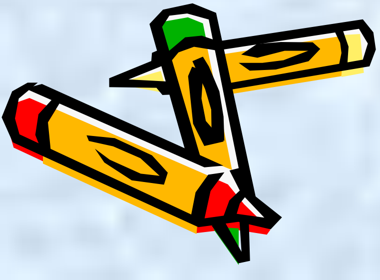
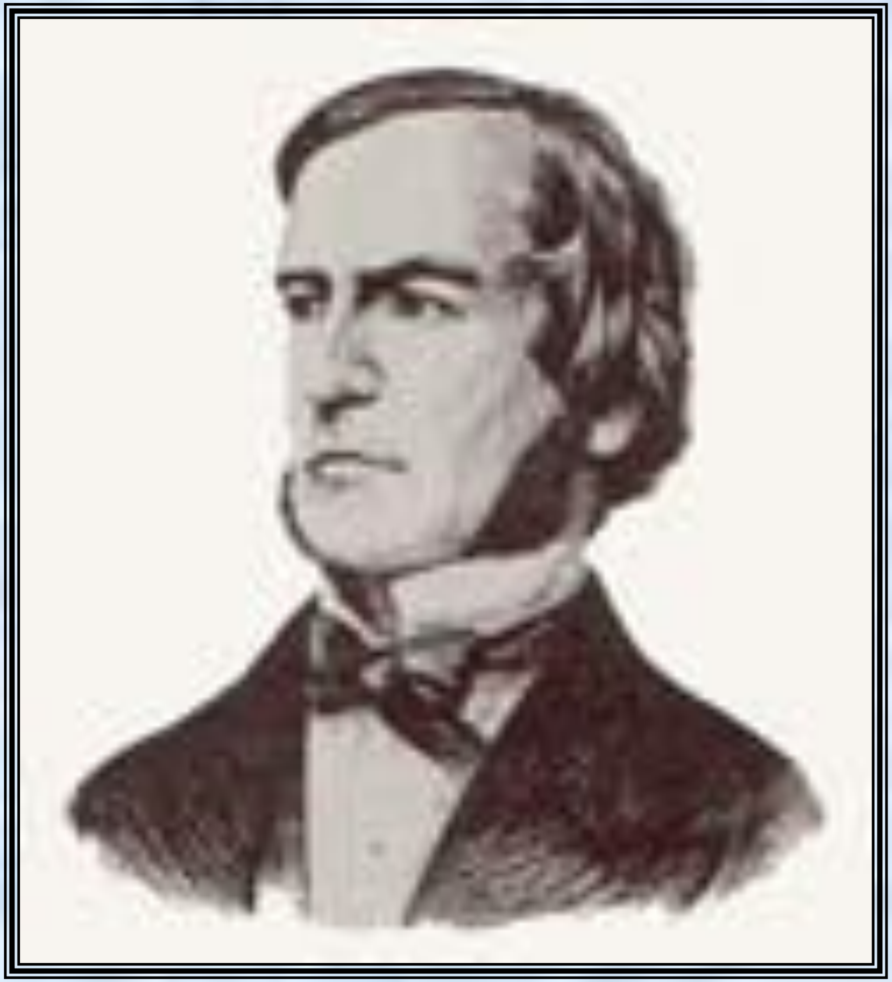
ОСНОВЫ ЛОГИКИ



<u>Алгебра логики</u> ***(булева алгебра)*** - это раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.



Джордж Буль

Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Пример:

«*Трава зеленая*» -истинное высказывание.

«*Лев – птица*» - ложное высказывание.

Не всякое предложение является логическим высказыванием.

Пример:

«ученик десятого класса»
«информатика — интересный предмет».

Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания "не", "и", "или", "если... , то", "тогда и только тогда" и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания. Такие слова и словосочетания называются ***логическими связками.***

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются ***составными.***

Высказывания, не являющиеся составными, называются ***элементарными***.

Пример:

Элементарные высказывания:

«***Петров — врач***»,

«***Петров — шахматист***»

Составные высказывания:

1. "***Петров — врач и шахматист***", понимаемое как "***Петров — врач, хорошо играющий в шахматы***".
2. "***Петров — врач или шахматист***", понимаемое в алгебре логики как "***Петров или врач, или шахматист, или и врач и шахматист одновременно***".

Чтобы обращаться к логическим высказываниям, их обозначают буквами.

Пример:

А = «Луна – спутник Земли», А = 1

В = « 3* 2 = 5», В = 0

Пример:

А =*"Тимур поедет летом на море"*,

В = *"Тимур летом отправится в горы"*.

А и В = *"Тимур летом побывает и на море, и в горах»*

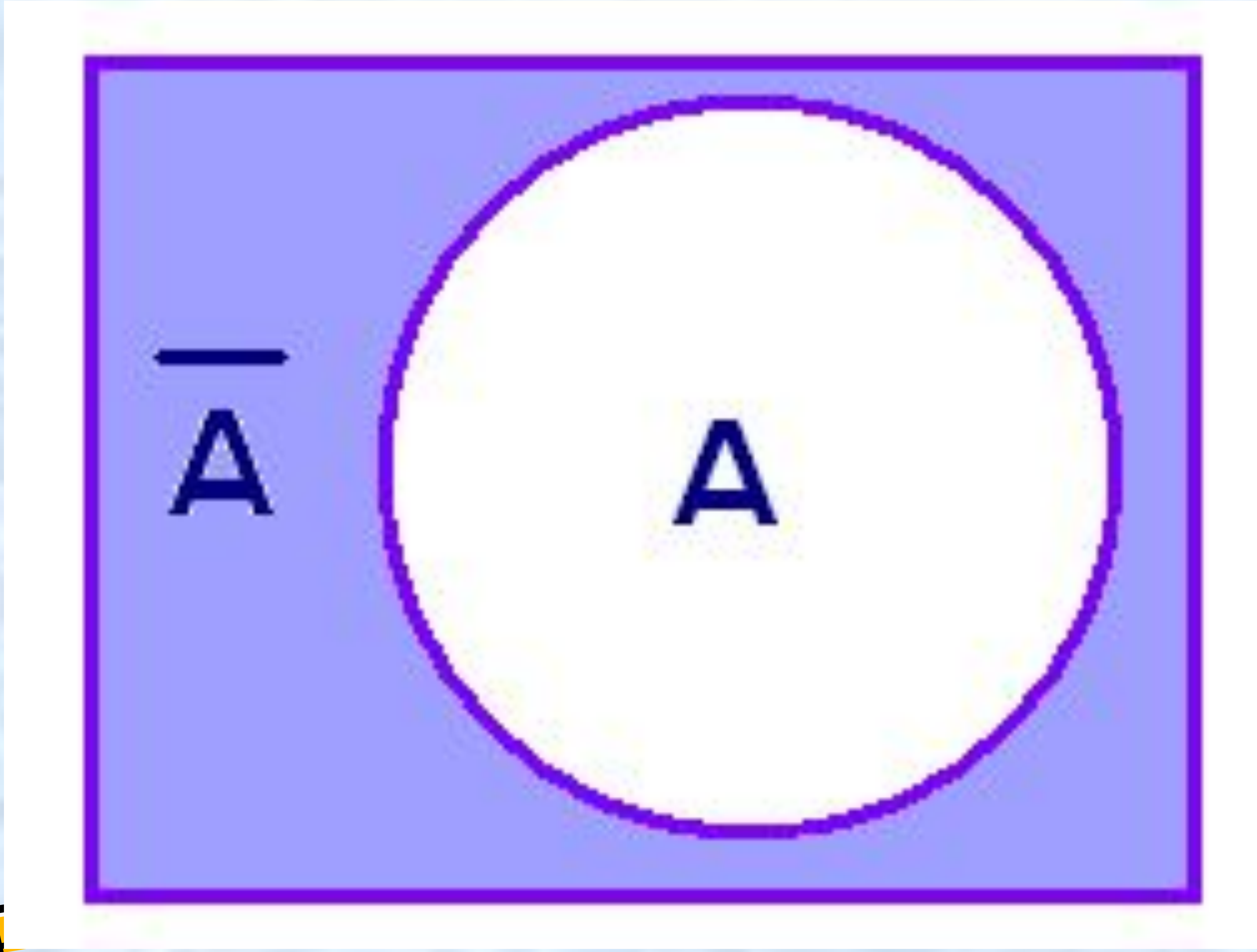
Операции над логическими высказываниями

Таблица истинности это табличное представление логической схемы (операции), в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных сигналов (операндов) вместе со значением истинности выходного сигнала (результата операции) для каждого из этих сочетаний.

Логическое «***отрицание***»

(***<u>инверсия</u>*** или **<u>НЕ)</u>** обозначается чертой над высказыванием $\bar{A}$.

Диаграмма Эйлера-Венна:



Пример:

A = «*Луна — спутник Земли*»

$\overline{A}$ = "*Луна — не спутник Земли*"

Таблица истинности

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

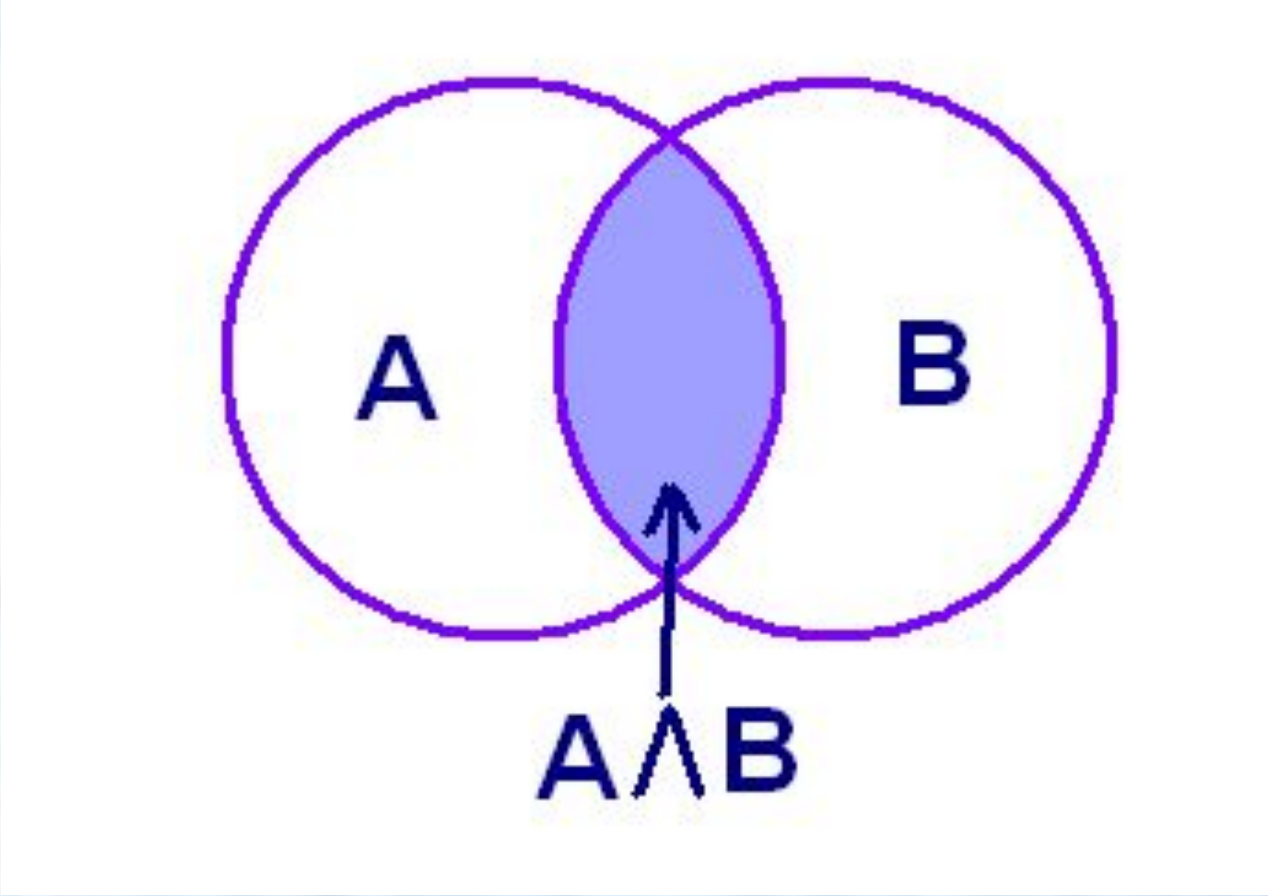
Высказывание А истинно, когда А ложно, и ложно, когда А истинно.

Логическое умножение

(«***и***», ***конъюнкция*** (лат. conjunctio — соединение)) обозначается точкой "·" (может также обозначаться знаками $\wedge$ или **&**).

A · B, A $\wedge$ B, A & B

Диаграмма Эйлера-Венна:



Пример:

А = «10 делится на 2», А= 1

В = «5 больше 3», В = 1

С = « 4 – нечётное число», С = 0

А & В = *«10 делится на 2 и 5 больше 3»,* А & В = 1

А & С = *«10 делится на 2 и 4 – чётное число»,*

А & С = *0*

Таблица истинности

X	Y	X&Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Высказывание А · В истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания А и В истинны.

Логическое сложение

(**«*или*»**, ***дизъюнкция*** (лат. disjunctio — разделение) обозначается знаком **v** или +.

A V B,   A + B

Диаграмма Эйлера-Венна:

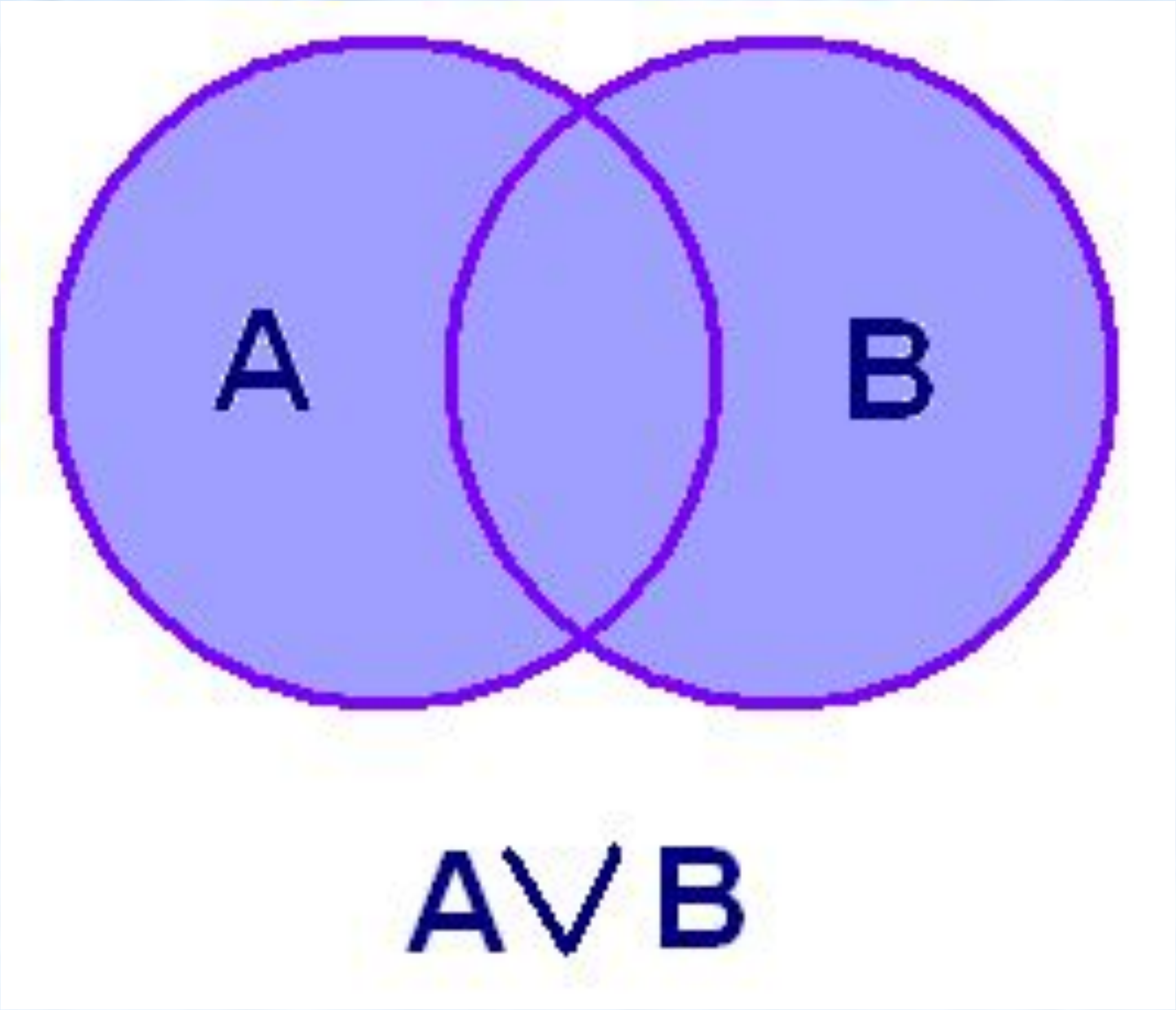


Таблица истинности

X	Y	X+Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Высказывание А v В ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания А и В ложны.

<u>Импликация</u> (лат. *implico* — тесно связаны)

-операция, выражаемая связками ***«если ..., то…», «из ... следует…», «... влечет ...».***

Обозначается знаком $\rightarrow$.

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$$

Таблица истинности

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Высказывание $A \rightarrow B$ ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B – ложно.

Эквиваленция (двойная импликация)

- операция, выражаемая связками «***тогда и только тогда***», «***необходимо и достаточно***», «***... равносильно ...***»

Обозначается знаком $\leftrightarrow$ или **~.**

$A \leftrightarrow B$, $A \sim B$.

Таблица истинности

A	B	A ►► B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

-Высказывание А В истинно тогда и только тогда, когда значения А и В совпадают.

Пример:

А = «10 делится на 2», А= 1

В = «5 больше 3», В = 1

С = « 4 – нечётное число», С = 0

К = « 3 – чётное число», К = 0

А + В = *«10 делится на 2 или 5 больше 3»*, А + В = 1

А + С = *«10 делится на 2 или 4 – чётное число»,*

А + С = *1*

С + К = *« 4 – нечётное число или 3 – чётное число»,*

С+К = 0

<u>Порядок выполнения логических операций</u>

1.Сначала выполняется операция отрицания (“не”),
2. Затем конъюнкция (“и”),
3. После конъюнкции — дизъюнкция (“или”),
4. В последнюю очередь — импликация и эквиваленция.

Законы логики.

1. $A \rightarrow B = \neg A \vee B$
2. Законы де Моргана $\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

   $\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

3. Законы коммутативности $A \& B \Leftrightarrow B \& A$

   $AVB \Leftrightarrow BVA$

4. Законы ассоциативности $(A \& B) \& C \Leftrightarrow A \& (B \& C)$

   $(AVB)VC \Leftrightarrow AV(BVC)$

5. Законы дистрибутивности $A \& (BVC) \Leftrightarrow (A \& B)V(A \& C)$

   $AV(B \& C) \Leftrightarrow (AVB) \& (AVC)$

6. Законы поглощения $A \& (AVB) \Leftrightarrow A$

   $AV(A \& B) \Leftrightarrow A$

7. Законы противоречия $A \& \neg A = 0$
8. Закон исключения третьего $AV\neg A = 1$
9. Закон двойного отрицания $\neg\neg A = A$
10. Закон контрапозиции $A \text{-›} B \Leftrightarrow \neg A \text{->} \neg B$