

# Подготовка к ЕГЭ: СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Автор: Мочалова Марина  
Владимировна, учитель информатики  
ГБОУ лицей №144 Калининского р-на г.  
Санкт-Петербург

## Задание 1 (Демо-2015, задание 4)

Сколько единиц в двоичной записи числа 519?

Вариант 1 (прямой перевод):

переводим число 519 в двоичную систему:  $519 =$

$$1000000111_2$$

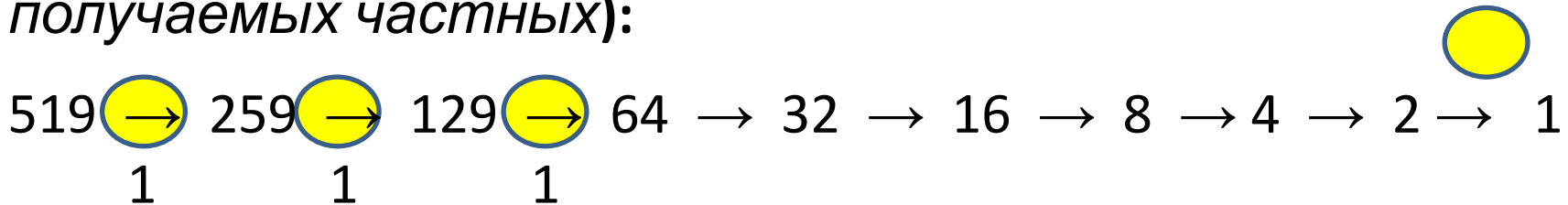
Ответ: 4

Вариант 2 (разложение на сумму степеней двойки):

$$519 = 512 + 4 + 2 + 1 = 2^9 + 2^2 + 2^1 + 2^0$$

Ответ: 4

Вариант 3 (определение количества нечетных чисел при последовательном делении на 2 исходного числа и получаемых частных):



Ответ: 4

# Проверь себя!

## Задание 2 (<http://ege.yandex.ru>)

*Сколько единиц в троичной записи десятичного числа 243?*

**Ответ: 1**

## Задание 3 (<http://ege.yandex.ru>)

*Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 242?*

**Ответ: 6**

## Задание 4 (<http://ege.yandex.ru>)

*Сколько единиц в троичной записи десятичного числа 242?*

*Ответ: 0*

### Задание 5 (<http://ege.yandex.ru>)

Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 5 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1)  $15_{10}$       2)  $77_8$       3)  $345_8$       4)  $FA_{16}$

#### Решение:

Для решения задачи необходимо перевести в двоичную систему счисления все числа.

Первое число переводим любым методом, поскольку оно небольшое. Например, разложим его на сумму степеней двойки:

$$15 = 8 + 4 + 2 + 1 = 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 1111_2$$

Три следующих числа переводим, используя таблицы соответствия двоичной-восьмиричной и двоичной-шестнадцатиричной (таблицы соответствия систем счисления, родственных двоичной).

$$77_8 = 111\ 111_2$$

$$345_8 = 11\ 100\ 101_2$$

$$FA_{16} = 1111\ 1010_2$$

Как видим, два числа имеют в двоичной системе счисления 5 единиц – число  $15_{10} = 1111_2$  и число  $345_8 = 11\ 100\ 101_2$ . В нашем случае в ответе требуется указать наибольшее из них – это число  $345_8$ .

Ответ: 3)

# Проверь себя!

## Задание 6

Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 4 единицы. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1)  $14_{10}$       2)  $341_8$       3)  $71_8$       4)  $F7_{16}$

Ответ: 2)

## Задание 7

Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 6 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1)  $FA_{16}$       2)  $25_{10}$       3)  $345_8$       4)  $77_8$

Ответ: 1)

## Задание 8

Даны 4 числа, они записаны с использованием разных систем счисления. Укажите среди них то число, двоичная запись которого содержит ровно шесть «1». Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

- 1)  $6310_{10} * 410_{10}$     2)  $3338_{10}$       3)  $F816_{16} + 110_{10}$     4)  $111001112_{10}$

Ответ: 1)

### **Задание 9** (ФИПИ, открытый банк заданий)

*Укажите наибольшее основание системы счисления, в которой запись числа 15 имеет ровно 3 значащих разряда.*

#### **Решение:**

Поскольку по условию задачи запись числа 15 в системе счисления с основанием  $p$  имеет три значащих разряда, то можно записать

$$100_p \leq 15 < 1000_p \quad \text{или} \quad p^2 \leq 15 < p^3$$

Решаем первую часть неравенства:  $p^2 \leq 15$ . Получаем:  $p < 4$ . Поскольку имеем строгое неравенство, ответом не может быть  $p=4$ . Поэтому ответом будет  $p=3$ .

Проверяем вторую часть неравенства для  $p=3$ :

$$p^3 > 15 \quad 3^3 > 15 \quad 27 > 15$$

Ответ: 3

# Проверь себя!

## **Задание 10** (ФИПИ, открытый банк заданий)

*Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 19 имеет ровно 3 значащих разряда.*  
(3)

## **Задание 11**

*Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 65 имеет ровно 3 значащих разряда.*  
Ответ: 5

## **Задание 12**

*Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 130 имеет ровно 4 значащих разряда.*  
Ответ: 5

### **Задание 13**

*Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 65 имеет ровно 3 значащих разряда.*

Ответ: 5

### **Задание 14** (ФИПИ открытый банк заданий)

*Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 97 имеет ровно 3 значащих разряда.*

Ответ: 6

### **Задание 15** (ФИПИ открытый банк заданий)

*В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 16 записывается как 100. Укажите это основание*

**Решение:**

Запишем условие задачи:  $16 = 100_p$  ( $p$  – искомое основание системы счисления).

Решаем уравнение:  $16 = p^2$  и получаем  $p=4$

Ответ: 4



## Задание 16

*Десятичное число 65 в некоторой системе счисления записывается как 230. Определите основание системы счисления.*

## Решение

По условию задачи:  $65 = 230_p$ , где  $p$  – искомое основание системы счисления.

Представим это равенство в десятичной системе счисления:  $65 = 2 \cdot p^2 + 3 \cdot p$

Получаем квадратное уравнение  $2p^2 + 3p - 65 = 0$

Находим его корни, учитывая, что основание системы счисления  $p$  – натуральное число ( $p \geq 2$ ).

Получаем  $p=5$ .

Ответ: 5

# Проверь себя!

## Задание 17

*В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 26 записывается как 101. Укажите это основание.*

Ответ: 5

## Задание 18

*В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 27 записывается как 1000. Укажите это основание.*

Ответ: 3

## Задание 19

*В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 37 записывается как 101. Укажите это основание.*

Ответ: 6

## Задание 20

*В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 37 записывается как 123. Укажите это основание.*

Ответ: 5

## Задание 21

Решите уравнение  $1D_{16} + 72_8 = X_2$ . Основание системы счисления в ответе не указывать.

### Решение

Как видно из условия, все числа в задании представлены в системах счисления, родственной двоичной (8-ричной и 16-ричной).

Искомое число записано в двоичной системе счисления, поэтому для решения нужно все числа записать в двоичной системе счисления, затем выполнить их сложение.

$$1D_{16} = 11101_2 \quad 72_8 = 111010_2$$

Собирая всё в одно уравнение, получаем

$$X_2 = 11101_2 + 111010_2$$

Выполняем сложение, получаем результат:  $X_2 = 1010111_2$

Ответ:  $1010111$

## Задание 22

Решите уравнение  $121_x + 1 = 101_7$ . Ответ дайте в троичной системе счисления.

### Решение

Переведём все числа в десятичную систему счисления:

$$121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1 \quad 101_7 = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$$

Собираем всё в одно уравнение, получаем

$$x^2 + 2x + 1 + 1 + 50x^2 + 2x - 48 = 0$$

Это уравнение имеет два решения,  $x=6$  и  $x=-8$ ; основание системы счисления – натуральное число, поэтому ответ  $x=6$

Переводим ответ в троичную систему:  $6 = 2 \cdot 3^1 = 20_3$ .

Ответ:  $20_3$

# Проверь себя!

## Задание 23

Решите уравнение  $42_5 + x = 1123_4$ . Ответ дайте в шестричной системе счисления. Основание системы счисления не указывать.

Ответ: 153

## Задание 24

Решите уравнение  $12_3 + 12_x = 12_8$

Ответ: 3

## Задание 25

Решите уравнение  $100_7 + x = 230_5$

Ответ: 16

## Задание 26

Решите уравнение  $21_5 + 11_3 = 120_x$

Ответ: 3

## Задание 27

Найдите наименьшие значения  $x$  и  $y$ , при которых существует равенство  $147 + x = 14y$ . Ответ запишите в троичной системе счисления через запятую. Основание системы счисления указывать не нужно.

### Решение:

1) запишем равенство в десятичной системе счисления:

$$1 \cdot 7 + 4 + x = y + 4 \quad 11 + x = y + 4$$

2) Из условия следует, что  $y \geq 5$  (т.к. число  $14_y$  в системе счисления с основанием  $y$  содержит значащие цифры 1 и 4). Минимальное значение  $y_{\min} = 5$ .

3) Минимальное значение  $x_{\min}$  получается при минимальном значении  $y_{\min}$ .

4) При  $y_{\min} = 5$  получаем  $x_{\min} = 2$ .

5) Переводим 2 и 5 в троичную систему счисления:  $2 = 2_3$   
 $5 = 12_3$ .

# Проверь себя!

## Задание 28

*Решите уравнение  $425 + x = 11234$  Ответ дайте в шестиричной системе счисления. основание системы счисления не указывать.*

Ответ: 153

## Задание 29

*Решите уравнение  $123 + 12x = 128$*

Ответ: 3

## Задание 30

*Решите уравнение  $1007 + x = 2305$*

Ответ: 16

## Задание 31

*Решите уравнение  $215 + 113 = 120x$*

Ответ: 3

## Задание 32

Даны числа  $a = 9216$  и  $b = 2248$ . Для какого двоичного числа  $c$  выполняется неравенство  $a < c < b$ ?

- 1) 10010011    2) 10001110    3) 10001010    4) 10001100

**Решение:** необходимо все числа перевести в одну и ту же систему счисления.

**Вариант 1** (через десятичную систему счисления):

$$a = 9 \cdot 16 + 2 = 146 \quad b = 2 \cdot 64 + 2 \cdot 8 + 4 = 148$$

- 1) 147    2) 142    3) 138    4) 135

Находим значение  $c$ , лежащее в интервале от  $a$  до  $b$ .

Ответ: 1)

**Вариант 2** (через двоичную систему счисления):

$$a = 10010010_2 \quad b = 10010100_2$$

Находим значение  $c$ , лежащее в интервале от  $a$  до  $b$ .

Ответ: 1)

Решать задачу через переводы чисел в восьмиричную или шестнадцатиричную системы счисления – нерационально, хотя для любителей оных – пожалуйста!



# Проверь себя!

## Задание 33 – (ФИПИ)

Даны числа  $a = 3D_{16}$  и  $b = 778$ . Для какого двоичного числа  $c$  выполняется неравенство  $a < c < b$ ?

- 1) 111101    2) 111110    3) 111111    4) 111010

Ответ: 2)

## Задание 34 – (ФИПИ)

Даны числа  $a = 5D_{16}$  и  $b = 1378$ . Для какого двоичного числа  $c$  выполняется неравенство  $a < c < b$ ?

- 1) 1011110    2) 1001101    3) 1001111    4) 1011100

Ответ: 1)

## Задание 35

Даны числа  $a = 8B_{16}$  и  $b = 2158$ . Для какого двоичного числа  $c$  выполняется неравенство  $a < c < b$ ?

- 1) 10010011    2) 10001100    3) 10001010    4) 10001100

Ответ: 2)

### Задание 36 (<http://ege.yandex.ru>)

*Сколько есть систем счисления, в которых запись числа 22 оканчивается на 2?*

#### **Решение:**

по условию число 22 в некоторой системе счисления с основанием  $p$  оканчивается на 2, значит, его можно записать в виде  $22 = k \cdot p + 2$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Получаем  $k \cdot p = 20$ , т.е. значения  $p$  являются делителями числа 20. Это числа 4, 5, 10, 20, всего их 4.

Ответ: 4

### Задание 37 (ФИПИ)

*Укажите в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 22 оканчивается на 4?*

#### **Решение:**

по условию число 22 в системах счисления с основанием  $p$  должно оканчиваться на 4, значит, его можно записать в виде  $22 = k \cdot p + 4$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Получаем  $k \cdot p = 18$ , т.е. значения  $p$  являются делителями числа 18. Это числа 2, 3, 6, 9, 18, всего их 5. Но в двоичной и троичной системах счисления нет цифры 4. Значит, ответом будут три основания  $p=6$ ,  $p=9$  и  $p=18$

Ответ: 6, 9, 18

**Задание 38 - <http://ege.yandex.ru>**

*В системах счисления с основанием  $p$  запись числа 77 оканчивается на 0, а запись числа 29 – на 1. Чему равно это число?*

**Решение:**

1) поскольку число 77 в  $p$ -ричной системе счисления оканчивается на 0, то основание  $p$  является делителем числа 77, т.е. возможны значения  $p=7$ ,  $p=11$ ,  $p=77$

2) поскольку число 29 в  $p$ -ричной системе счисления оканчивается на 1, то основание  $p$  является делителем числа 28, т.е. возможны значения  $p=2$ ,  $p=4$ ,  $p=7$ ,  $p=14$ ,  $p=28$

3) общим основанием для обоих чисел является  $p=7$

Ответ: 7

# Проверь себя!

## **Задание 39 (ФИПИ)**

*Укажите в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 24 оканчивается на 3?*

Ответ: 7,21

## **Задание 40 (ФИПИ)**

*Сколько существует систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 7?*

Ответ: 4

## **Задание 41 (ФИПИ)**

*Сколько существует систем счисления, в которых запись числа 28 оканчивается на 4?*

Ответ: 4