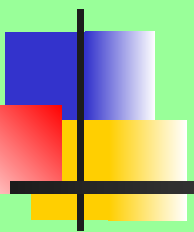


# Получение схемы логического элемента по итоговым значениям логической функции с использованием СДНФ или СКНФ



**Учитель Информатики и ИКТ  
Тропин Константин Львович**

МБОУ Гимназия  
г.Новый Уренгой  
2014г.



# Определения:

---

- **Конъюнкция – логическое умножение.**
- **Элементарной конъюнкцией** называется конъюнкция нескольких переменных, взятых с отрицанием или без отрицания, причем среди переменных могут быть одинаковые:  
 $\neg C \wedge C;$   
 $C \wedge \neg A;$   
 $\neg C \wedge B \wedge \neg A ;$
- **Дизъюнкция – логическое сложение.**
- **Элементарной дизъюнкцией** называется дизъюнкция нескольких переменных, взятых с отрицанием или без отрицания, причем среди переменных могут быть одинаковые:  
 $\neg C \vee C;$   
 $C \vee \neg A;$   
 $\neg C \vee B \vee \neg A ;$



# ДНФ и КНФ

---

- Всякую дизъюнкцию элементарных конъюнкций назовем **дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ)**:  
 $(C \wedge D \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge A)$
- Всякую конъюнкцию элементарных дизъюнкций назовем **конъюнктивной нормальной формой (КНФ)**:  
 $(C \vee D \vee \neg B) \wedge (\neg C \vee A)$



# СКНФ и СДНФ

---

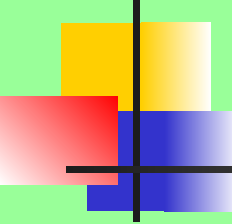
- **Совершенной ДНФ** называется ДНФ, в которой нет одинаковых элементарных конъюнкций и все конъюнкции состоят из одного и того же набора переменных, в который каждая переменная входит только один раз (возможно с отрицанием)  
 $(C \wedge B \wedge \neg A) \vee (C \wedge B \wedge A)$
- **Совершенной КНФ** называется КНФ, в которой нет одинаковых элементарных дизъюнкций и все дизъюнкции состоят из одного и того же набора переменных, в который каждая переменная входит только один раз (возможно с отрицанием)  
 $(\neg C \vee B \vee A) \wedge (C \vee \neg B \vee A)$

# Алгоритм получения СДНФ по таблице истинности:

Дана таблица итоговых значений логической функции

F(A,B,C)
1
0
1
0
1
0
0
0

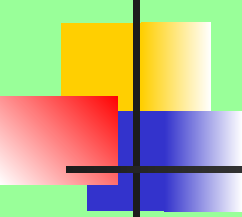
1. Записываем исходные значения логических переменных.
2. Применяем СДНФ (так как значений «1» меньше):
3. Обрабатываем те строки ТИ, в последнем столбце которых стоят «1»
4. Выписываем для каждой отмеченной строки конъюнкцию всех переменных следующим образом: если значение логической переменной в данной строке =1, то в конъюнкцию включают саму эту переменную, если =0, то ее отрицание:
5. Все полученные конъюнкции связать в дизъюнкции (записать произведение сумм):
6. Упрощаем логическое выражение, применяя законы алгебры логики
  - Склеивания
  - Распределительный
  - Поглощения



A	B	C	F(A,B,C)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

- Записываем СДНФ

- $(\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c}) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}) =$

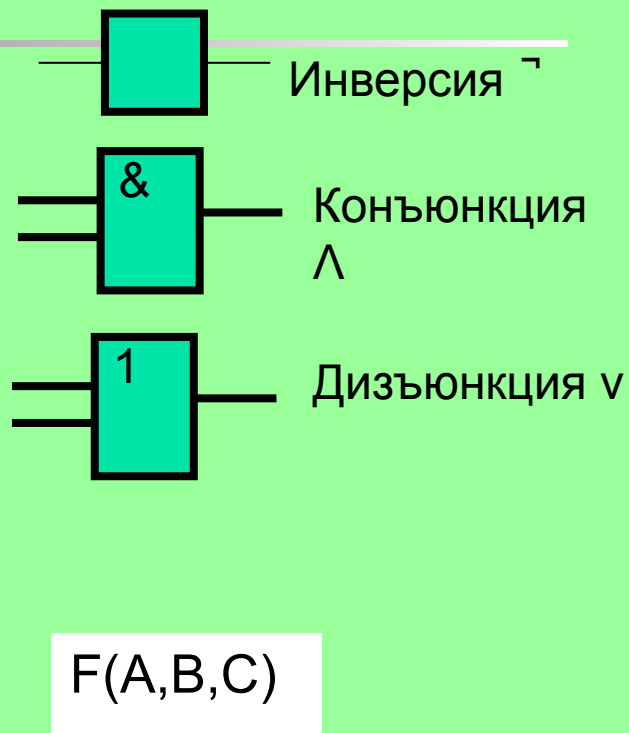
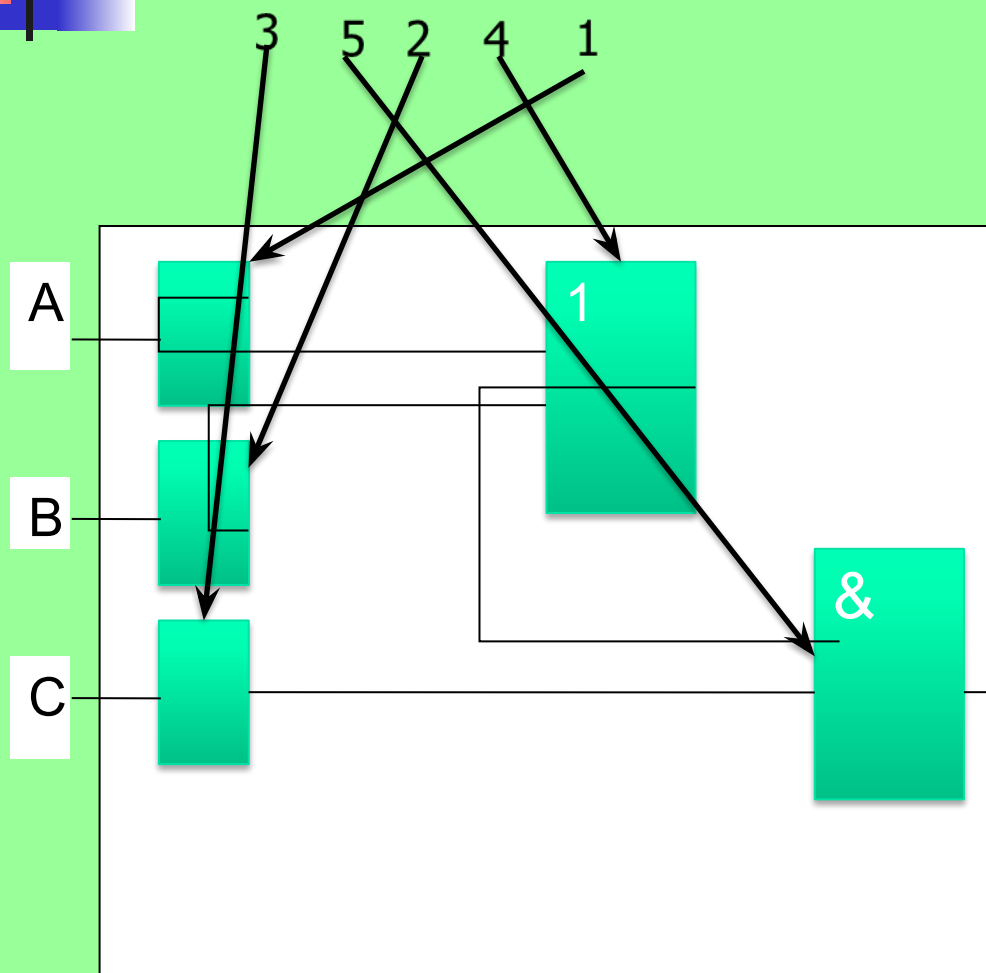
- 
- 
- 1) Применяем закон склеивания к 1-му и 3-му выражениям  $(\neg a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge \neg c) =$
  - 2) Применяем распределительный закон  $(\neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) =$
  - 3) Применяем закон поглощения  $\neg c \wedge (\neg b \vee (\neg a \wedge b)) = \neg c \wedge (\neg b \vee (\neg a))$
  - 4) Проставляем на полученной формуле порядок выполнения логических операций согласно приоритета

- $\neg c \wedge (\neg b \vee (\neg a))$

3   5   2   4   1

изображаем каждую операцию на схеме логического элемента по порядку, заменяя операции соответствующим значком:

■  $\bar{c} \wedge (\bar{b} \vee (\bar{a}))$







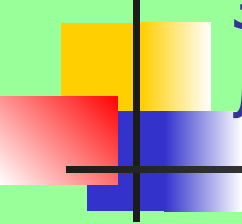
# Алгоритм получения СКНФ по таблице истинности:

---

**(В случае если среди значений функции значений «0» меньше, применяют СКНФ)**

- Отметить те строки таблицы истинности, в последнем столбце которых стоят 0:
- Выписать для каждой отмеченной строки дизъюнкцию всех переменных следующим образом: если значение некоторой переменной в данной строке =0, то в дизъюнкцию включают саму эту переменную, если =1, то ее отрицание:
- Все полученные дизъюнкции связать в конъюнкцию (записать сумму произведений):
- Упростить логическое выражение, применив законы
  - Склеивания
  - Распределительный
  - Поглощения
- (Предлагается выполнить самостоятельно)

# Задания: построить схемы логических элементов, реализующих заданные логические функции



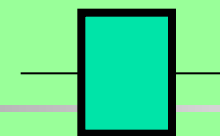
---

1 вариант	2 вариант	3 вариант	4. Вариант	5. Вариант	6. Вариант	7. Вариант
$F(A,B,C)$	$F(A,B,C)$	$F(A,B,C)$	$F(A,B,C)$	$F(A,B,C)$	$F(A,B,C)$	$F(A,B,C)$
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0	0

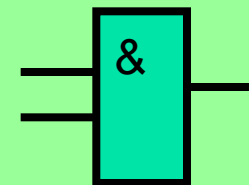
Законы алгебры логики:

Закон двойного отрицания	1	$a \equiv \overline{\overline{a}}$	Двойное отрицание исключает отрицание.
Переместительный (коммутативный) закон	2	$a \vee b \equiv b \vee a$	Для логического сложения
	3	$a \wedge b \equiv b \wedge a$	Для логического умножения
Сочетательный (ассоциативный) закон:	4	$(a \vee b) \vee c \equiv a \vee (b \vee c) \equiv a \vee b \vee c$	Для логического сложения
	5	$(a \wedge b) \wedge c \equiv a \wedge (b \wedge c) \equiv a \wedge b \wedge c$	Для логического умножения
Распределительный (дистрибутивный) закон	6	$(a \vee b) \wedge c \equiv (a \wedge c) \vee (b \wedge c)$	Для логического сложения
	7	$(a \wedge b) \vee c \equiv (a \vee c) \wedge (b \vee c)$	Для логического умножения
Закон общей инверсии (законы де Моргана)	8	$\overline{a \vee b} \equiv \overline{a} \wedge \overline{b}$	Для логического сложения
	9	$\overline{a \wedge b} \equiv \overline{a} \vee \overline{b}$	Для логического умножения
Закон идемпотентности	10	$a \vee a \equiv a$	Для логического сложения
	11	$a \wedge a \equiv a$	Для логического умножения
Законы исключения констант	12	$a \vee 1 \equiv 1$	Для логического сложения
	13	$a \vee 0 \equiv a$	Для логического сложения
	14	$a \wedge 1 \equiv a$	Для логического умножения
	15	$a \wedge 0 \equiv 0$	Для логического умножения
Закон противоречия	16	$a \wedge \overline{a} \equiv 0$	Для логического умножения
Закон исключающего третьего	17	$a \vee \overline{a} \equiv 1$	Для логического сложения
Закон поглощения	18	$a \vee (a \wedge b) \equiv a$ $a \vee (\overline{a} \wedge b) \equiv a \vee b$	Для логического сложения
	19	$a \wedge (a \vee b) \equiv a$ $a \wedge (\overline{a} \vee b) \equiv a \wedge b$	Для логического умножения
Закон исключения (склеивания)	20	$(a \wedge b) \vee (\overline{a} \wedge b) \equiv b$	Для логического сложения
	21	$(a \vee b) \wedge (\overline{a} \vee b) \equiv b$	Для логического умножения
Закон контрапозиции (правило перевертывания)	22	$a \rightarrow b \equiv \overline{b} \rightarrow \overline{a}$	
	23	$a \rightarrow b \equiv \overline{a} \vee b$	
	24	$a \leftrightarrow b \equiv (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$	

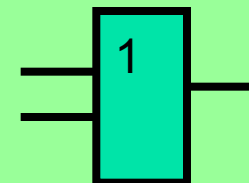
Логические операции в порядке приоритета



Инверсия  $\neg$



Конъюнкция  
 $\wedge$



Дизъюнкция  
 $\vee$



# Домашнее задание

---

- Анализ и упрощение логической схемы:
  - Нарисовать схему логического элемента с тремя логическими входами ( $X, Y, Z$ ), содержащую не менее семи логических операций.
  - Построить таблицу истинности к ней. Применить СКНФ или СДНФ.
  - Упростить по приведенному в презентации алгоритму.
  - Построить новую схему.



# Ключ для проверки:

---

1.  $Cv(B\wedge \neg A)$
2.  $C\wedge (\neg Bv \neg A)$
3.  $\neg C\wedge (\neg Bv A)$
4.  $\neg A\wedge (Bv \neg C)$
5.  $\neg B\wedge (Cv \neg A)$
6.  $\neg Bv (C\wedge \neg A)$
7.  $\neg Av (B\wedge \neg C)$