

Представление чисел в формате с плавающей запятой

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ В ФОРМАТЕ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ

Вещественные числа хранятся и обрабатываются в компьютере в формате с **плавающей запятой** (положение запятой в записи числа может изменяться).

Формат чисел с плавающей запятой базируется на экспоненциальной форме записи:

$$A = m \times q^n,$$

где m – мантисса числа,
 q – основание системы счисления,
 n – порядок числа.

Для однозначности представления чисел с плавающей запятой используется **нормализованная форма**, при которой мантисса отвечает условию:

$$1/n \leq |m| < 1,$$

т.е. мантисса должна быть правильной дробью и иметь после запятой цифру, отличную от нуля.

ПРИВЕДЕНИЕ ЧИСЛА С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ К НОРМАЛИЗОВАННОЙ ФОРМЕ

Преобразуем десятичное число 888,888 в экспоненциальную форму с нормализованной мантиссой:

$$888,888 = 0,888888 \times 10^3$$

Нормализованная мантисса $m = 0,888888$, порядок $n = 3$.

Число в форме с плавающей запятой занимает в памяти компьютера четыре байта (*число обычной точности*) или восемь байтов (*число двойной точности*).

При записи числа с плавающей запятой выделяются разряды для хранения знака мантиссы, знака порядка, порядка и мантиссы.

Диапазон изменения чисел определяется количеством разрядов, отведенных для хранения порядка числа, а точность (количество значащих цифр) определяется количеством разрядов, отведенных для хранения мантиссы.

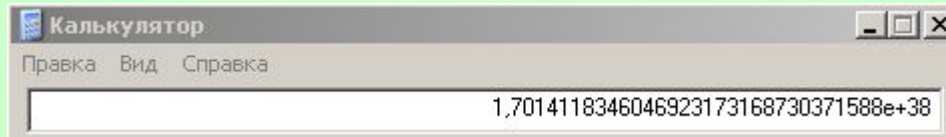
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ЧИСЛА И ЕГО ТОЧНОСТИ

Задача. Определить максимальное число и его точность для формата чисел *обычной точности*, если для хранения порядка и его знака отводится 8 разрядов, а для хранения мантиссы и ее знака – 24 разряда.

0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
знак и порядок								знак и мантисса																							

Максимальное значение порядка числа составит $1111111_2 = 127_{10}$, следовательно, максимальное число:

$$2^{127} = 1,7014118346046923173168730371588 \times 10^{38}.$$



Максимальное значение положительной мантиссы:

$$2^{23} - 1 \approx 2^{23} = 2^{(10 \times 2,3)} \approx 1000^{2,3} = 10^{(3 \times 2,3)} \approx 10^7.$$

Максимальное значение *чисел обычной точности* с учетом возможной точности вычислений составит $1,701411 \times 10^{38}$, т.к. количество значащих цифр десятичного числа ограничено 7 разрядами).

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ С ЧИСЛАМИ В ФОРМАТЕ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ

Выполнить арифметические операции с числами $0,1 \times 2^5$ и $0,1 \times 2^3$.

При сложении и вычитании чисел в формате с плавающей запятой сначала производится **выравнивание порядков** (меньший по модулю порядок числа увеличивается до величины большего по модулю порядка числа, а мантисса уменьшается в такое же количество раз), а затем **сложение или вычитание мантисс**.

$$\begin{array}{r} + \quad 0,100 \times 2^5 \\ \quad 0,001 \times 2^3 \\ \hline 0,101 \times 2^5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,100 \times 2^5 \\ - \quad 0,001 \times 2^3 \\ \hline 0,011 \times 2^5 = 0,11 \times 2^4 \end{array}$$

При умножении чисел в формате с плавающей запятой **порядки складываются**, а **мантиссы перемножаются**.

$$\begin{array}{r} \times \quad 0,1 \times 2^5 \\ \quad 0,1 \times 2^3 \\ \hline 0,01 \times 2^8 = 0,1 \times 2^7 \end{array}$$

При делении **из порядка делимого вычитается порядок делителя**, а **мантисса делится на мантиссу делителя**.

$$\begin{array}{r} \div \quad 0,1 \times 2^5 \\ \quad 0,1 \times 2^3 \\ \hline 1 \times 2^2 = 0,1 \times 2^3 \end{array}$$

После выполнения арифметической операции производится **нормализация**.