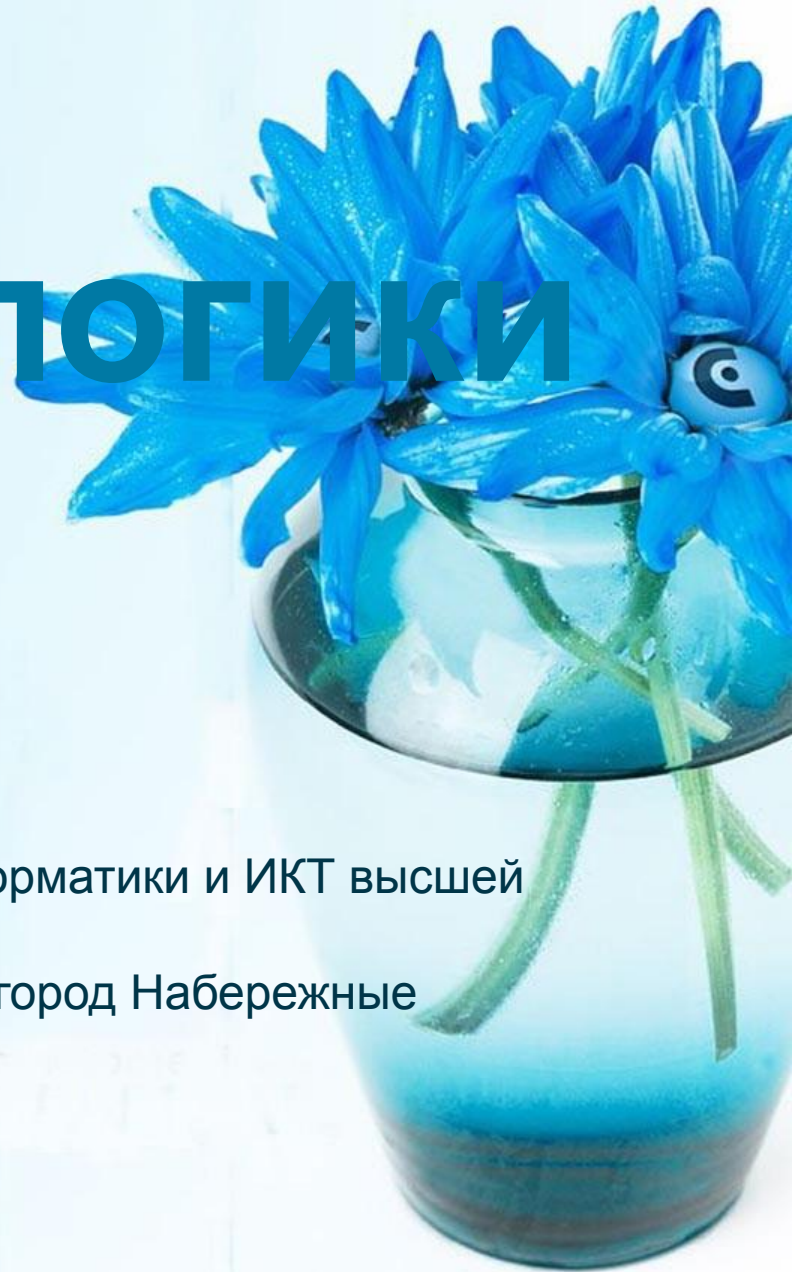
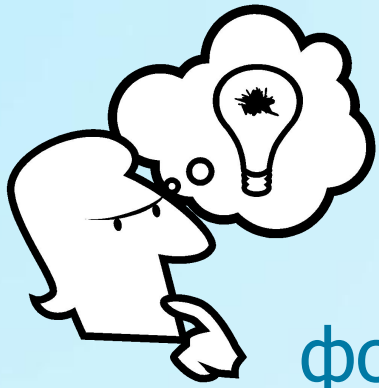


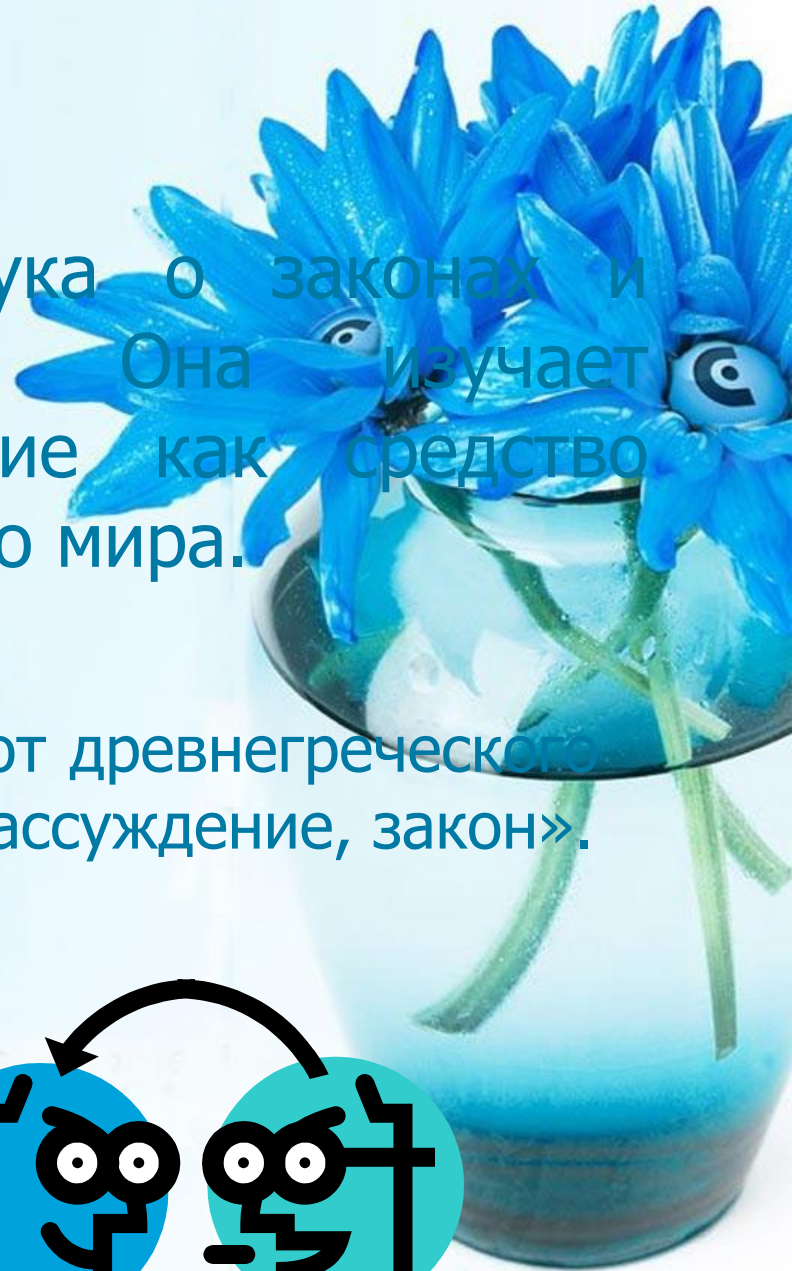
# ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Ханнанова С.Т. , учитель информатики и ИКТ высшей  
квалификационной категории,  
«Лицей №78 им.А.С.Пушкина, город Набережные  
Челны, Республика Татарстан

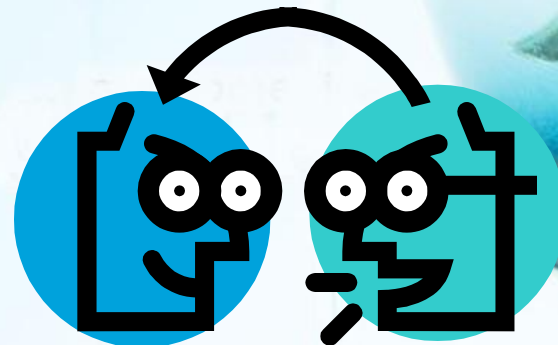




Логика – это наука о законах и формах мышления. Она изучает абстрактное мышление как средство познания объективного мира.

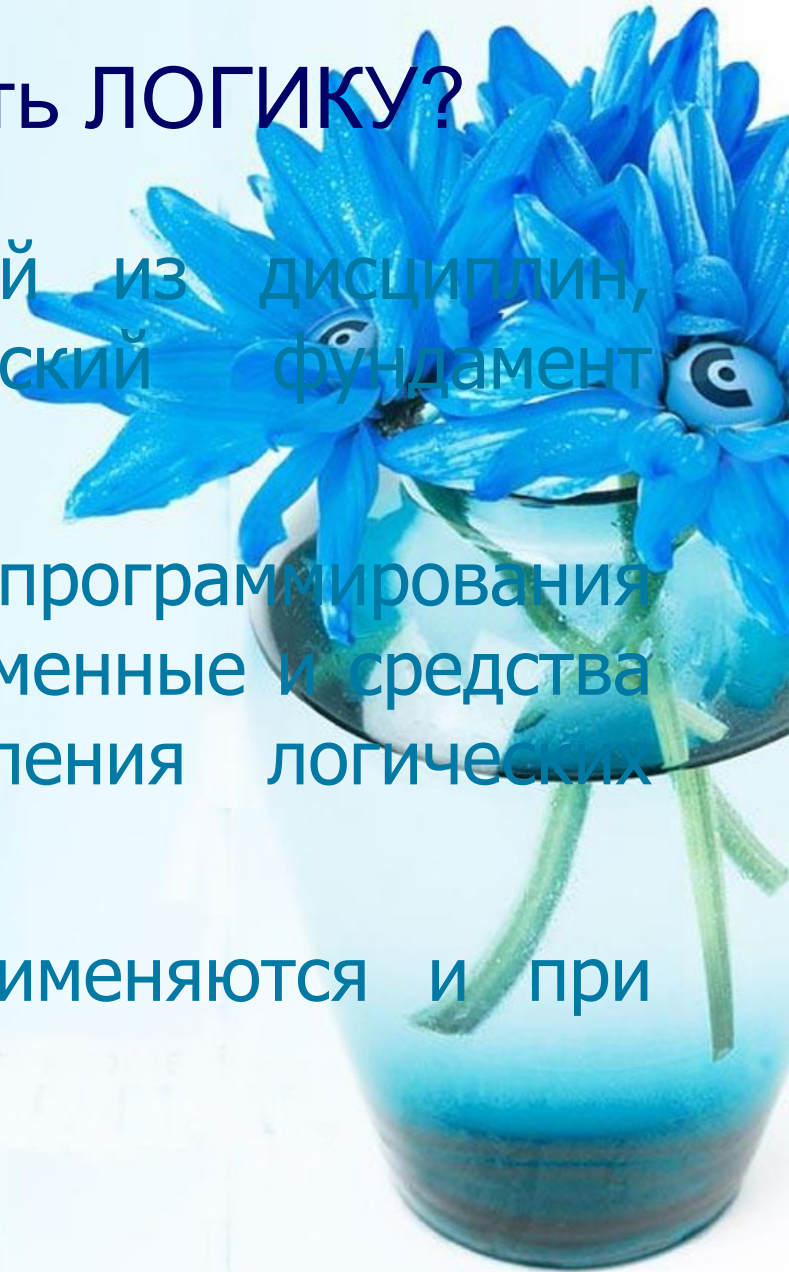


Термин «логика» происходит от древнегреческого logos – «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон».



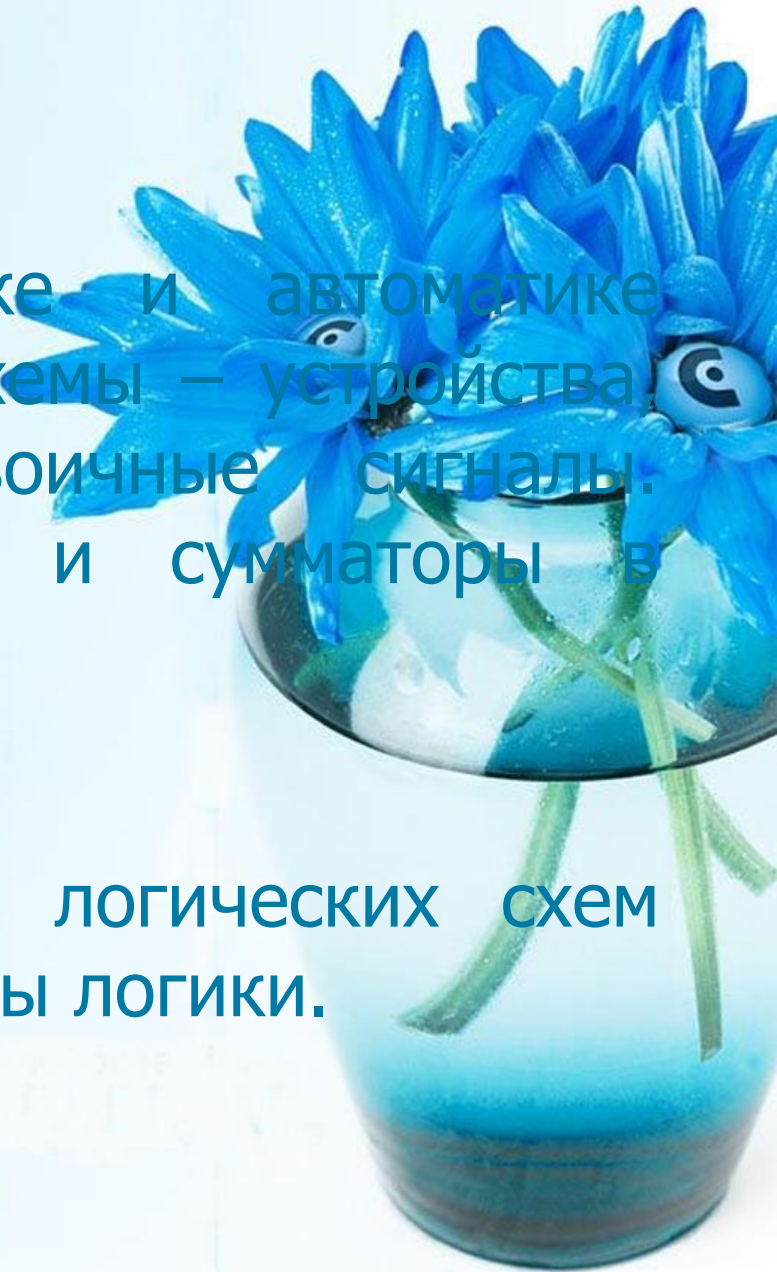
# Зачем нужно изучать ЛОГИКУ?

1. Логика является одной из дисциплин, образующих математический фундамент информатики.
2. Любой язык программирования содержит логические переменные и средства для описания и вычисления логических выражений.
3. Логические методы применяются и при работе с базами данных.



4. В вычислительной технике и автоматике используются логические схемы – устройства, которые преобразуют двоичные сигналы. Например, полусумматоры и сумматоры в процессоре.

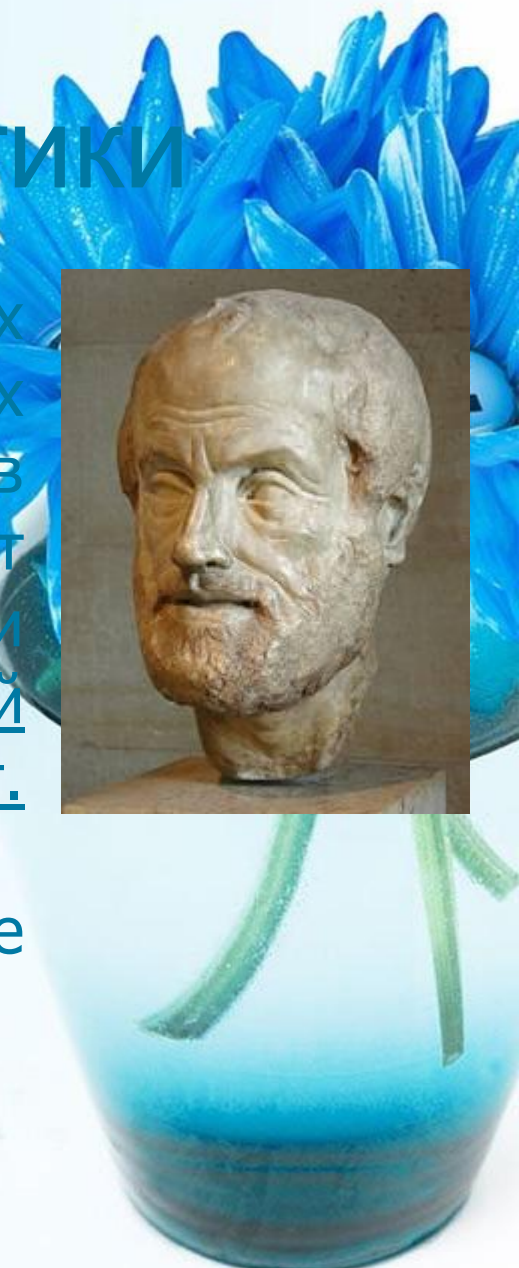
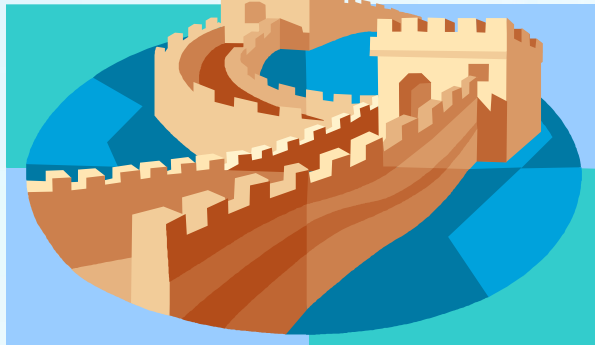
4. Анализ и проектирование логических схем опираются на законы алгебры логики.





# Этапы развития логики

1. Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Дальнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями. Основы формальной логики заложил Аристотель (384–322 гг. до н.э.), который впервые отделил логические формы речи от ее содержания.



**A V B**

2. В XVII веке немецкий ученый и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716) попытался построить первые логические исчисления, усовершенствовал и уточнил логические символы.

**A & B**



3. На фундаменте, заложенном Лейбницем, другой великий математик, англичанин Джордж Буль (1815-1864) воздвиг здание новой области науки – математической логики.

Начальный раздел математической логики называют алгеброй логики или Булевой алгеброй.



**A V B**

# Алгебра логики

Основным объектом в логике является высказывание.

**Высказывание** – это повествовательное предложение, о котором можно сказать истинно оно или ложно.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

Высказывание называется **составным**, если оно состоит из простых высказываний, соединенных логическими связками: И, ИЛИ, частицей НЕ

С точки зрения устройства ЭВМ нас интересует алгебра логики, в которой не рассматривается конкретное содержание основного понятия логики – высказывания, а важно только истинно оно или ложно.



# Примеры:

1. Москва – столица России
2. Студент математического факультета педагогического университета
3. Треугольник ABC подобен треугольнику A'B'C'
4. Луна есть спутник Марса
5. Кислород – газ
6. Каша – вкусное блюдо
7. Математика – интересный предмет
8. Железо тяжелее свинца
9. Треугольник называется равносторонним, если все его стороны равны
10. Сегодня плохая погода
11. Река Ангара впадает в озеро Байкал

**Какие из этих предложений являются высказываниями?**

**Ответ: 1, 4, 5, 8, 9, 11**





# Основные понятия логики:

**Утверждение** – высказывание, которое требуется доказать или опровергнуть.

*Например:* «Сумма внутренних углов треугольника равна  $180^0$ »

**Умозаключение** – логическая операция, в результате которой из одного или нескольких данных высказываний получается (выводится) новое высказывание.

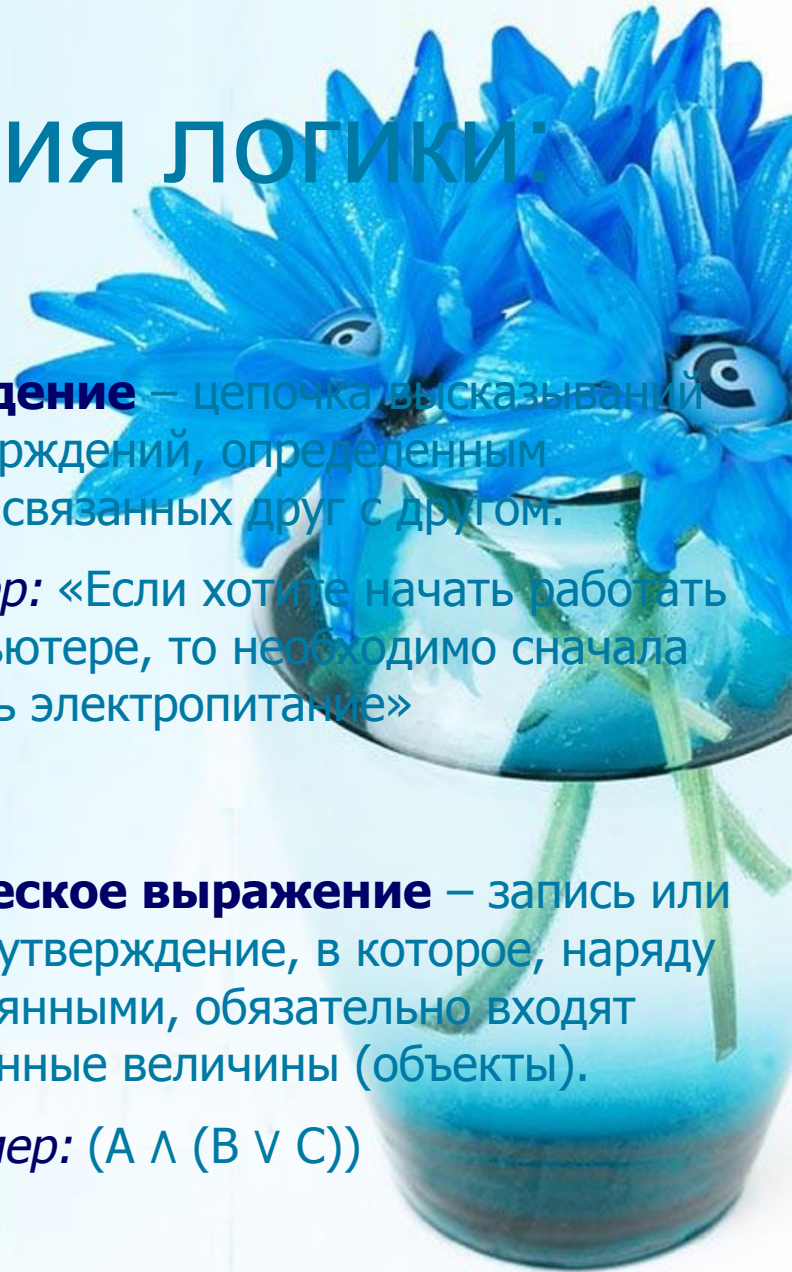
*Например:* «Все металлы электропроводны». «Ртуть является металлом». Путем умозаключения можно сделать вывод, что «Ртуть электропроводна».

**Рассуждение** – цепочка высказываний или утверждений, определенным образом связанных друг с другом.

*Например:* «Если хотите начать работать на компьютере, то необходимо сначала включить электропитание»

**Логическое выражение** – запись или устное утверждение, в которое, наряду с постоянными, обязательно входят переменные величины (объекты).

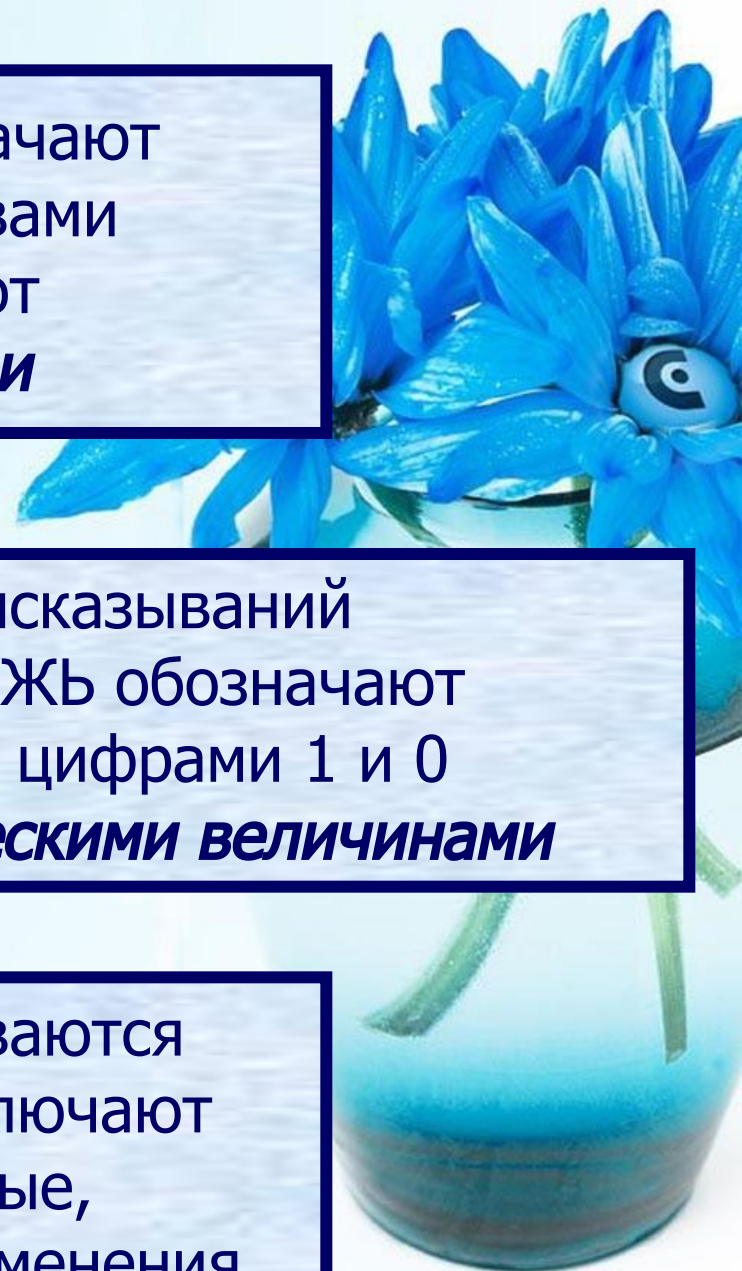
*Например:*  $(A \wedge (B \vee C))$



Простые высказывания обозначают заглавными латинскими буквами А, В, С...Х, Y, Z и называют ***логическими переменными***

Значения высказываний ИСТИНА или ЛОЖЬ обозначают соответственно цифрами 1 и 0 и называют ***логическими величинами***

Составные высказывания называются ***логическими выражениями*** и включают в себя логические переменные, операции логики и скобки для изменения порядка действий операций



# Примеры:

Рассмотрим следующие высказывания:

1.  $A = (7 > 3)$
2.  $B = (7 = 3)$
3.  $C = (7 \neq 3)$
4.  $D = (B \wedge C) = ((7 = 3) \wedge (7 \neq 3))$

На языке алгебры логики  
эти высказывания можно  
записать так:

$A = \text{ИСТИНА} = 1$

$B = \text{ЛОЖЬ} = 0$

$C = \text{ИСТИНА} = 1$

$D = \text{ЛОЖЬ} = 0$

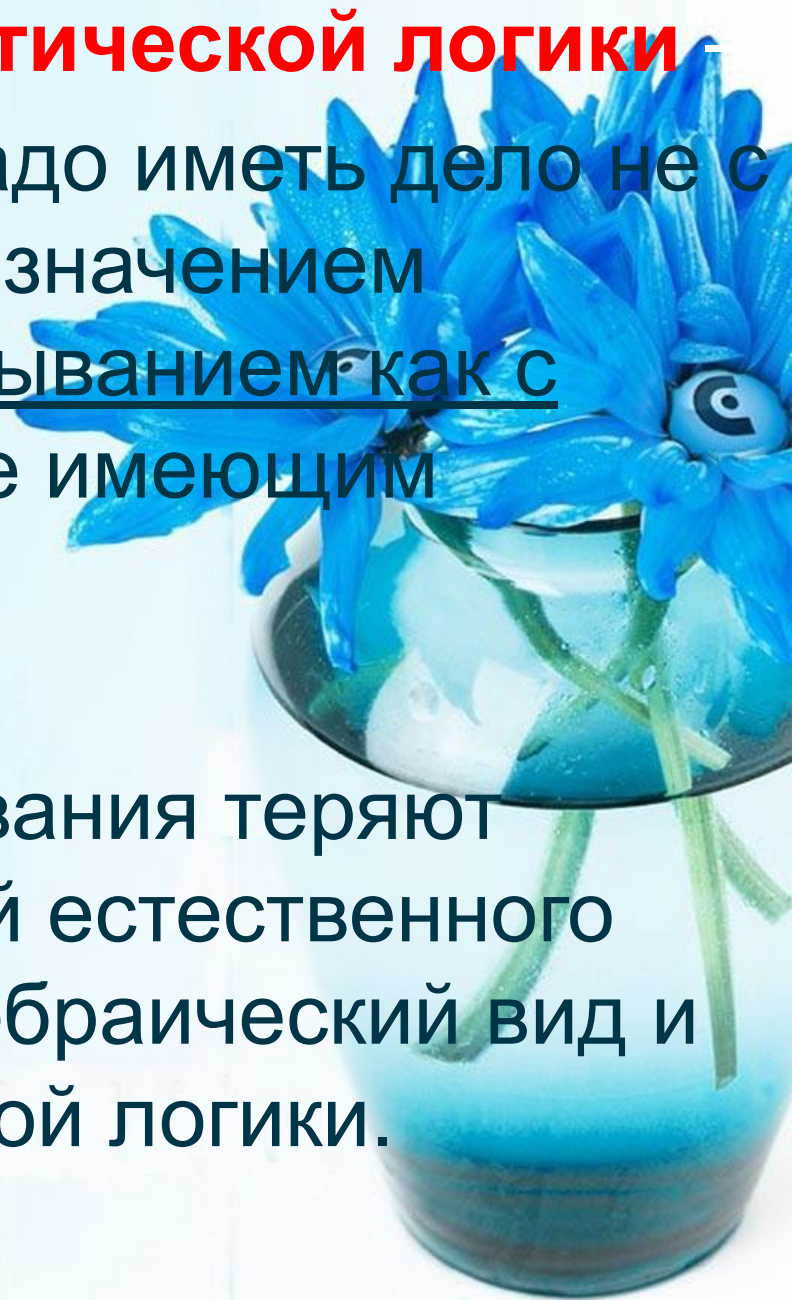




# Основная идея математической логики

в математической логике надо иметь дело не с конкретным (смысловым) значением высказывания, а с высказыванием как с абстрактным объектом, не имеющим конкретного содержания.

Вследствие этого высказывания теряют особенности предложений естественного языка и приобретают алгебраический вид и могут исчисляться алгеброй логики.

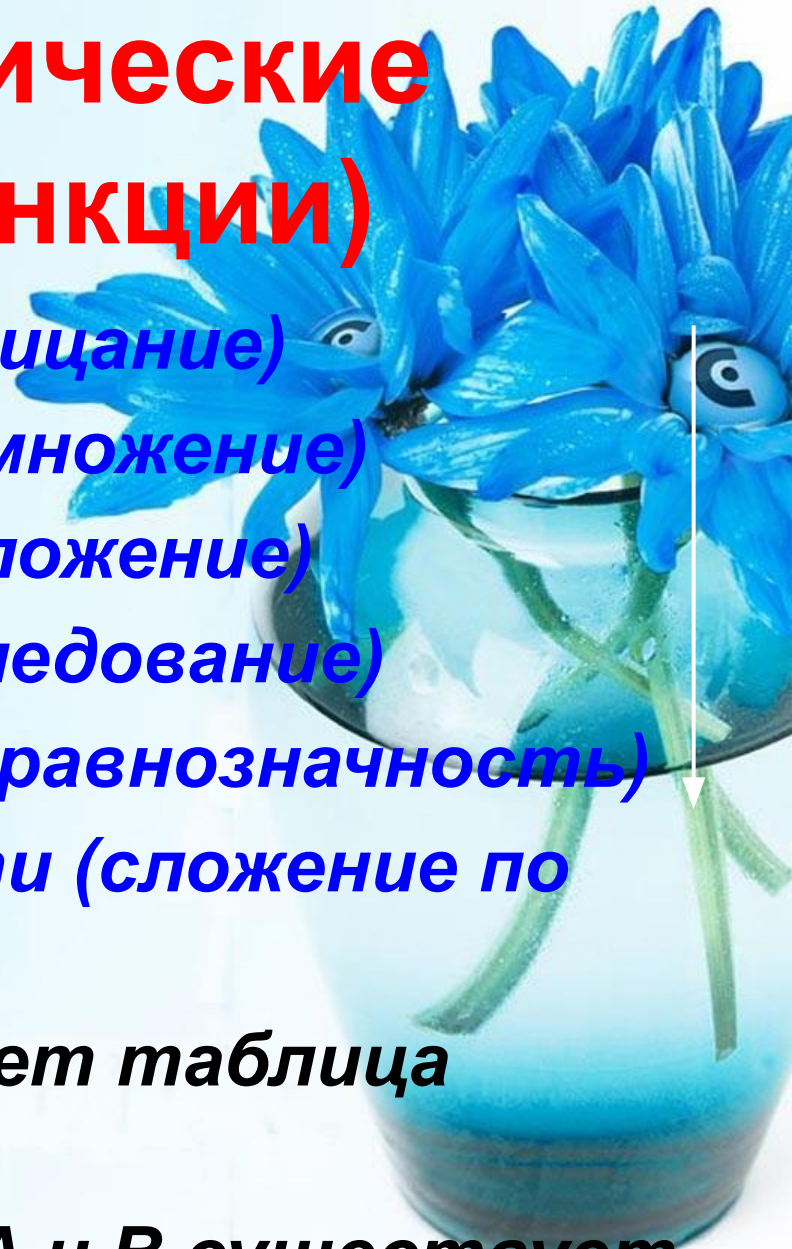


# Основные логические операции (функции)

- Инверсия (логическое отрицание)
- Конъюнкция (логическое умножение)
- Дизъюнкция (логическое сложение)
- Импликация (логическое следование)
- Эквиваленция (логическая равнозначность)
- Отрицание равнозначности (сложение по модулю 2)

**У каждой функции существует таблица истинности.**

**Всего для двух переменных  $A$  и  $B$  существует 16 различных логических функций.**



# Основные логические операции

*У каждой функции существует таблица истинности.*

*Всего для двух переменных  $A$  и  $B$  существует 16 различных логических функций.*

$A$	$B$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$	$F_7$	$F_8$	$F_9$	$F_{10}$	$F_{11}$	$F_{12}$	$F_{13}$	$F_{14}$	$F_{15}$	$F_{16}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1





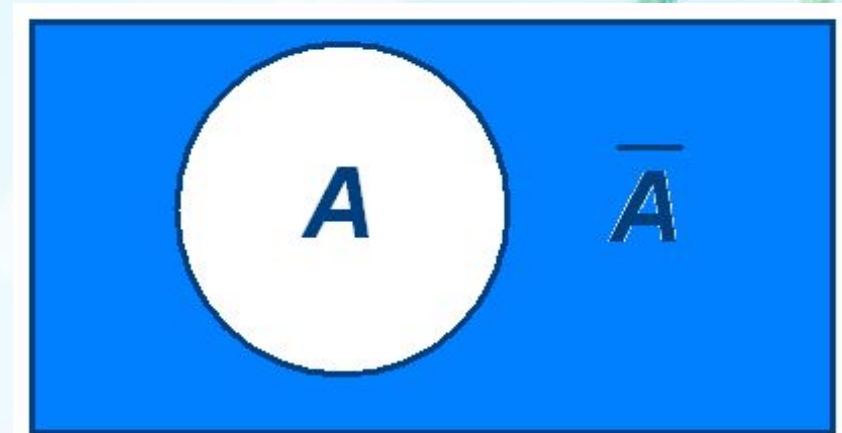
# Логическая операция **ИНВЕРСИЯ** (отрицание)

Каждому простому высказыванию ставит в соответствие составное высказывание, заключающееся в том, что исходное высказывание отрицает.



Соответствует частице **НЕ (NOT)**  
Обозначается  $\bar{A}$  или  $\neg A$

<b>A</b>	$\bar{A}$
0	1
1	0



# Примеры:

Сформулируйте отрицания следующих высказываний и укажите значения истинности полученных отрицаний:

1. Волга впадает в Каспийское море.
2. Число 28 не делится на число 7.
3.  $6 > 3$ .
4.  $4 \leq 5$ .

Ответ: истинными высказываниями являются: 2



# Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ**

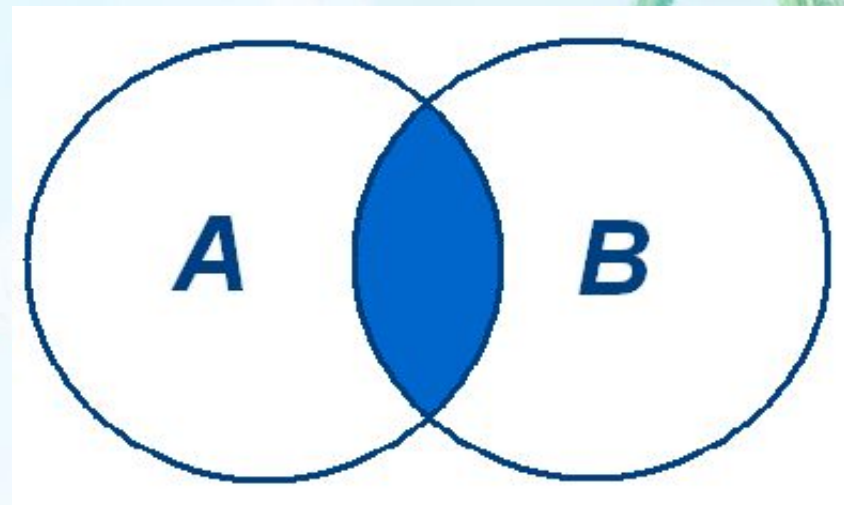
(логическое умножение)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказываний истинны.

Соответствует союзу **И** (AND)

Обозначается **&** или  **$\wedge$**  или **+**

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \wedge B</math></b>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



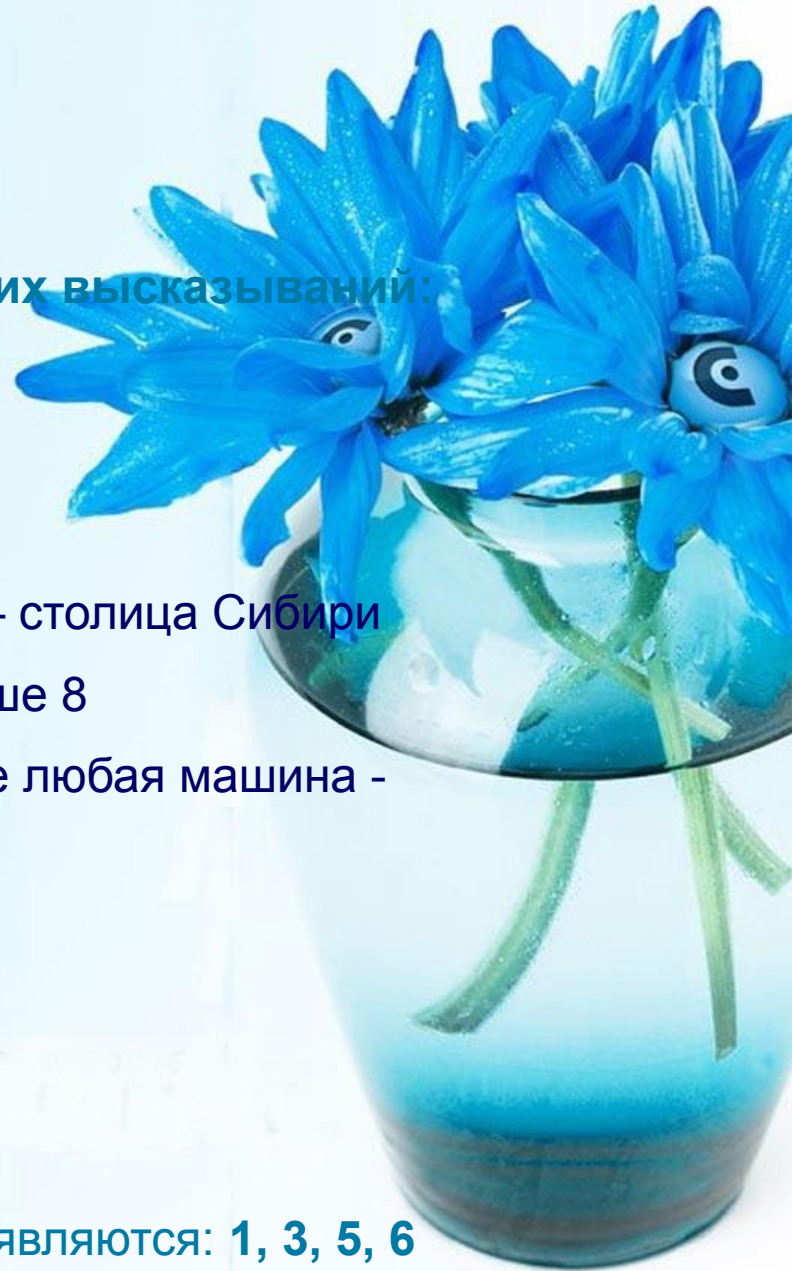


# Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. Ленинград расположен на Неве **и**  $2 + 3 = 5$
2. 7 – простое число **и** 9 – простое число
3.  $2 * 2 = 4$  **и**  $2 * 2 \leq 5$  **и**  $2 * 2 \geq 4$
4. Москва – столица России **и** Екатеринбург – столица Сибири
5. Книга – источник информации **и** 5 не больше 8
6. Девочки обычно любят играть в куклы **и** Не любая машина - автомобиль
7. Все гуси – птицы **и** Все игрушки - машины

**Ответ:** истинными высказываниями являются: 1, 3, 5, 6



# Логическая операция **ДИЗЪЮНКЦИЯ**

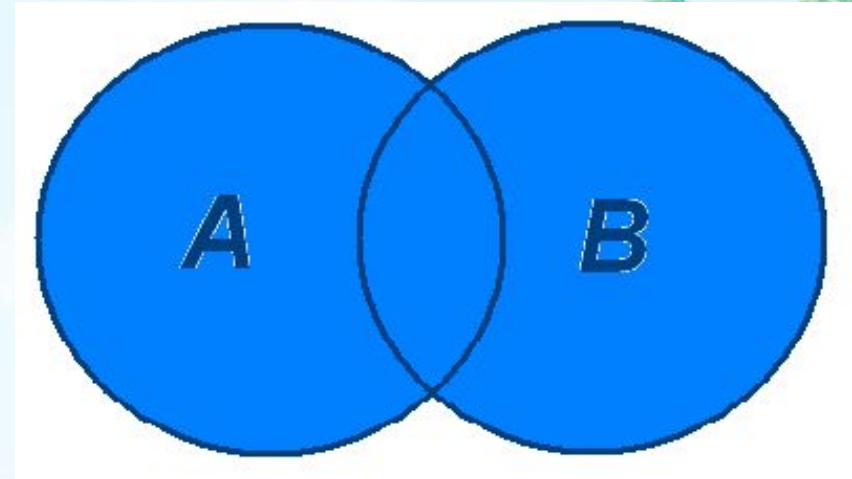
(логическое сложение)

Каждым двум простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны, а истинным, когда хотя бы одно из двух исходных высказываний истинно.

Соответствует союзу **ИЛИ** (OR).

Обозначается  **$\vee$**  или  **$\bullet$**

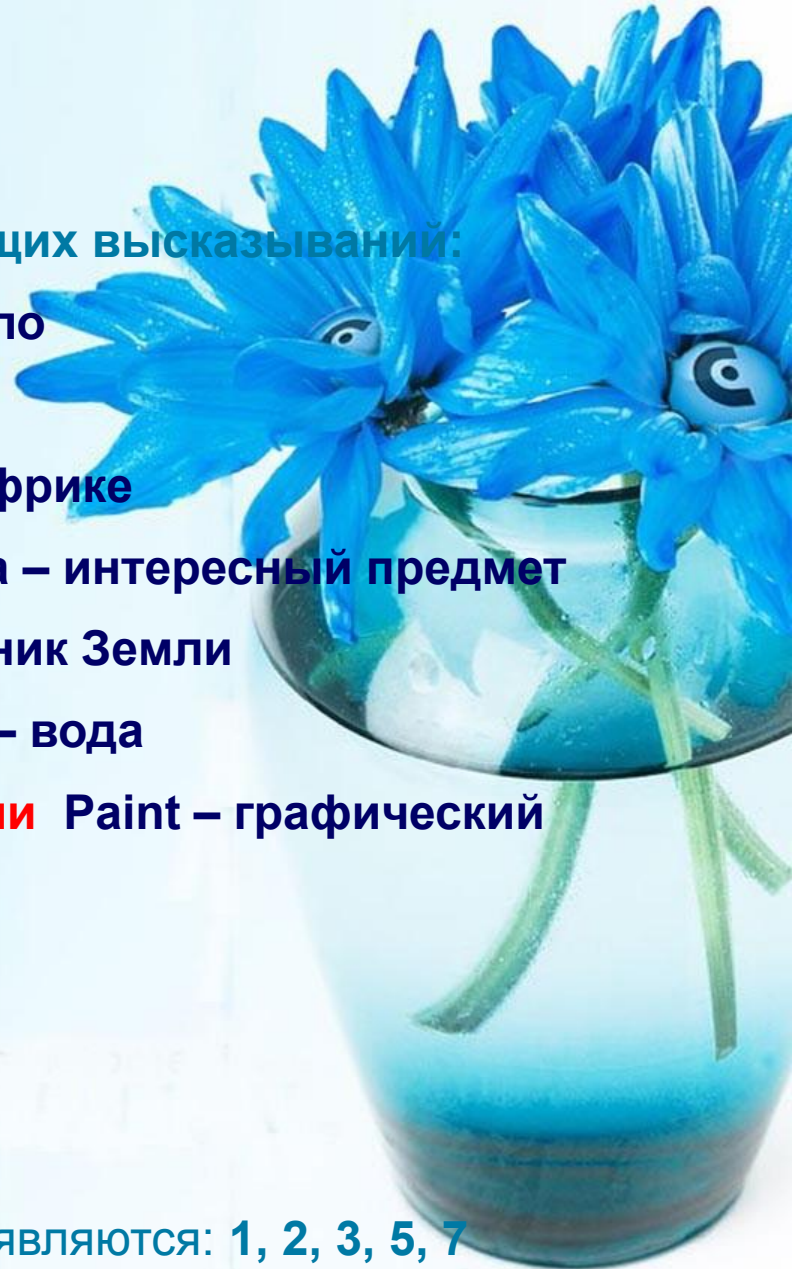
<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \vee B</math></b>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



# Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. 7 – простое число **или** 9 – простое число
2. Число 2 четное **или** Это простое число
3.  $2 * 2 = 4$  **или** Белые медведи живут в Африке
4. Каша – вкусное блюдо **или** Математика – интересный предмет
5. Луна – спутник Марса **или** Луна – спутник Земли
6. Сегодня плохая погода **или** Кислород – вода
7. Microsoft Word – текстовый редактор **или** Paint – графический редактор



Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 2, 3, 5, 7



# Логическая операция **ИМПЛИКАЦИЯ**

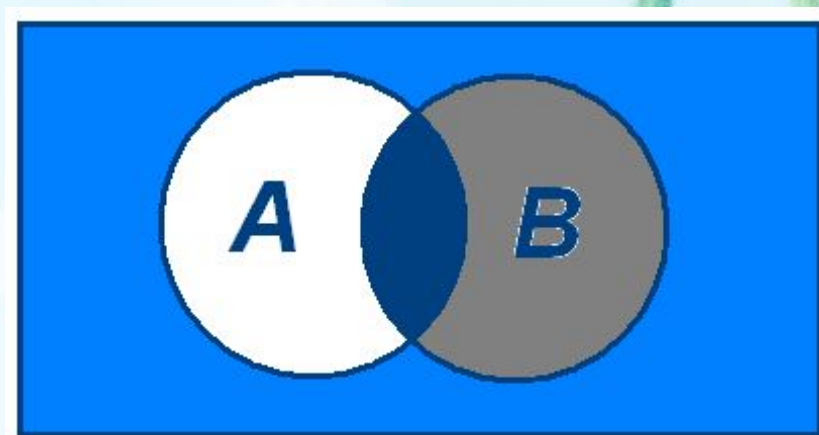
(логическое следование IMP)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A =&gt; B</b>
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Соответствует обороту **ЕСЛИ..., ТО...**

Обозначается **=>**



# Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. **Если** 12 делится на 6, **то** 12 делится на 3.
2. **Если** 11 делится на 6, **то** 11 делится на 3.
3. **Если** 15 делится на 6, **то** 15 делится на 3.
4. **Если** 15 делится на 3, **то** 15 делится на 6.
5. **Если** Мытищи расположены на Неве, **то** белые медведи обитают в Африке.

Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 2, 3, 5



# Логическая операция ЭКВИВАЛЕНЦИЯ

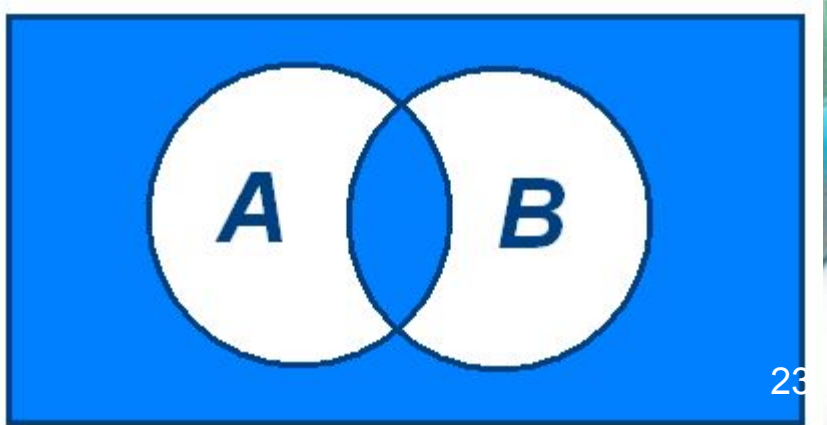
(равнозначность EQV )

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.

Соответствует оборотам:  
**ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА;  
В ТОМ И ТОЛЬКО В ТОМ  
СЛУЧАЕ**

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Обозначается  $\leftrightarrow$ ;  $\sim$





# Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. 12 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 12 делится на 3.
2. 11 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 11 делится на 3.
3. 15 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 15 делится на 3.
4. 15 делится на 5 **тогда и только тогда, когда** 15 делится на 4.

Ответ: истинными высказываниями являются: **1, 2**



# Сложение по модулю 2

(неравнозначность, отрицание однозначности, исключающее ИЛИ)

Если  $a = 01100101_2$   
 $b = 00101001_2$   
то  $a \oplus b = 01001100_2$



$$F = A \oplus B, \quad F = A \text{ XOR } B$$

A	B	Неравнозначность $\oplus$ (XOR) $A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0



# Таблица истинности основных функций

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>\neg A</math></b>	<b><math>A \wedge B</math></b>	<b><math>A \vee B</math></b>	<b><math>A \Rightarrow B</math></b>	<b><math>A \leftrightarrow B</math></b>	<b><math>A \oplus B</math></b>
0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0

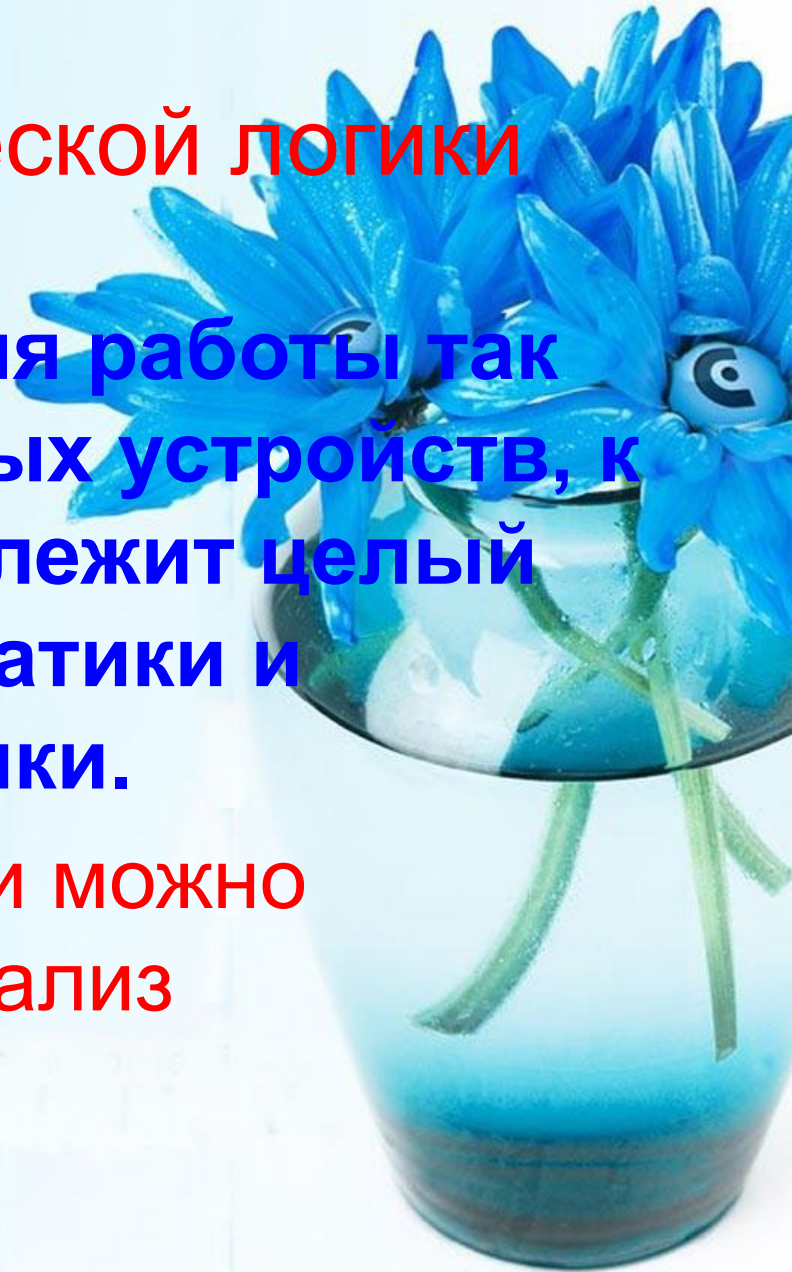







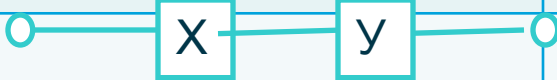
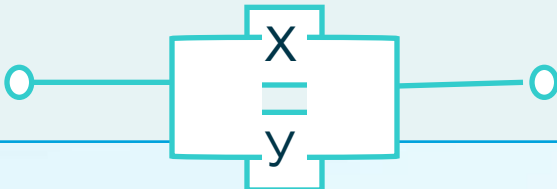
## Плюсы математической логики

Применяется для описания работы так называемых дискретных устройств, к числу которых принадлежит целый класс устройств автоматики и вычислительной техники.

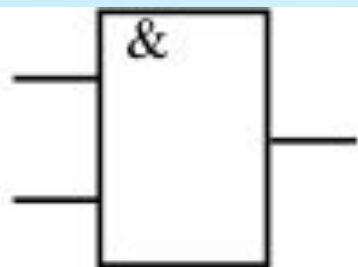
При помощи алгебры логики можно производить синтез и анализ электронных схем.



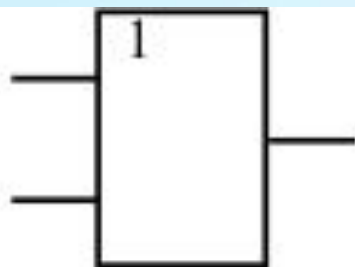
# Некоторые функции проводимости $F(x)$ , для $x$ -переключательных схем

Схема	Описание	Функция
	Схема не содержит переключателей	$F = 1$
	Один постоянно разомкнутый переключатель	$F = 0$
	Ток идёт, если $X$ замкнут и не идёт, если $X$ разомкнут.	$F = x$
	Проводит ток, когда оба переключателя замкнуты и не проводит, если хоть 1 один разомкнут.	$F = x \wedge y$
	Проводит ток, когда замкнут хоть один переключатель	$F = x \vee y$

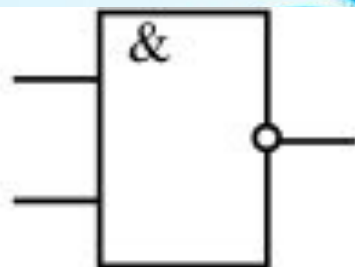
# Условно-графические обозначения (УГО) некоторых логических элементов



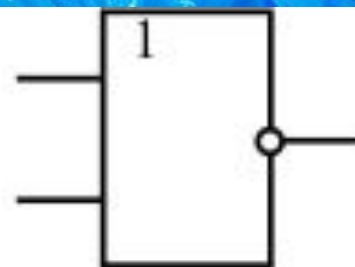
а) конъюнктор  
(элемент "И")



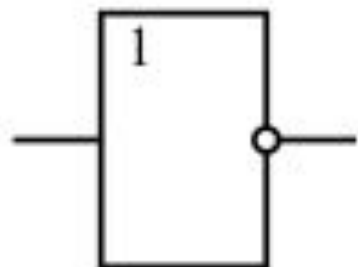
б) дизъюнктор  
(элемент "ИЛИ")



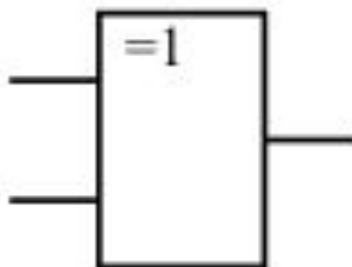
в) элемент  
"И-НЕ"



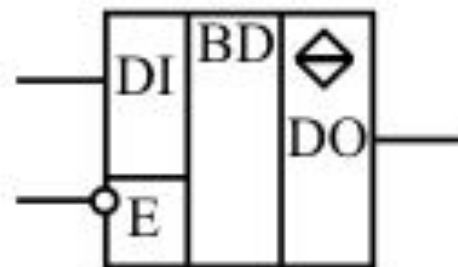
г) элемент  
"ИЛИ-НЕ"



д) инвертор  
(элемент "НЕ")



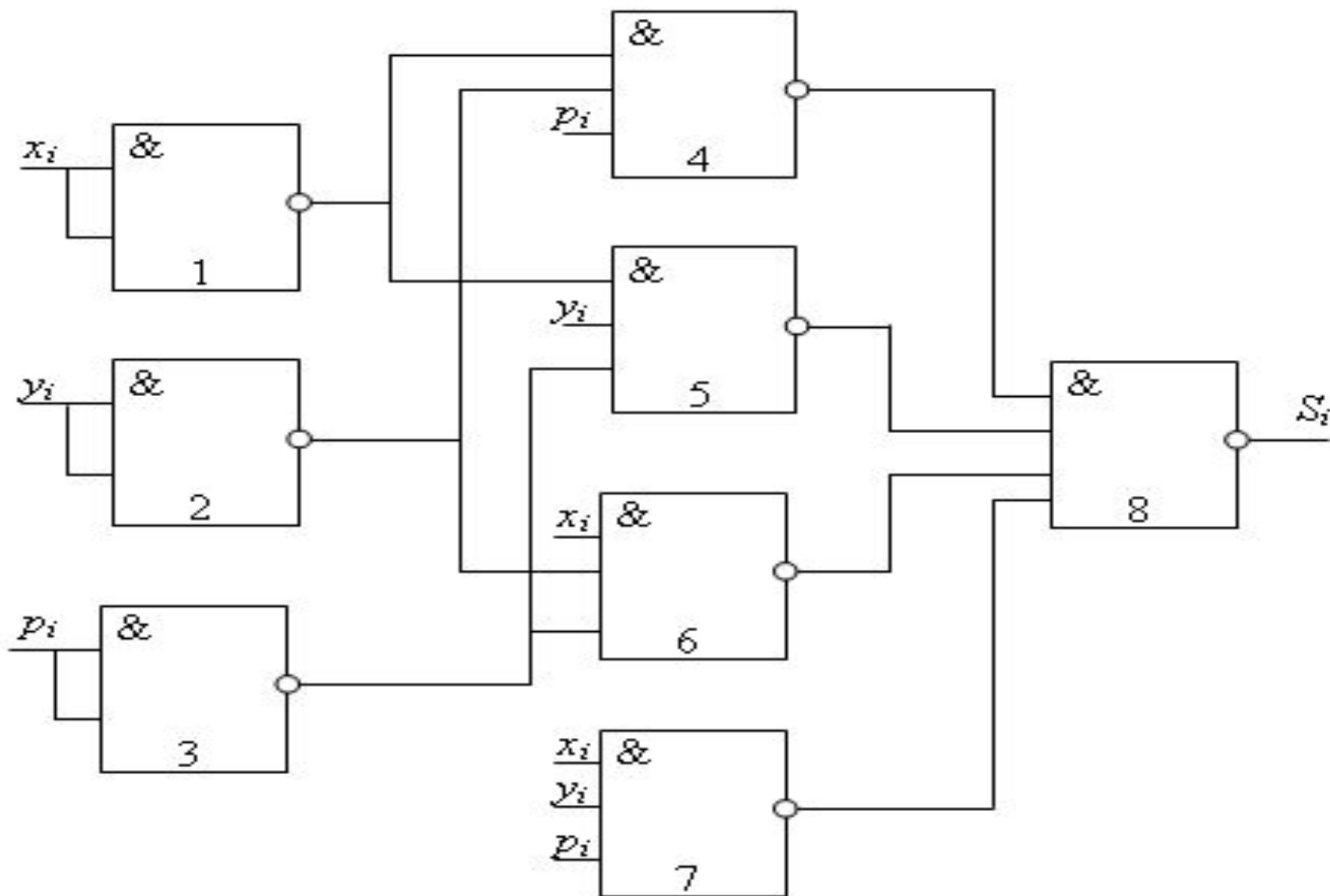
е) элемент  
"НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ"



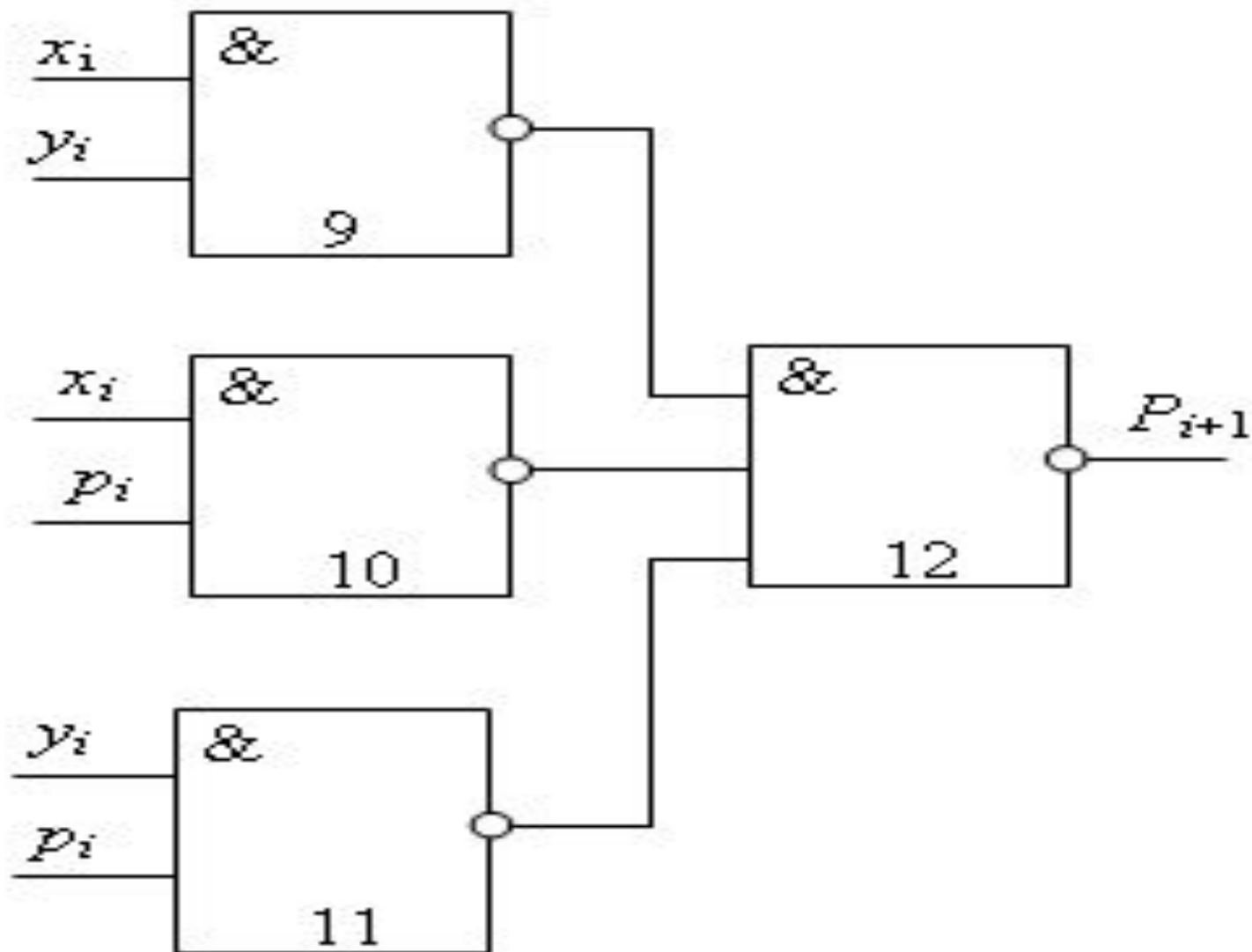
ж) элемент с тремя  
выходными состояниями



# Схема, реализующая функцию суммы одноразрядного сумматора

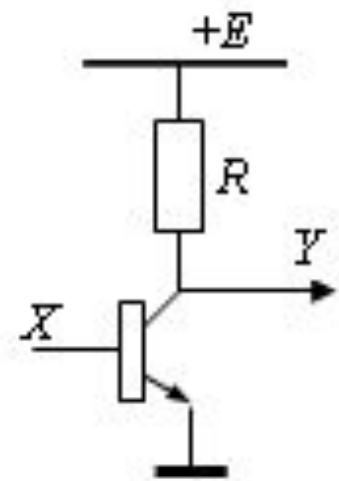


# Схема, реализующая функцию переноса одноразрядного сумматора

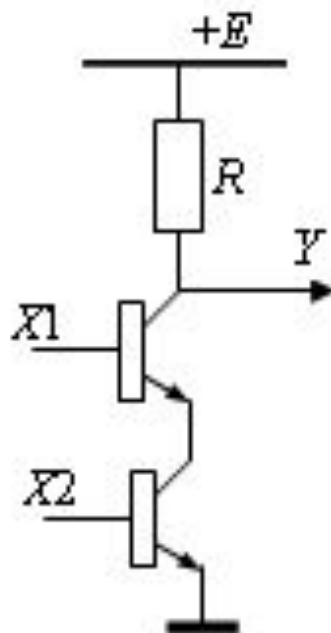


# Схемотехническая реализация ЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

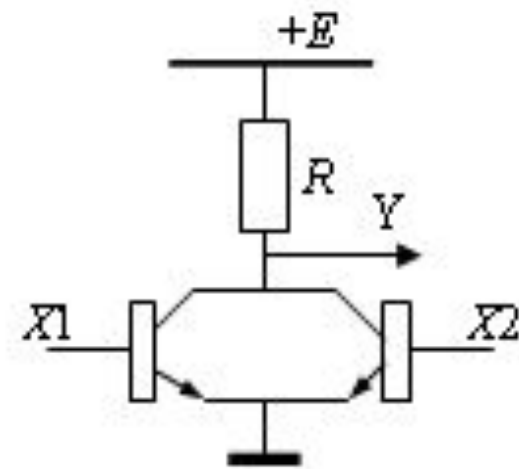
- Каждый логический элемент – это электронно-техническое изделие.



а) инвертор



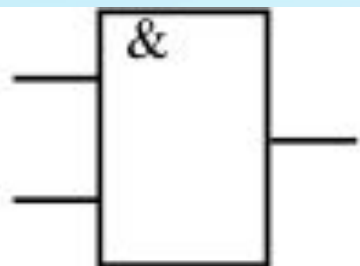
б) элемент "И-НЕ"



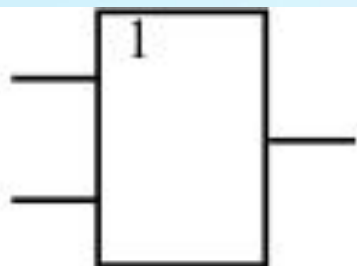
в) элемент "ИЛИ-НЕ"



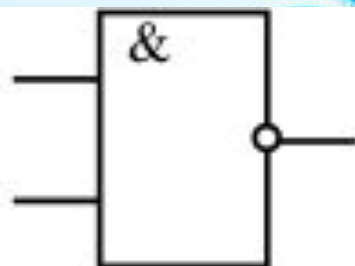
# Условно-графические обозначения (УГО) некоторых логических элементов



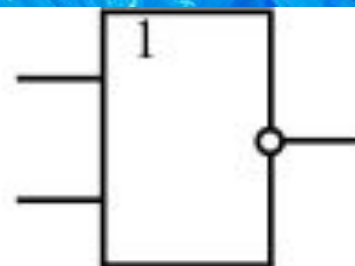
а) конъюнктор  
(элемент "И")



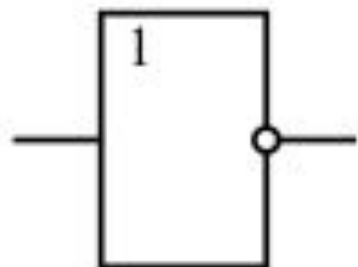
б) дизъюнктор  
(элемент "ИЛИ")



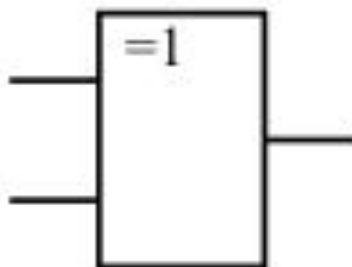
в) элемент  
"И-НЕ"



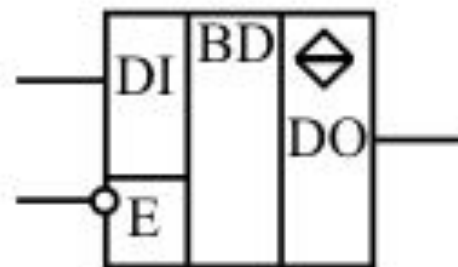
г) элемент  
"ИЛИ-НЕ"



д) инвертор  
(элемент "НЕ")

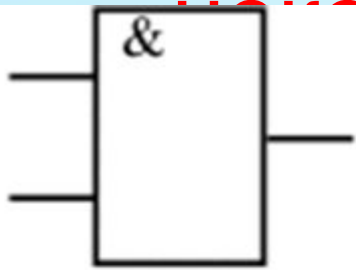


е) элемент  
"НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ"

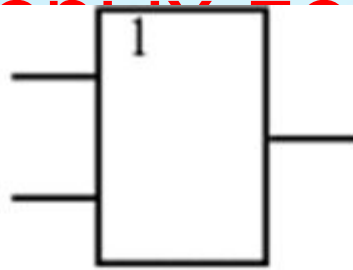


ж) элемент с тремя  
выходными состояниями

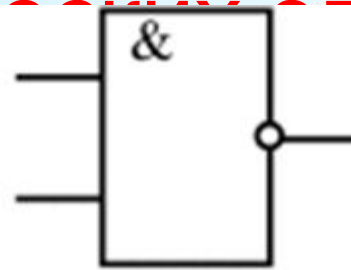
# Условно-графические обозначения (УГО)



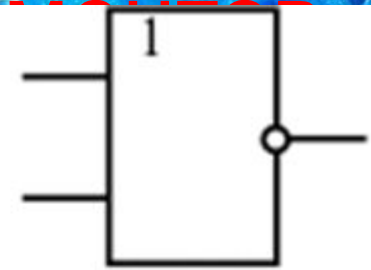
а) конъюнктор  
(элемент "И")



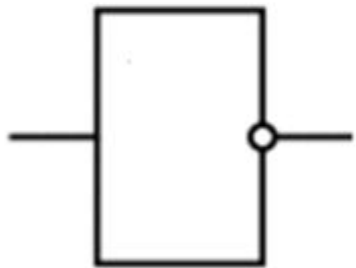
б) дизъюнктор  
(элемент "ИЛИ")



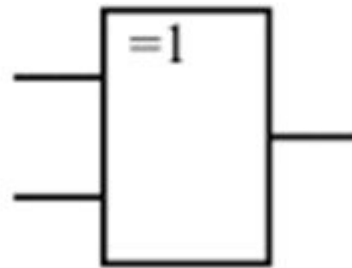
в) элемент  
"И-НЕ"



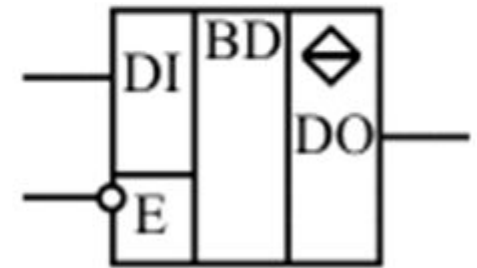
г) элемент  
"ИЛИ-НЕ"



д) инвертор  
(элемент "НЕ")



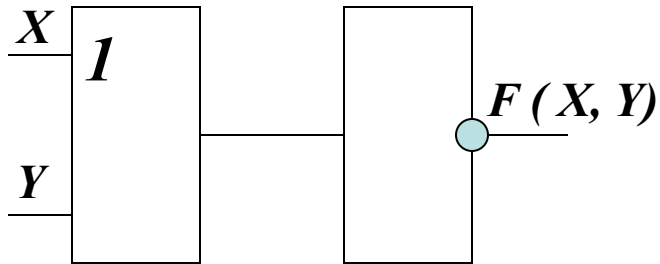
е) элемент  
"НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ"



ж) элемент с тремя  
выходными состояниями

# Функциональные схемы и структурные формулы логических устройств

Определите структурную формулу по заданной функциональной схеме

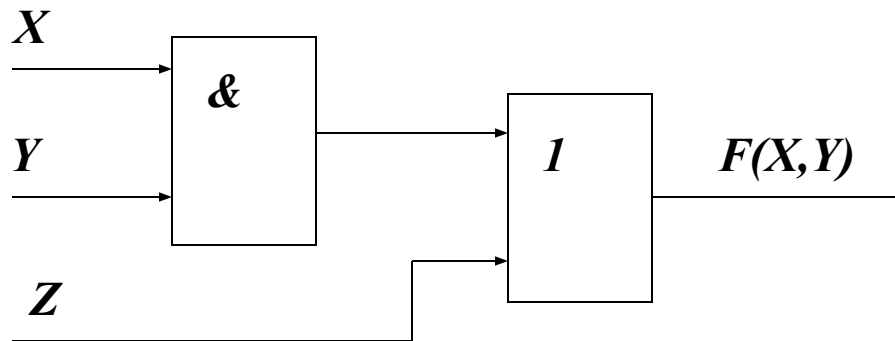


Ответ:  $F(X, Y) = \overline{X \vee Y}$



*Начерти переключательную схему,  
реализующую следующую логическую  
функцию*

$$F(X, Y) = X \& Y \vee Z$$



## Домашнее задание:

Дана структурная формула. Постройте соответствующую ей функциональную схему.

а)  $F(P, Q, R) = P \& Q \& R \vee (P \vee Q \vee R) \& \overline{Q}$

б)  $Y(A, B) = \overline{A} \& (\overline{A \vee B})$

Определите структурную формулу по заданной функциональной схеме

