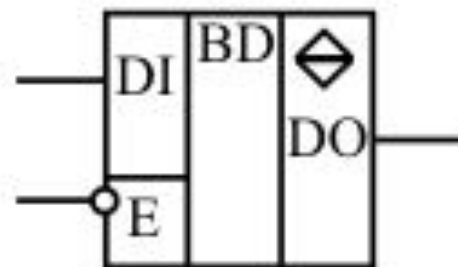
г) элемент
"ИЛИ-НЕ"



д) инвертор
(элемент "НЕ")

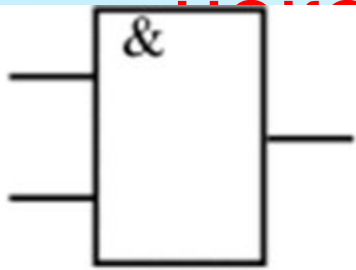


е) элемент
"НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ"

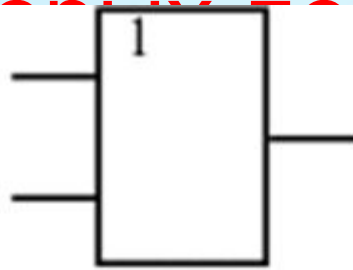


ж) элемент с тремя
выходными состояниями

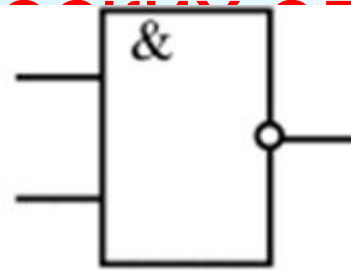
Условно-графические обозначения (УГО)



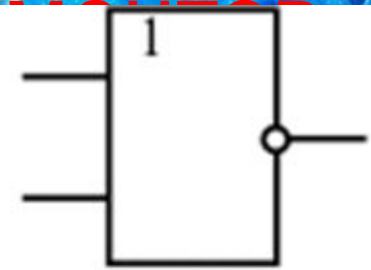
а) конъюнктор
(элемент "И")



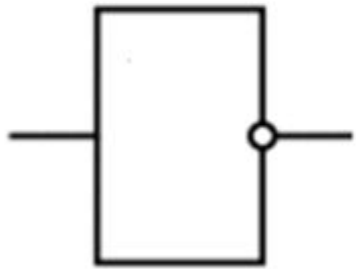
б) дизъюнктор
(элемент "ИЛИ")



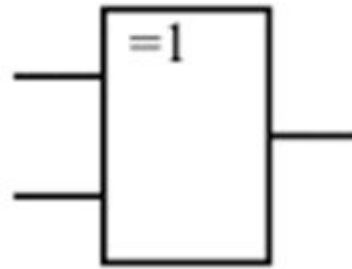
в) элемент
"И-НЕ"



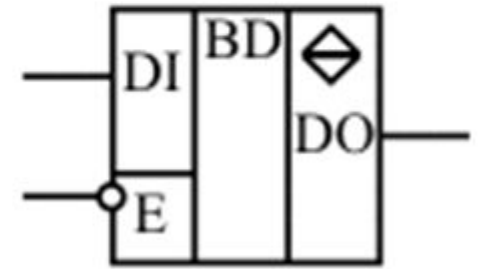
г) элемент
"ИЛИ-НЕ"



д) инвертор
(элемент "НЕ")



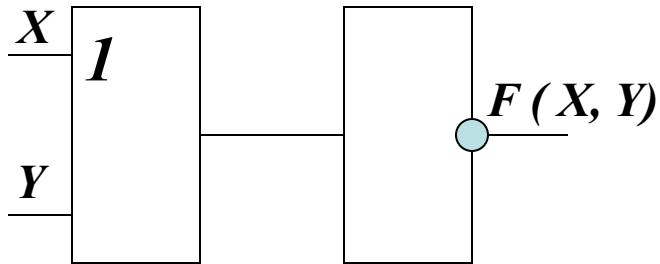
е) элемент
"НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ"



ж) элемент с тремя
выходными состояниями

Функциональные схемы и структурные формулы логических устройств

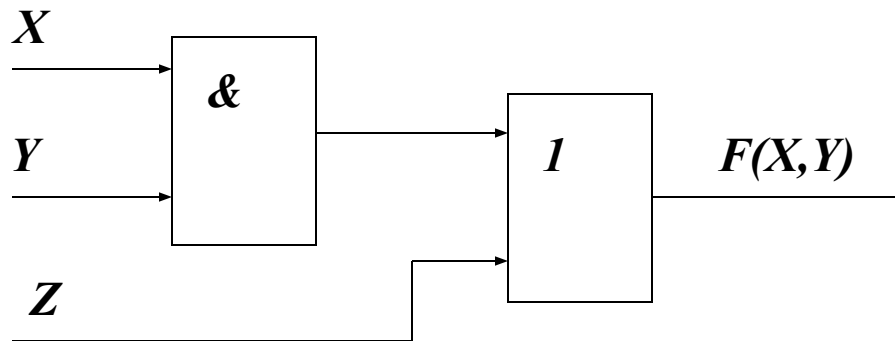
Определите структурную формулу по заданной функциональной схеме



Ответ: $F(X, Y) = \overline{X \vee Y}$

*Начерти переключательную схему,
реализующую следующую логическую
функцию*

$$F(X, Y) = X \& Y \vee Z$$



Домашнее задание:

Дана структурная формула. Постройте соответствующую ей функциональную схему.

а) $F(P, Q, R) = P \& Q \& R \vee (P \vee Q \vee R) \& \overline{Q}$

б) $Y(A, B) = \overline{A} \& (\overline{A \vee B})$

Определите структурную формулу по заданной функциональной схеме

