

# Помехоустойчивое кодирование

## **Основные идеи**

# Литература

- Алгебраическая теория кодирования Автор: Берлекэмп Э. Издательство: Мир Год: 1971
- Теория кодов, исправляющих ошибки Мак-Вильямс Ф.Дж., Слоэн Н.Дж.А. Издательство: Связь Год: 1979
- Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. [Морелос-Сарагоса Р.](#).: Издательство: Техносфера, Год: 2006.

# Кодирование информации

- **Кодирование источника** – устранение «лишней», сжатие информации
- **Кодирование канала** – добавление избыточности для обнаружения и/или исправления ошибок (в результате шума) – защита от случайных воздействий

# Шум

- Может произойти из-за магнитной бури, молнии, метеоритного дождя, случайного искажения звука в радиопередаче, плохой печати изображения или текста, плохой слышимости ...
- В результате шума сообщение может исказиться

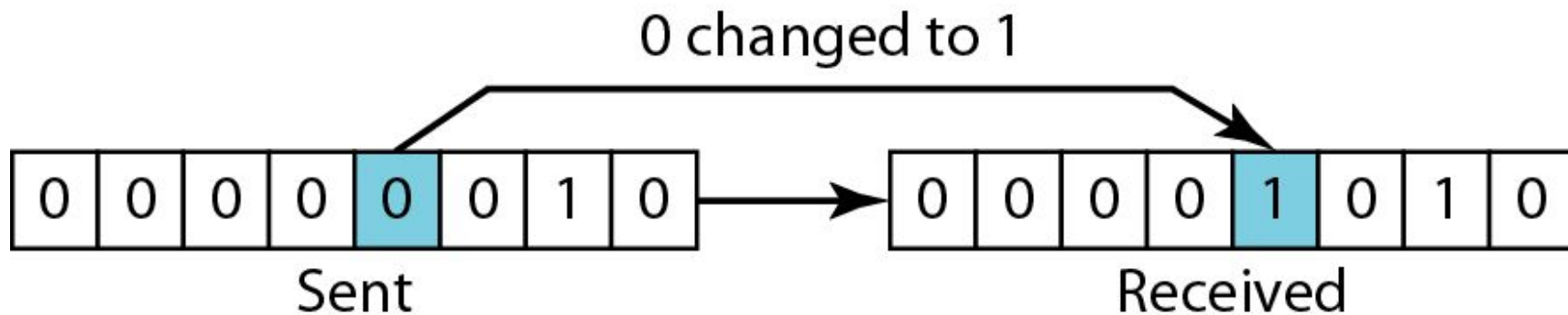
# Канал

- Например, телефонная линия или атмосфера

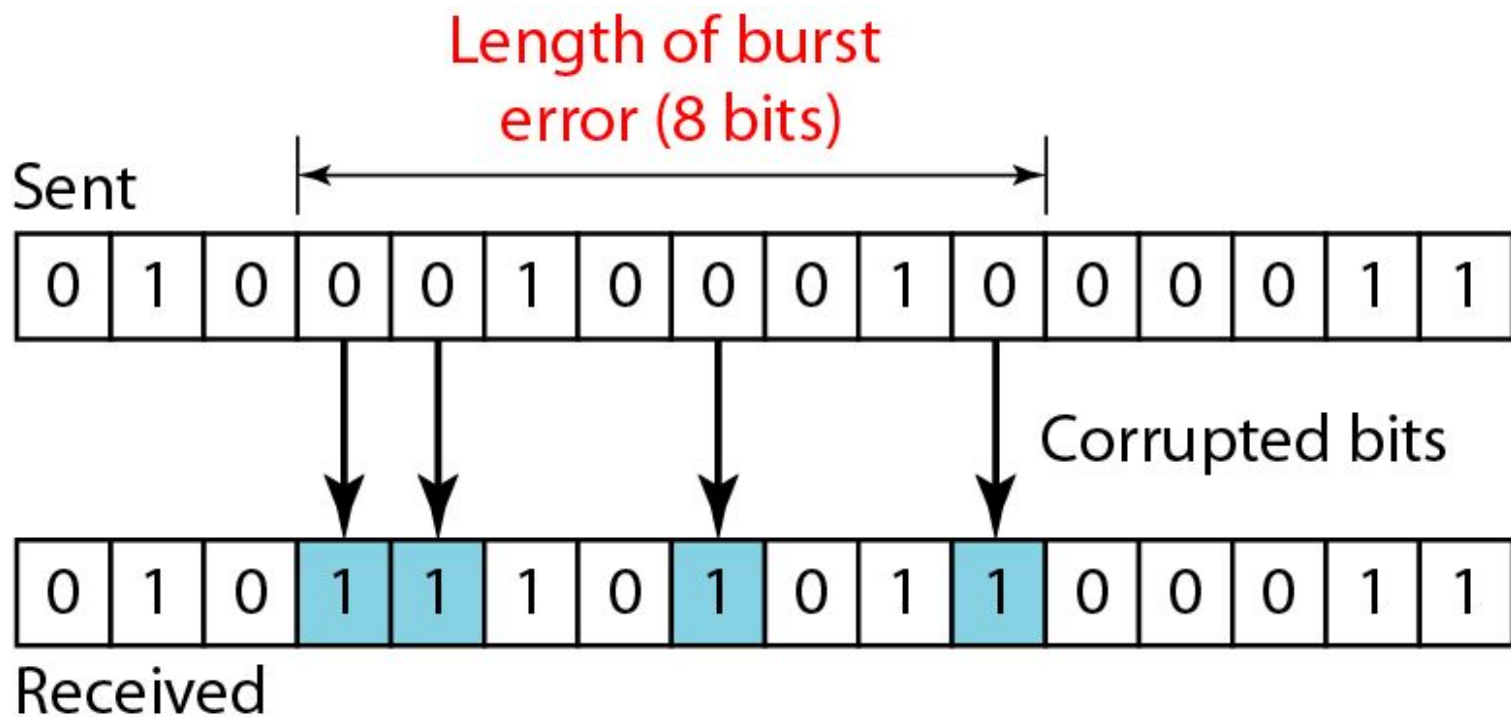
# Методы борьбы со случайными ошибками

- Введение избыточности
- Цели: обнаружение и/или исправление ошибок

# Ошибка в одном разряде



# Пакет ошибок длины 8





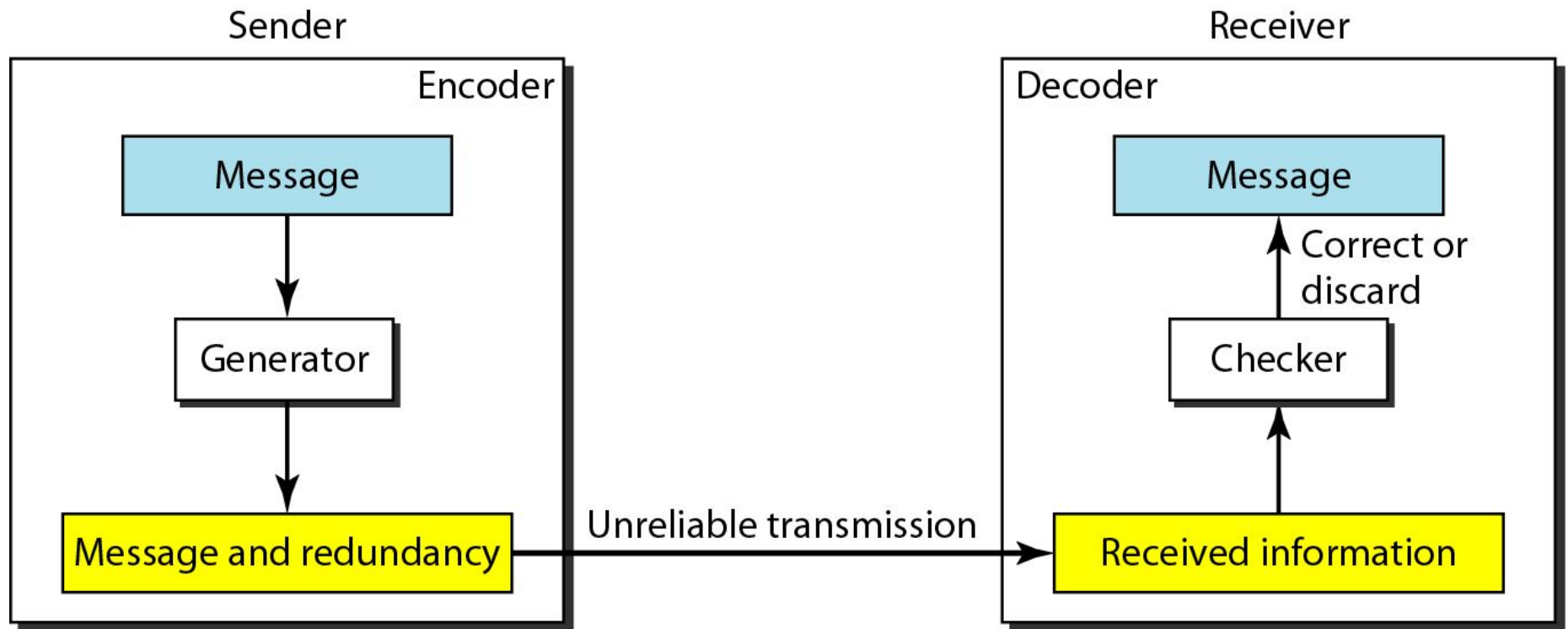
# Модель ошибки

- *Ошибка* – замена в двоичном сообщении 0 на 1 и\или наоборот, замена 1 на 0
- Пример:  
ИСХОДНОЕ  
СЛОВО: 00010100
- ОШИБОЧНЫЕ  
СЛОВА:  
00110100,  
00000100,  
00101100

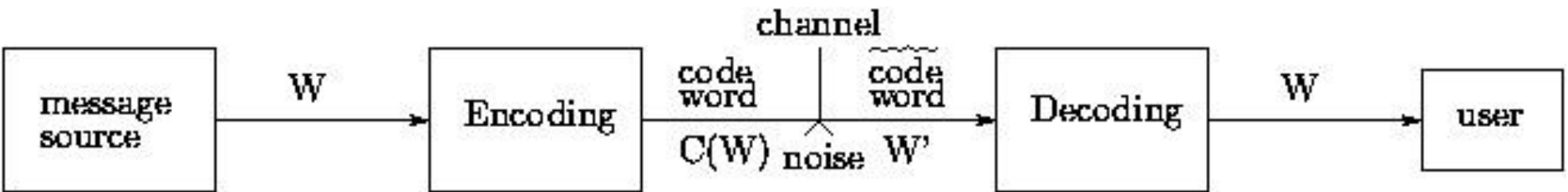
# Другие модели

- Стирающий канал
- Канал со вставками

# Структура кодера и декодера

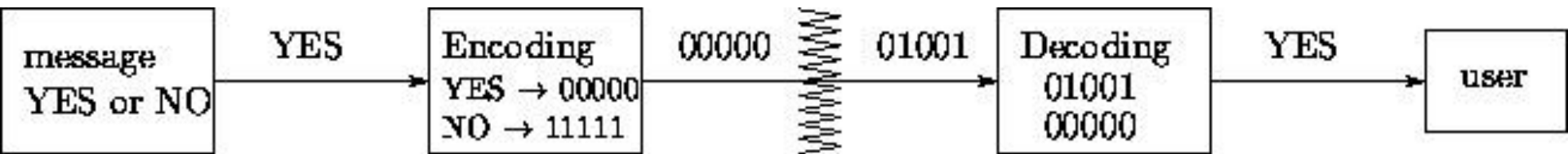


# Передача по зашумленному каналу



# Передача по зашумленному каналу

Пример:



в результате шума сообщение 00000  
искажается в 01001

# Продолжение примера

- Кодирование:

$$0 \rightarrow 00000$$

$$1 \rightarrow 11111$$

- Код – множество кодовых слов:

$$\{00000, 11111\}$$

# Метод борьбы с шумом

## Избыточность

0 кодируется как 00000,  
а 1 кодируется как 11111.





## Пример(2)

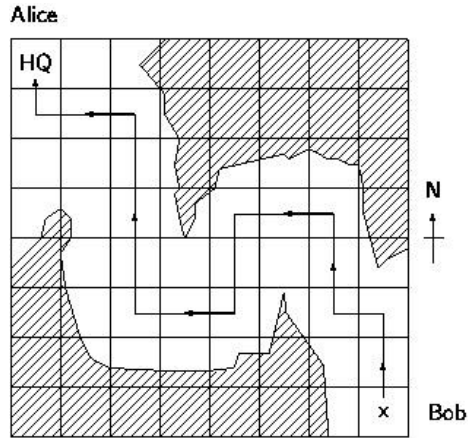


Fig. 1

Сообщение Алисы:  
NNWNNWWSSWWNNNNWWN

Исходное множество символов: {E,W,S,N}

Множество кодовых слов {00,01,10,11}  
– любая ошибка приводит к катастрофе



# Пример(4)

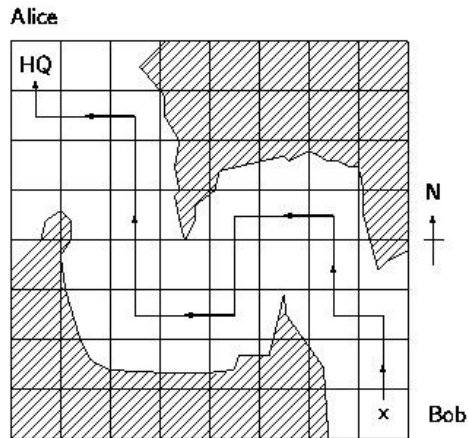


Fig. 1

Сообщение Алисы:  
NNWNNWWSSWWNNNNWWN

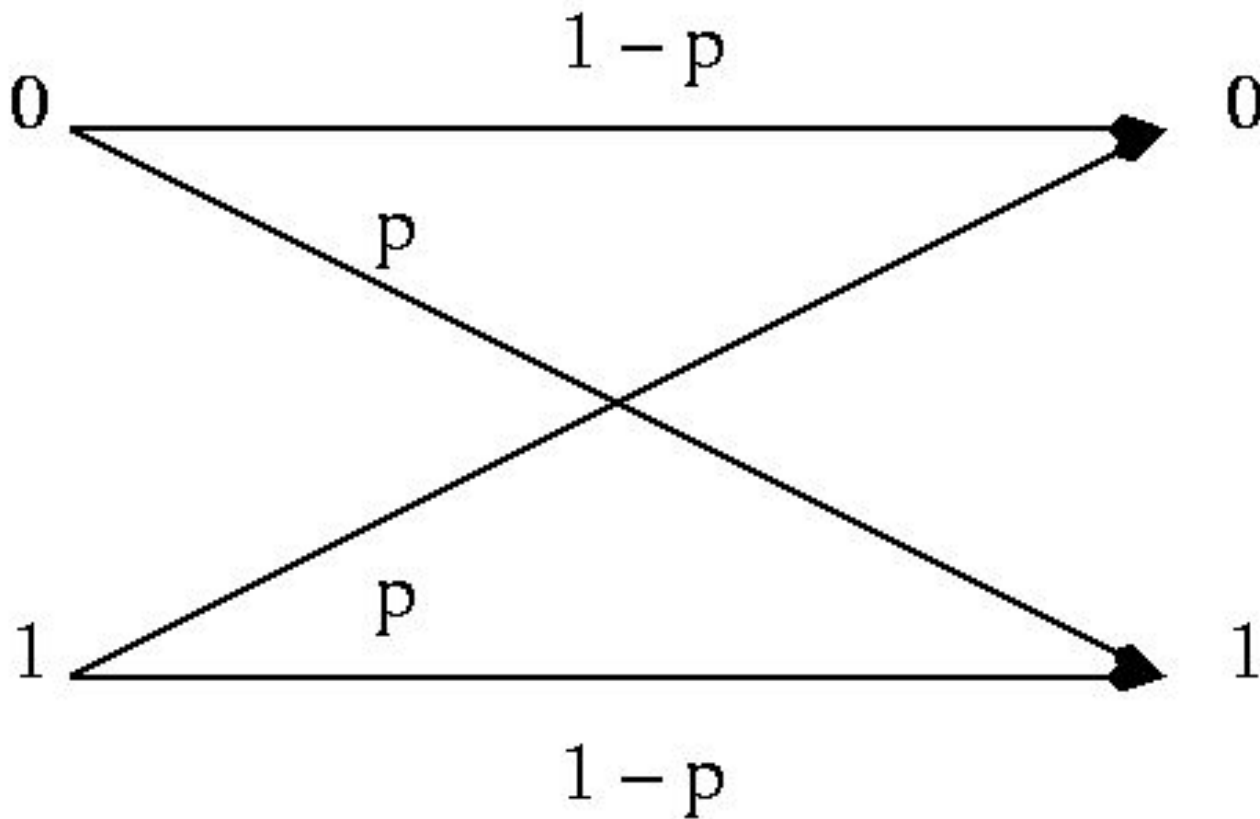
Исходное множество символов: {E,W,S,N}

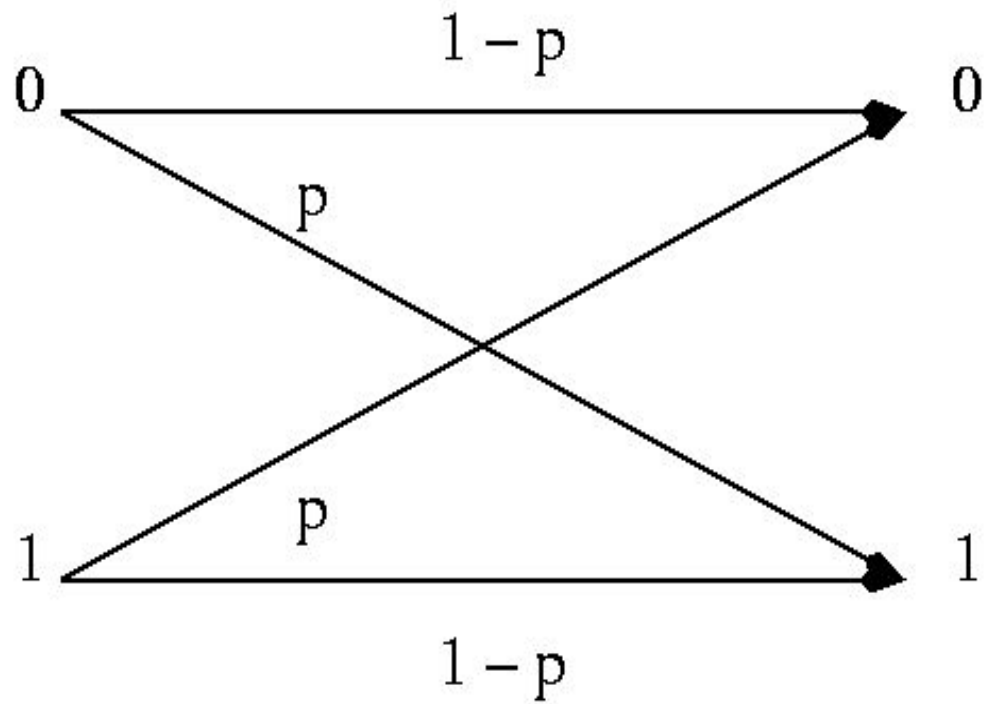
Множество кодовых слов {00000,01101,10110,11011}  
– локализация ошибки – возможно ее исправление

# Цели передачи по каналу с шумом

1. Быстрое кодирование информации.
2. Простой способ передачи закодированного сообщения.
3. Быстрое декодирование полученной информации.
4. Надежная очистка от шума.
5. Передача максимального объема информации в единицу времени.

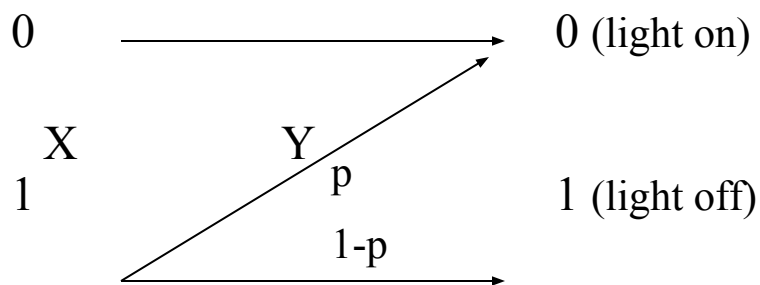
# ДСК – двоичный симметричный канал





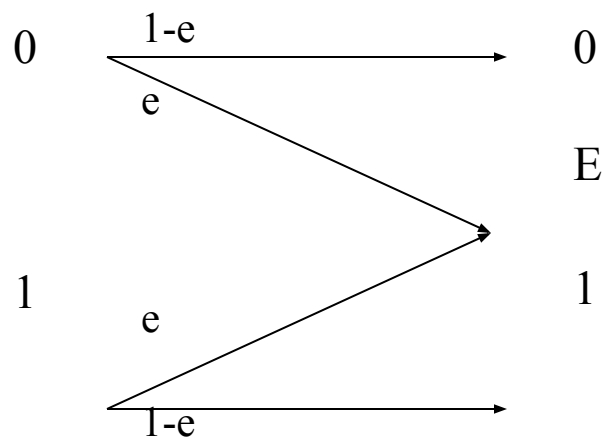
- двоичный :  $(0,1)$
- симметричный:  $p(0 \rightarrow 1) = p(1 \rightarrow 0)$

# Другие модели каналов



$$P(X=0) = P_0$$

Z-канал (оптический)



$$P(X=0) = P_0$$

Стирающий канал(MAC)

# BER – bit error rate

- *Это средняя вероятность ошибки одного бита передаваемой информации*

*мобильные каналы  $\approx 10^{-2}$*

*проводные каналы  $\approx 10^{-5}$*

*волоконнооптические каналы  $\approx 10^{-12}$*



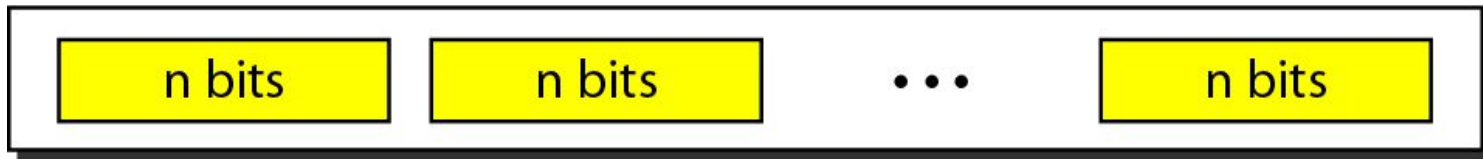
# Помехоустойчивое кодирование – две стратегии

- *Исправление ошибки за счет избыточности (FEC – forward error correction)*
- *Обнаружение ошибок с последующим запросом на повторную передачу ошибочно принятой информации (ARR – automatic repeat request)*

# БЛОКОВЫЕ КОДЫ



$2^k$  Datawords, each of k bits



$2^n$  Codewords, each of n bits (only  $2^k$  of them are valid)

# Помехоустойчивое кодирование – области применения

*Хранение информации с высокой плотностью записи*  
– CD-ROM, DVD

*Передача данных при ограниченной мощности сигнала*  
– спутниковая и мобильная связь

*Передача информации по сильно зашумленным каналам*  
– высокоскоростные проводные линии связи,  
мобильная связь

*Передача данных по каналам связи с повышенными требованиями к надежности информации* –  
вычислительные сети, линии передачи со сжатием

# Кодирование – замена информационного слова на кодовое

## Пример.

| Информационное слово | Кодовое слово |
|----------------------|---------------|
| 000                  | 0000          |
| 001                  | 0011          |
| 010                  | 0101          |
| 011                  | 0110          |
| 100                  | 1001          |
| 101                  | 1010          |
| 110                  | 1100          |
| 111                  | 1111          |

Кодирование – замена информационного слова  
на кодовое

В общем случае:  $V=\{0,1\}$

Двоичное кодирование:

$$B^k \Rightarrow C \subseteq B^n$$

$C$  – код

---

Расстояние Хэмминга между двумя  
словами есть число разрядов, в которых  
эти слова различаются

---

# Пример

*1. Расстояние Хэмминга  $d(000, 011)$  есть 2*

*:*

*2. Расстояние Хэмминга  $d(10101, 11110)$   
равно 3*

# Декодирование – исправление ошибки, если она произошла

- Множество кодовых слов  
{00000, 01101, 10110, 11011}
- Если полученное слово 10000, то декодируем в «ближайшее» слово 00000
- Если полученное слово 11000 – то только обнаружение, так как два варианта: 11000 – в 00000 или 11000 – в 11011
-



# Выводы

Если в процессе передачи по зашумленному каналу кодовое слово отобразится в другое кодовое слово, не совпадающее с переданным, то происходит необнаруживаемая ошибка – **ошибка декодирования**

Хорошие коды должны иметь такую структуру, чтобы была возможность не только обнаруживать, но и исправлять ошибки