„ Algorytmy + struktury danych = p r o g r a m y ”

Niklaus Wirth

Podstawowa wiedza o algorytmach

dr Andrzej Bobyk
WSEI

Zalecana Literatura

Dasgupta S., Papadimitriou Ch., Vazirani U. ***Algorytmy***

Wirth N. ***Algorytmy+ struktury danych=programy*** Corman H. i inni ***Wprowadzenie do algorytmów***

Banachowski L. i inni ***Algorytmy i struktury danych***

Sysło M.M. ***Algorytmy***

Algorytmy i struktury danych – AiSD jako moduł/przedmiot kształcenia na WSEI

Moduł AiDS jest adresowany do studentów posiadających podstawową wiedzę o konstruowaniu programów i potrafiących programować w co najmniej jednym języku programowania: Pascal, C lub C++.

Celem wykładu jest zapoznanie studentów zarówno z klasycznymi zagadnieniami algorytmiki jak i gotowymi rozwiązaniami problemów spotykanych w codziennej pracy programistów i projektantów oprogramowania.

Programowanie komputerów uczy logicznego i algorytmicznego myślenia, systematycznego postępowania przy rozwiązywaniu problemów oraz wyrabia nawyki użyteczne przy rozwiązywaniu problemów nie tylko komputerowych.

Efekty kształcenia w zakresie AiSD

Student po zaliczeniu przedmiotu powinien:

- Posiadać wiedzę dotyczącą:
  - algorytmów oraz zasad ich analizy i metod układania,
  - podstawowych i złożonych struktur danych.

- Potrafić oszacować złożoność obliczeniową i pamięciową algorytmu (programu komputerowego).

- Posiadać umiejętność
  - efektywnego używania gotowych kontenerów i algorytmów dostępnych w popularnych bibliotekach,
  - układania nieskomplikowanych algorytmów np.: obliczeniowych, sortowania, itd.,
  - implementacji zaawansowanych algorytmów.

Pojęcie słowa „algorytm”

Intuicyjnie:

Algorytm jako *przepis*, *proces*, *metoda*, *technika*, *procedura*.

Przykłady: przepis kucharski, instrukcja składania mebla/urządzenia/, zapis nutowy,
wykonywanie pisemne dodawania/mnożenia/dzielenia

Precyzyjniej:

Algorytm – skończony zbiór reguł wskazujący kolejność operacji dla rozwiązania problemu danego typu.

Sposób postępowania (przepis) umożliwiający rozwiązanie określonego zadania (klasy zadań), podany w postaci skończonego zestawu czynności do wykonania, ze wskazaniem ich następstwa.

Istotne cechy algorytmu

- Definicja zadania = co algorytm ma zrobić
- Opis ciągu czynności, które po kolei mają być wykonane
- Czynności te muszą być na tyle proste (i możliwe do wykonania), aby wykonawca algorytmu mógł je bez dodatkowego tłumaczenia, wykonać (operacje elementarne, odpowiednio dobrany poziom szczegółowości)
- Skończona liczba operacji elementarnych (skończony czas działania)
- Algorytm dostaje pewne informacje (dane wejściowe) i zwraca pewne (oczekiwane) wyniki — dane wyjściowe
- Może istnieć kilka przepisów, które dają w wyniku te same wyniki

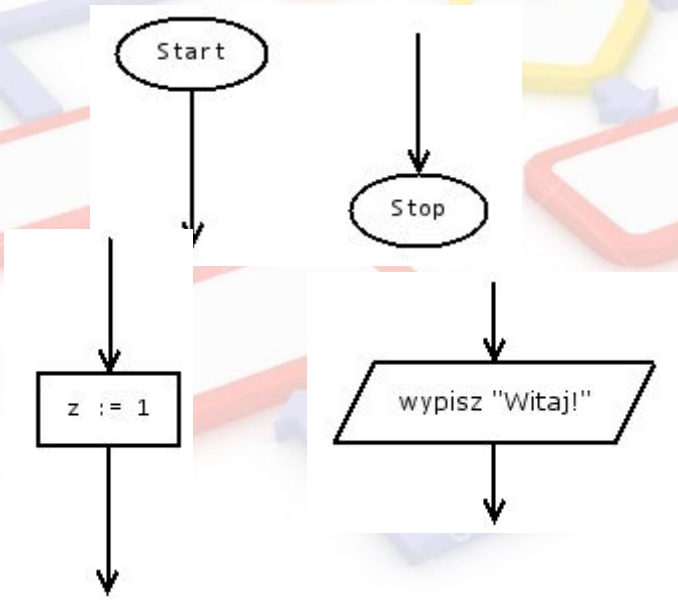
Algorytm

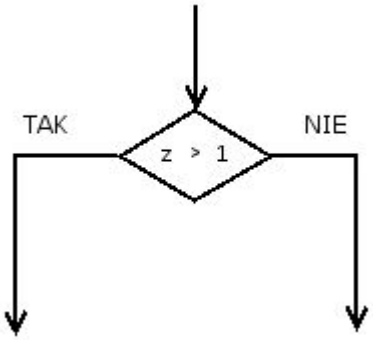
- Pochodzenie nazwy od nazwiska w wersji łacińskiej Algorithmus, Algorismus, perskiego matematyka Muhammeda ibn Musy zwanego al Chuwarismi, żyjącego w IX w; podał on algorytmy wykonywania działań arytmetycznych na liczbach dziesiętnych
- Algorytmika – dział wiedzy zajmujący się badaniem algorytmów

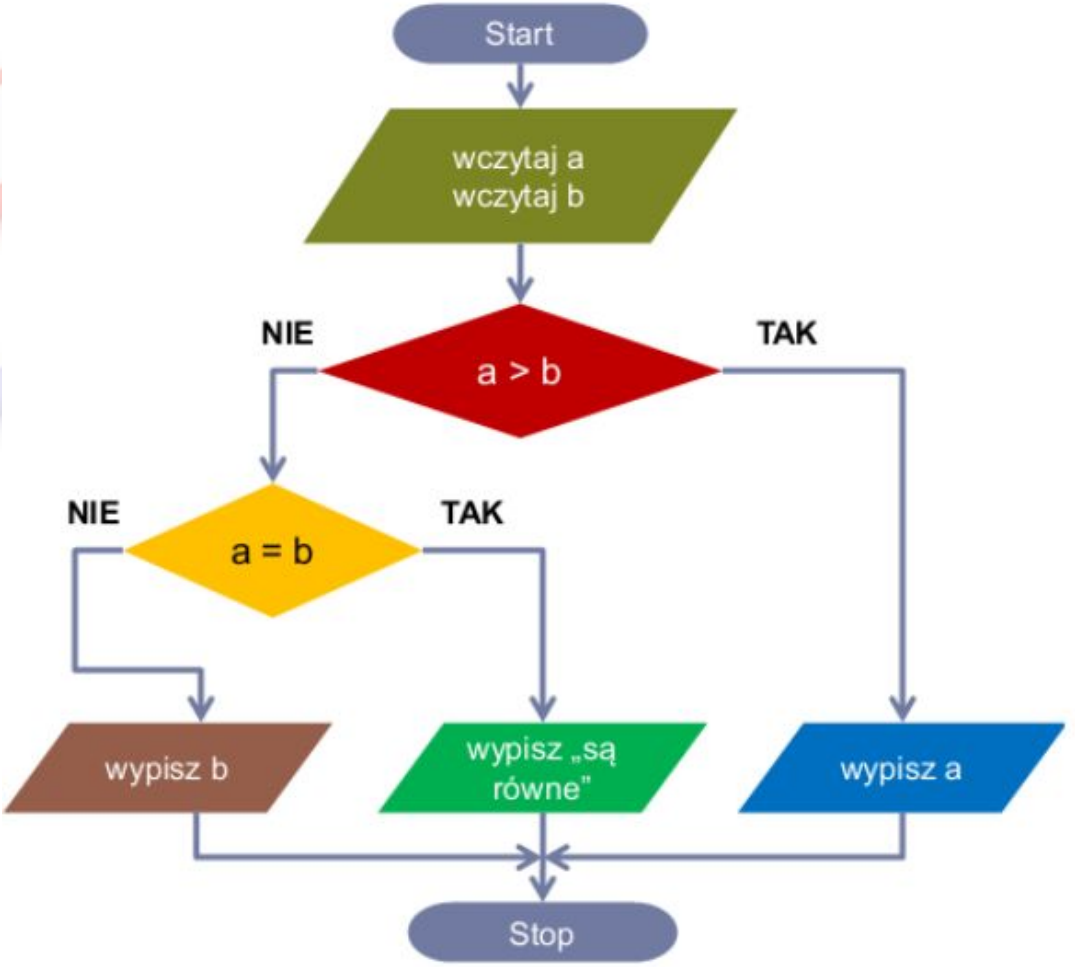
- Sposoby zapisu algorytmu
  - słowami
  - za pomocą schematu blokowego
  - w pseudokodzie
  - w jednym z języków programowania

- Formalnie spisana wersja algorytmu to program

Schematy blokowe







Algorytm – formalnie

Def. Algorytm
ściśle określony ciąg kroków obliczeniowych, prowadzący do przekształcenia danych wejściowych w wyjściowe

Cechy dobrego algorytmu

- Skończoność. Wykonanie algorytmu zawsze kończy się po skończonej liczbie kroków.
- Poprawne zdefiniowanie. Każdy krok algorytmu opisany jest precyzyjnie i jednoznacznie.
- Dane wejściowe. Są to wartości znane przed rozpoczęciem działania algorytmu lub dostarczane w czasie jego wykonywania.
- Dane wyjściowe – wynik działania algorytmu. Algorytm generuje dane wyjściowe, powiązane w pewien sposób z danymi wejściowymi.
- Efektywne zdefiniowanie. Operacje algorytmu powinny być jak najprostsze, dające wykonać się w jak najkrótszym możliwym czasie.

Zadanie algorytmiczne (obliczeniowe)

- Postawienie problemu (specyfikacja zadania algorytmicznego)
  - Dane wejściowe — poprawność i zakres danych wejściowych
  - Dane wyjściowe (wyniki) — charakterystyka oczekiwanych wyników jako funkcji danych wejściowych

- Celem zadania algorytmicznego jest znalezienie algorytmu przekształcającego dane wejściowe w wyjściowe, zgodnie z zadanymi założeniami

- Algorytm = rozwiązanie zadania algorytmicznego
  Algorytm powinien działać dla dowolnego zestawu danych ze zbioru poprawnych danych wejściowych

Rozwiązywanie problemu (zagadnienia), projektowanie algorytmu

- Modelowanie rzeczywistości:
  - zdefiniowanie zadania
  - wprowadzenie założeń i ograniczeń
  - selekcja informacji
- Algorytm rozwiązania

  Zapis:
  - w języku naturalnym
  - pseudokod
  - schemat blokowy
- Wybór narzędzia programowania
- Implementacja
  - struktur danych
  - algorytmu rozwiązania

Dobry algorytm – warunek konieczny, ale nie wystarczający napisania poprawnego i wydajnego programu

Konstruowanie algorytmu

- Definicja problemu (najlepiej w postaci modelu matematycznego)
- Koncepcja rozwiązania i wybór struktur danych
- Zapis algorytmu (stopniowe precyzowanie od koncepcji do pseudo-kodu lub kodu)
- Dowód poprawności i analiza złożoności obliczeniowej
- Implementacja w wybranym języku programowania

Klasy algorytmów

Klasy zadań algorytmicznych

- Rekursja
- Metoda „dziel i zwyciężaj”
- Algorytmy zachłanne
- Programowanie dynamiczne
- Algorytmy redukcyjne

• **Dziel i zwyciężaj** (ang. *divide and conquer*) – jedna z głównych metod projektowania algorytmów w informatyce, prowadząca do bardzo efektywnych rozwiązań. Nazwa pochodzi od łacińskiej sentencji dziel i rządź (łac. *divide et impera*). W strategii tej problem dzieli się rekurencyjnie na dwa lub więcej mniejszych podproblemów tego samego (lub podobnego) typu tak długo, aż fragmenty staną się wystarczająco proste do bezpośredniego rozwiązania (np. QuickSort).

•**Algorytm zachłanny** (ang. *greedy algorithm*) – algorytm, który w celu wyznaczenia rozwiązania w każdym kroku dokonuje zachłannego, tj. najlepiej rokującego w danym momencie wyboru rozwiązania częściowego (Algorytm Kruskala, Algorytm Dijkstry)

Analiza algorytmów

Analiza algorytmów polega na zdefiniowaniu zasobów niezbędnych do jego wykonania

Przykłady zasobów:

- czas obliczeń
- pamięć
- pojemność kanału komunikacyjnego
- układy logiczne (wejście - wyjście)

Przykład algorytmu:

Zdefiniowanie problemu

Zaplanowano zorganizowanie trzech spotkań premiera z mieszkańcami (17; 25; 49) miast.

Należy wskazać premierowi najkrótszą drogę (w każdym z trzech przypadków), jeśli premier wyrusza z Warszawy i w każdym z miast ma być dokładnie jeden raz na końcu wrócić do stolicy.

Analiza problemu (danych, dostępnych narzędzi i środków); wybór metody rozwiązania

Dane: n- liczba miast (pierwsza stolica)

Wynik: ciąg nazw n miast ustawiony według kryterium ”najkrótszej drogi” (pierwsza jest stolica)

Poszukiwanie metody rozwiązania: liczba możliwych uporządkowań zbioru (n-1) elementowego wynosi (n-1)!

Dostępne środki

Komputer wykonujący w ciągu 1 sek 100 000 000 000 operacji elementarnych (porównanie ciągów n elementowych)

Liczba miast	Czas wykonania
17	3.5 minuty
25	$2*10^5$ lat
49	$4*10^{42}$lat

Analiza problemu
Weryfikacja przyjętej metody

liczba miast	(n-1) silnia	Czas obliczenia [min]	Czas obliczenia [lat]
17	20922789888000	3,49	
25	620448401733239000000000	1,03408E+11	196 743
49	12413915592536100000000000000000000000000000000000000000000000000000	2,06899E+48	3,94E+42
20	121645100408832000	20274	14 dni

Przeprowadzona analiza wskazuje, iż stosowanie tej metody poszukiwania najlepszego rozwiązania już przy n=20, jest nieefektywne, wręcz niewykonalne w rozsądnym czasie.

Analiza zadania,

- Definiowanie problemu

Uporządkować rosnąco zbiór danych liczbowych

- Analiza problemu wybór metody rozwiązania:
  - porządkowanie przez wybór
  - porządkowanie bąbelkowe
  - porządkowanie metodą dziel i zwyciężaj
  - porządkowanie przez wstawianie

- Opracowanie algorytmu

Algorytmy to temat wykładu

Sposoby przedstawiania algorytmów

- Opis słowny
- Lista kroków (czynności następujących w określonej kolejności)
- Schemat blokowy
- Drzewo algorytmu
- Pseudokod - lista instrukcji napisanych w języku programowania.

Algorytm w formie opisu słownego

Uporządkować rosnąco dany zbiór liczb :{3 2 4 10 1 7 9} metodą porządkowania przez wybór

Opis słowny czynności, które należy wykonać:

w danym zbiorze (kolumna 1) wyszukujemy element najmniejszy i ustawiamy go na pozycji pierwszej (kolumna 2), następnie rozpatrujemy zbiór pozostałych n-1 elementów, wyszukujemy w nim element najmniejszy i stawiamy na pozycji drugiej (kolumna3); pozostało nieuporządkowanych n-2 elementów, znajdujemy w nich element najmniejszy i ustawiamy na pozycji trzeciej (kolumna 4) itd.

Pytanie : ile razy należy powtórzyć czynność wyszukiwania elementu najmniejszego w zbiorze n elementowym ?

9	9	9	9	9	9	10
7	7	7	7	7	10	9
1	3	3	4	10	7	7
10	10	10	10	4	4	4
4	4	4	3	3	3	3
2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	1

Lista kroków

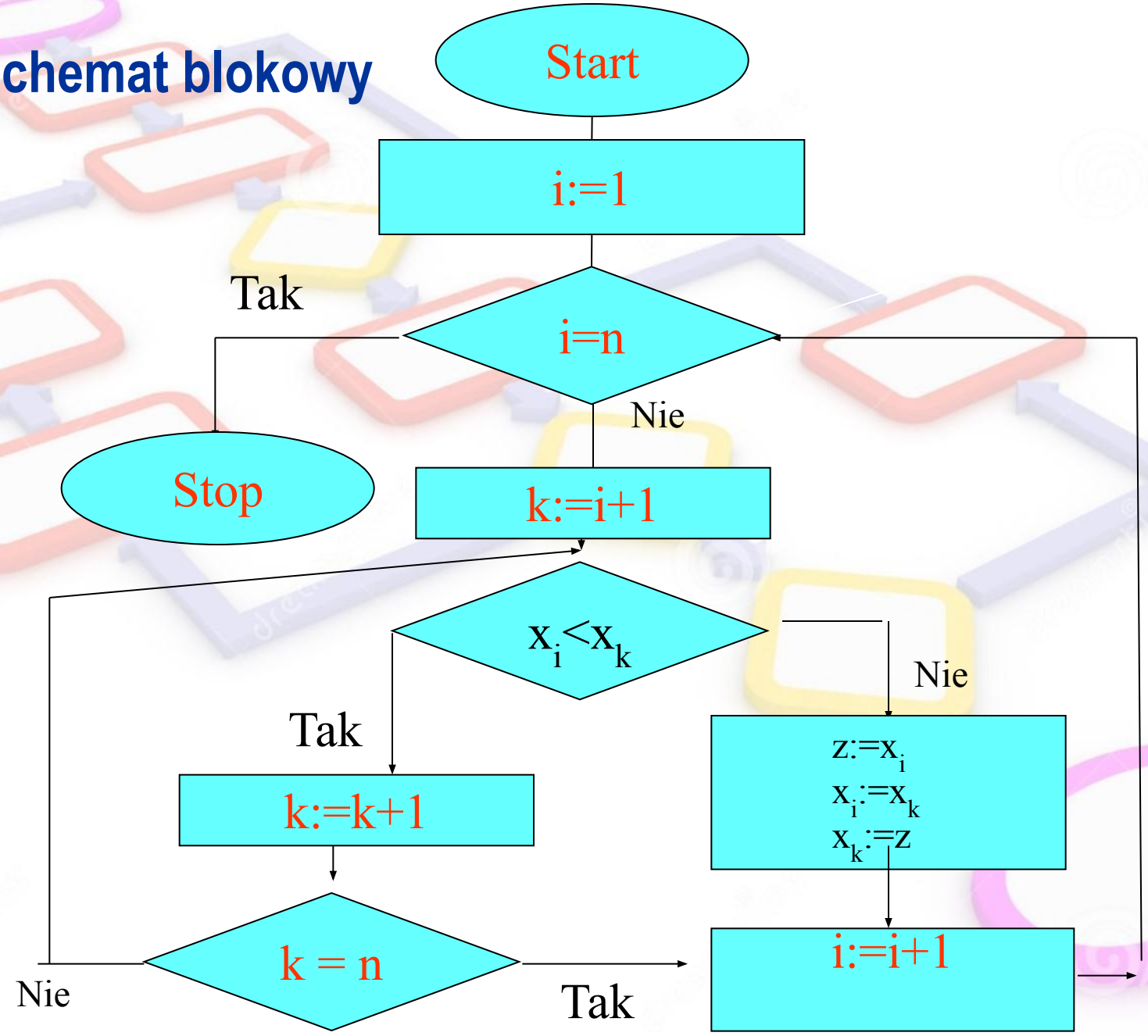
Dane: zbiór liczb: $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

Wynik : uporządkowany ciąg liczb: $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$

Algorytm: lista kroków (czynności)

- K1: Dla i=1,2,3,…n-1 wykonaj kroki 2,3
- K2: Znajdź k, takie, że x_k jest najmniejszym elementem w podciągu $x_i, \ldots x_n$
- K3: Zamień miejscami x_i oraz x_k.

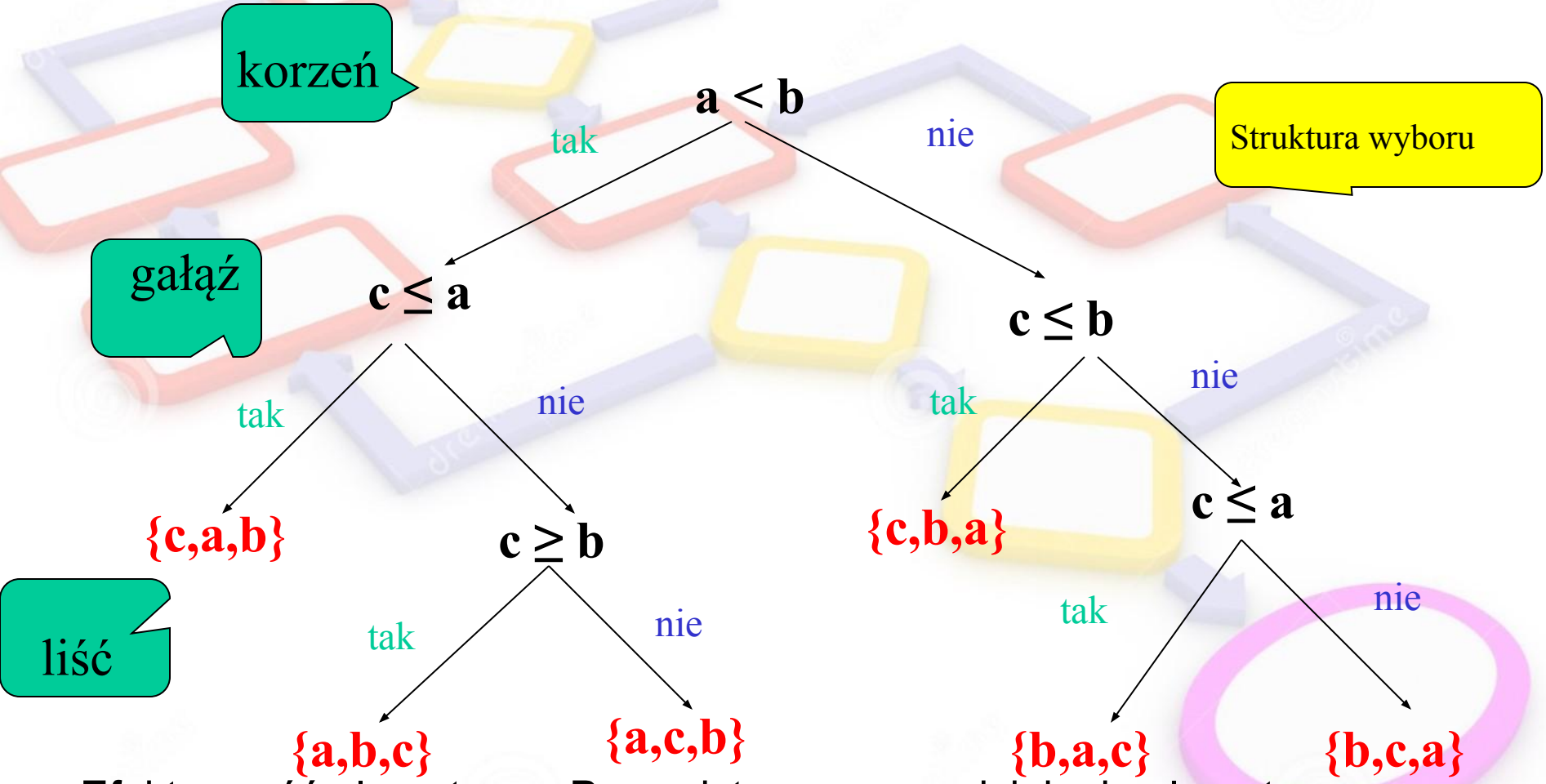
Schemat blokowy



Algorytm w postaci drzewa

Zadanie: Uporządkować niemalejąco zbiór liczb A = {a,b,c}, #A=3;

Liczba możliwych uporządkowań wynosi n! = 6 (to jest ilość liści drzewa)



Efektywność algorytmu = Pesymistyczny czas działania algorytmu =
= wysokość drzewa = max liczba gałęzi od korzenia do liścia

Pseudokod

Konwencje stosowane w pseudokodzie

Stosuje się wcięcia i zapisy odpowiadające strukturze blokowej

warunek if-then- else

pętle (jak w Pascalu) while

for

repeat

komentarz jest wewnątrz nawiasów {…….}

przypisanie zmiennej x wartości j $x \leftarrow j$

wielokrotne przypisanie zmiennym i oraz j wartości wyrażenia e $i \leftarrow j \leftarrow e$

A[i] oznacza i-ty element tablicy A

A[1..j] podtablica tablicy A, zawierająca elementy A[1], A[2],.....A[j]

Lenght [A] dane złożone z kilku części organizowane są jako obiekty, składające się z atrybutów lub pól.

Obiekt np. tablica A ma atrybut *lenght* oznaczający liczbę jej elementów

Zmienna odpowiadająca tablicy lub obiektowi jest traktowana jako wskaźnik do danych reprezentujących tę tablicę lub obiekt.

Dla wszystkich pól ***f*** obiektu x, przypisanie y← x wskazuje na te same obiekty (są tymi samymi obiektami, powoduje ***f***[x] = ***f***[y],

Jeśli wykonamy ***f***[x] ← x to ***f*** [x] = 3 i ***f*** [y] = 3

Projektowanie algorytmów

„Projektowanie programów poprawnych i dobrze zbudowanych"

(Alagić S.,Arbib M.A.-WNT 1982)

....polega na rozłożeniu zadania na ściśle określone podzadania, których poprawne rozwiązanie i właściwe ich połączenie da rozwiązanie całego problemu .

"Things should be as simple as possible but no simpler."

Albert Einstein

Zadania i problemy

Opracować i przedstawić w postaci schematu blokowego;

- Algorytm przeliczania liczb z systemu binarnego do dziesiętnego (kalkulator windows).

- Algorytm odwracania ciągu. Ciąg odwrócony powinien znajdować się w tym samym miejscu co ciąg pierwotny; miejsce elementu pierwszego zajmie ostatni element, a ostatniego pierwszy, przedostatni znajdzie się na miejscu drugim, a drugi na przedostatnim itp.

- Algorytm na obliczanie NWD i NWW