

Представление чисел в памяти компьютера

*презентация подготовлена
учителем информатики МОУ СОШ №8
Константиновой Еленой Ивановной*

Как представляются в компьютере целые числа?

Целые числа могут представляться в компьютере со знаком или без знака.

Целые числа без знака обычно

занимают в памяти один или два байта и принимают в однобайтовом формате значения от 00000000_2 до 11111111_2 , а в двухбайтовом формате - от $00000000\ 00000000_2$ до 1111111111111111_2 .

Диапазоны значений целых чисел без знака

Формат числа в байтах	Диапазон	
	Запись с порядком	Обычная запись
1	$0 \dots 2^8 - 1$	0 ... 255
2	$0 \dots 2^{16} - 1$	0 ... 65535

Целые числа со знаком обычно

занимают в памяти компьютера один, два или четыре байта, при этом самый левый (старший) разряд содержит информацию о знаке числа. Знак "плюс" кодируется нулем, а "минус" - единицей.

Диапазоны значений целых чисел со знаком

Формат числа в байтах	Диапазон	
	Запись с порядком	Обычная запись
1	$-2^7 \dots 2^7 - 1$	-128 ... 127
2	$-2^{15} \dots 2^{15} - 1$	-32768 ... 32767
4	$-2^{31} \dots 2^{31} - 1$	-2147483648 ... 2147483647

Рассмотрим особенности записи целых чисел со знаком на примере **однобайтового формата**, при котором для знака отводится один разряд, а для цифр абсолютной величины - семь разрядов.



В компьютерной технике применяются три формы записи (кодирования) целых чисел со знаком: *прямой код*, *обратный код*, *дополнительный код*.

Положительные числа в прямом, обратном и дополнительном кодах изображаются одинаково - двоичными кодами с цифрой 0 в знаковом разряде.

Отрицательные числа в прямом, обратном и дополнительном кодах имеют разное изображение.

1. **Прямой код.** В знаковый разряд помещается цифра 1, а в разряды цифровой части числа - двоичный код его абсолютной величины

2. Обратный код. Получается инвертированием всех цифр двоичного кода абсолютной величины числа, включая разряд знака: нули заменяются единицами, а единицы – нулями.

3. Дополнительный код. Получается образованием обратного кода с последующим прибавлением единицы к его младшему разряду.

Формы записи целых положительных чисел

Десятичное представление	Двоичное представление	Представление в прямом коде	Представление в обратном коде	Представление в дополнительном коде
23	10111	00010111	00010111	00010111
127	1111111	01111111	01111111	01111111
1	1	00000001	00000001	00000001

имеют одинаковое представление

Число $23_{10} = 10111_2$

прямой, обратный и дополнительный код

0	0	0	1	0	1	1	1
«+»							

Число $127_{10} = 1111111_2$

прямой, обратный и дополнительный код

0	1	1	1	1	1	1	1
«+»							

Число $1_{10} = 1_2$

прямой, обратный и дополнительный код

0	0	0	0	0	0	0	1
«+»							

Формы записи целых отрицательных чисел

Десятичное представление	Двоичное представление	Представление в прямом коде	Представление в обратном коде	Представление в дополнительном коде
-1	-1	10000001	11111110	11111111
-17	-10001	10010001	11101110	11101111
-127	-1111111	11111111	10000000	10000001

Прямой код числа -17:

1	0	0	1	0	0	0	1
«-»							

Прямой код числа -127:

1	1	1	1	1	1	1	1
«-»							

Обратный код числа -17:

1	1	1	0	1	1	1	0
«-»							

Обратный код числа -127:

1	0	0	0	0	0	0	0
«-»							

Дополнительный код числа -17:

1	1	1	0	1	1	1	1
«-»							

Дополнительный код числа -127:

1	0	0	0	0	0	0	1
«-»							



Операции над числами с фиксированной точкой.

1. А и В положительные. При суммировании складываются все разряды, включая разряд знака. Так как знаковые разряды положительных слагаемых равны нулю, разряд знака суммы тоже равен нулю. Например:

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} + 3 \\ + 7 \\ \hline 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 0\ 0000011 \\ + 0\ 0000111 \\ \hline 0\ 0001010 \end{array}$

Получен правильный результат.

2. А положительное, В отрицательное и по абсолютной величине больше, чем А.

Например:

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} + 3 \\ -10 \\ \hline -7 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 0\ 0000011 \\ 1\ 1110101 \\ \hline 1\ 1111000 \end{array}$
	Обратный код числа -10
	Обратный код числа -7

Получен правильный результат в обратном коде. При переводе в прямой код биты цифровой части результата инвертируются: $1\ 0000111 = -7_{10}$.

3. А положительное, В отрицательное и по абсолютной величине меньше, чем А. Например:

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} + 10 \\ - 3 \\ \hline 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 0\ 0001010 \\ 1\ 1111100 \\ \hline 0\ 0000110 \\ \leftarrow +1 \\ \hline 0\ 0000111 \end{array}$ Обратный код числа -3

Компьютер исправляет полученный первоначально неправильный результат (6 вместо 7) переносом единицы из знакового разряда в младший разряд суммы!!!

4. А и В отрицательные. Например:

Полученный первоначально неправильный результат (обратный код числа -11_{10} вместо обратного кода числа -10_{10}) компьютер исправляет переносом единицы из знакового разряда в младший разряд суммы.

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} + \quad -3 \\ + \quad -7 \\ \hline -10 \end{array}$	$\begin{array}{r} + \quad 1\ 1111100 \quad \text{Обратный код числа } -3 \\ + \quad 1\ 1111000 \quad \text{Обратный код числа } -7 \\ \hline 1\ 1110100 \\ \quad \quad \quad \rightarrow +1 \\ \hline 1\ 1110101 \quad \text{Обратный код числа } -10 \end{array}$

При переводе результата в прямой код биты цифровой части числа инвертируются: $1\ 0001010 = -10_{10}$.

5. А и В положительные, сумма А+В больше, либо равна 2^{n-1} , где n – количество разрядов формата чисел (для однобайтового формата n=8, $2^{n-1} = 2^7 = 128$). Например:

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} + 65 \\ + 97 \\ \hline 162 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 0\ 1000001 \\ + 0\ 1100001 \\ \hline 1\ 0100010 \end{array}$ Переполнение

Семи разрядов цифровой части числового формата **недостаточно** для размещения восьмиразрядной суммы ($162_{10} = 10100010_2$), поэтому **старший разряд суммы оказывается в знаковом разряде**. Это вызывает **несовпадение знака суммы и знаков слагаемых** (знак суммы – отрицателен, знак слагаемых – положительный), что является **свидетельством переполнения разрядной сетки**.

6. А и В отрицательные, сумма абсолютных величин А и В больше, либо равна 2^{n-1} .

Например:

$$63_2 = 0111111_2$$

Десятичная запись	Двоичные коды
+ -63	+ 1 1000000 Обратный код числа -63
+ -95	+ 1 0100000 Обратный код числа -95
<hr/>	<hr/>
158	0 1100000 Переполнение
	→ +1

Здесь знак суммы тоже не совпадает со знаками слагаемых, что свидетельствует о переполнении разрядной сетки.

1. А и В положительные. Здесь нет отличий от случая 1, рассмотренного для обратного кода, т.к. дополнительный код используется только для отрицательных чисел.

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} + 3 \\ + 7 \\ \hline 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 0\ 000011 \\ + 0\ 000011 \\ \hline 0\ 0001010 \end{array}$

2. А положительное, В отрицательное и по абсолютной величине больше, чем А. Например:

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} + 3 \\ -10 \\ \hline -7 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 0\ 0000011 \\ 1\ 1110110 \\ \hline 1\ 1111001 \end{array}$
	Дополнительный код числа -10
	Дополнительный код числа -7

Получен правильный результат в дополнительном коде.

При переводе в прямой код биты цифровой части результата инвертируются и к младшему разряду прибавляется единица:

$$1\ 0000110 + 1 = 1\ 0000111 = -7_{10}$$

**3. А положительное, В отрицательное
и по абсолютной величине меньше,
чем А.**

Например:

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} + 10 \\ - 3 \\ \hline 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 0\ 0001010 \\ 1\ 1111101 \\ \hline 0\ 0000111 \end{array}$ <small>Дополнительный код числа -3</small>
	<small>→ перенос отбрасывается</small>

**Получен правильный результат.
Единицу переноса из знакового
разряда компьютер отбрасывает.**

4. А и В отрицательные.

Например:

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} + -3 \\ + -7 \\ \hline -10 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 1\ 1111101 \\ + 1\ 1111001 \\ \hline 1\ 1110110 \end{array}$ <p>Дополнительный код числа -3 Дополнительный код числа -7 Дополнительный код числа -10 → перенос отбрасывается</p>

Получен правильный результат в дополнительном коде. **Единицу переноса** из знакового разряда компьютер **отбрасывает**. **Случаи переполнения** для дополнительных кодов рассматриваются по аналогии со случаями 5 и 6 для обратных кодов.

Задача.

Выполнить действия над машинными кодами чисел:
с фиксированной точкой. Формат 16 двоичных разрядов.

Дано: $A=190$; $B=250$

Найти: $C1=A + B$; $C2=A - B$.

Решение:

$A(10) = 190$; $A(16)=BE=10111110(2)$

$B(10) = 250$; $B(16)=FA=11111010(2)$

$C1 = A+B$

$A = 0\ 000000010111110$

$+B = 0\ 000000011111010$

$C1 = 0\ 000000110111000$

Проверка:

$C1 = 110111000(2)$

$C1(16) = 1B8 = 1*16*16+11*16+8*1 = 440(10)$

Ответ:

$C1 = 0\ 000000110111000$

$C2 = 1\ 000000000111100$

$C2 = A - B$

$A = 0\ 0000000010111110$ (прямой код)

$- B = 1\ 111111100000110$

(дополнительный код)

$C2 = 1\ 11111111000100$

Проверка:

$C2 = - 111100 = - BC = - 3*16 + 12*1 =$
 $= - 60(10)$

Задача.

**Выполнить действия над машинными кодами чисел:
с фиксированной точкой.**

Формат 16 двоичных разрядов.

Дано: $A = -387$; $B = -128$

Найти: $C_1 = A + B$;

Решение:

$$X = A + B \quad X = (-A) + (-B)$$

$$A(10) = -387; \quad A(16) = -183(16) = -110000011(2)$$

$$B(10) = -128; \quad B(16) = -80(16) = -10000000(2)$$

$$A(2) = 1\ 000000110000011 \text{ – прямой код}$$

$$A(2) = 1\ 111111001111100 \text{ – обратный код}$$

$$A(2) = 1\ 111111001111101 \text{ – дополн. код}$$

$V(2) = 1\ 000000010000000$ – прямой код

$V(2) = 1\ 1111110111111$ – обратный код

$V(2) = 1\ 11111110000000$ – дополн.код

$(-A) = 1\ 1111100111101$

$+ (-B) = 1\ 11111110000000$

$X = 1\ 1111011111101$ –доп. код

$X = 1\ 000001000000010$ – обр.код

$X = 1\ 000001000000011$ – пр.код

$X = -203(16) = -(2*16*16+0*16+3*1) =$

$= -(256*2+3) = -(512+3) = -515$

Представление чисел с плавающей точкой.

Этот способ представления опирается на нормализованную (экспоненциальную) запись действительных чисел.

Нормализованная запись отличного от нуля действительного числа A - это запись вида:

$$A = m * q^n,$$

где m – мантисса числа (правильная дробь, у которой первая цифра после запятой не равна нулю),

q – основание системы,

n – порядок числа.

Примеры:

1. Мантисса числа 64.5 – это число 0.645, а порядок – число 2, так как $64.5 = 0.645 * 10^2$.

2. Мантисса числа 0.0000012 – это число 0.12, а порядок – число -5, потому что $0.0000012 = 0.12 * 10^{-5}$.

При представлении чисел с плавающей запятой часть разрядов ячейки отводится для записи порядка числа, остальные разряды - для записи мантиссы. По одному разряду в каждой группе отводится для изображения знака порядка и знака мантиссы.

A spiral-bound notebook with a brown cover and a white page. The spiral binding is on the left side. The text is centered on the page.

**Операции над числами с
плавающей точкой.**

Дано: $A = 12,75$; $B = 250$

Найти: $C3 = A + B$, $C4 = A - B$

Формат – 32 двоичных разряда со смещенным порядком.

$$A(10) = 12,75 = A(16) = C.C;$$

$$B(10) = 250 = B(16) = FA$$

Нормализация мантисс

$$m_A = 0.CC; \quad p_{xA} = 40 + 1 = 41$$

$$m_B = 0.FA; \quad p_{xB} = 40 + 2 = 42$$

Выравнивание характеристик:

$$\Delta p = p_{xA} - p_{xB} = -1$$

$$m^*A = m_A * 16^{-1} = 0.0CC;$$

$$p_{xA} = 41 + 1 = 42$$

$$C3 = A + B;$$

$$m_A = 00\ 0CC000 \quad p_{xA} = 42$$

$$m_B = 00\ FA0000 \quad p_{xB} = 42$$

$$m_{C3} = 01\ 06C000 \quad p_{xC} = 42$$

Нормализация мантиссы результата

$$mxC3 = 00\ 106C00;$$

$$pxC3 = 42 + 1 = 43$$

Проверка

$$C3(16) = 106, C = (C3) = 262,75$$

$$C3 = 0\ 10000110001000001101100000000000$$

$$C4 = A - B$$

$$mA = 00\ 0CC000 \quad pxA = 42$$

$$mB = 10\ 06000 \quad pxB = 42$$

$$mC3 = 10\ 12C000 \quad pxC = 42$$

Нормализация мантиссы результата:

$$mC4 = 10\ ED4000 \quad pxC4 = 42$$

Проверка:

$$C4 = -ED.4 = (C4) = - (14 * 16 + 13 * 1 + 4/16) = -237,25$$

$$C4 = 11000010111011010100000000000000$$

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Получение дополнительного кода числа

Пусть $k = 8$

--	--	--	--	--	--	--	--

Надо представить
дополнительным кодом $n = -58$

$$|-58| = 58 = 111010_2$$

0	0	1	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Заменяем единицы на нули и
нули на единицы.

1	1	0	0	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

$$\begin{array}{r} 11000101 \\ + \quad \quad \quad 1 \\ \hline 11000110 \end{array}$$

1	1	0	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Целые отрицательные числа в компьютере представляются в так называемом *дополнительном коде*. Это позволяет заменить операцию вычитания в компьютере операцией сложения, что в свою очередь позволяет существенно ускорить производимые вычисления.

Для k -разрядной ячейки дополнительный код отрицательного числа получается следующим образом:

1. Модуль числа представляется *прямым кодом* в k разрядах.
2. В прямом коде все нули заменяются на единицы, а единицы – на нули. Таким образом получаем *обратный код* исходного числа.
3. К полученному обратному коду прибавляется единица. Таким образом, дополнительный код отрицательного числа n в k -разрядной ячейке – это дополнение модуля этого числа до 2^k .

Обратите внимание, что 2^k в k -разрядной арифметике равно 0. Дело в том, что в k разрядах уместается только k цифр, а в числе 2^k цифр $k+1$. Например, для 8-ми разрядной ячейки $2^8 = 2^8 = 256 = 10000000_2$.

1	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

В таком случае говорят, что единица вышла за пределы разрядной сетки.

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Восстановление числа по его дополнительному коду

Пусть $k = 8$

Нужно восстановить исходное число по дополнительному коду:

1	1	0	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

2 способ.

Заменяем единицы на нули и нули на единицы.

0	0	1	1	1	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

$$\begin{array}{r} 00111001 \\ + 1 \\ \hline 00111010 \end{array}$$

0	0	1	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

$$111010_2 = 58 = |-58|$$

Искомое число: -58

Иногда требуется по имеющемуся дополнительному коду числа восстановить исходное число. Модуль искомого числа в таком случае можно получить двумя способами:

1. Провести обратную цепочку преобразований: вычесть единицу из дополнительного кода числа, инвертировать полученный результат и перевести его в десятичную систему счисления.
2. Построить дополнительный код для имеющегося дополнительного кода и перевести результат в десятичную систему счисления.

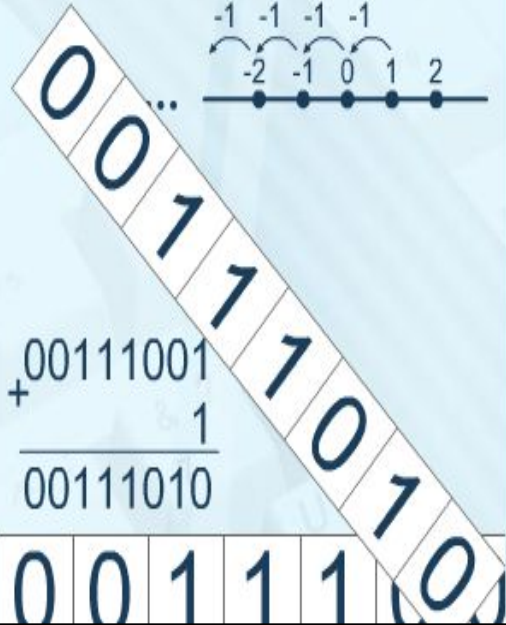


Проверь
себя



$$\begin{array}{r} 00111001 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 00111010 \end{array}$$

00111010



Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Почему отрицательные числа в компьютере представляются в дополнительном коде?

- Это позволяет заменить операцию вычитания операцией сложения
- Это удобно для программистов
- Это позволяет представить больший диапазон чисел в k разрядах

Сбросить

Подтвердить ответ



Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Почему отрицательные числа в компьютере представляются в дополнительном коде?

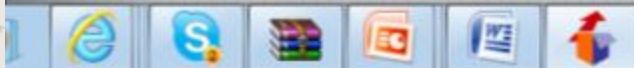
- Это позволяет представить больший диапазон чисел в k разрядах
- Это позволяет заменить операцию вычитания операцией сложения
- Это удобно для программистов

Верно

Закреть

Сбросить

Подтвердить ответ



Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Как будет выглядеть дополнительный код для числа -52 в 8-ми разрядной ячейке?

- 0100 1100
- 1100 1110
- 1100 1100
- 0011 0011

Сбросить

Подтвердить ответ



Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Как будет выглядеть дополнительный код для числа -52 в 8-ми разрядной ячейке?

- 1100 1110
- 1100 1100
- 0100 1100
- 0011 0011

Верно

Заккрыть

Сбросить

Подтвердить ответ



RU



Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Как будет выглядеть дополнительный код для числа -52 в 16-ти разрядной ячейке?

- 1111 1111 1100 1011
- 1111 1111 1100 1100
- 000 0000 0011 0011
- 1000 0000 1100 1100

Сбросить

Подтвердить ответ



Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Как будет выглядеть дополнительный код для числа -52 в 16-ти разрядной ячейке?

- 1111 1111 1100 1100
- 1111 1111 1100 1011
- 000 0000 0011 0011
- 1000 0000 1100 1100

Верно

Заккрыть

Сбросить

Подтвердить ответ



Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Укажите десятичный эквивалент числа 11000100, если оно записано в дополнительном коде.

- 27
- 60
- 195
- 59

Сбросить

Подтвердить ответ



Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Укажите десятичный эквивалент числа 11000100, если оно записано в дополнительном коде.

- 59
- 195
- 27
- 60

Верно

Закреть

Сбросить

Подтвердить ответ



RU

RU

RU

RU

RU

RU

RU

RU

RU

RU

RU

RU

Задания на дом:

- 1. Угринович Н.Д. п. 2.9., стр.103-105.**
- 2. Заполнить карточки.**

Литература:

- Информатика. Путеводитель абитурента и старшеклассника. Авт.-сост. Н.А. Подольская.- М.: Научно-технический центр «Университетский», 1998.-128 стр.
- Информатика 10 класс. Поурочные планы по учебнику Н.Д. Угриновича «Информатика и информационные технологии.10-11 классы. Составитель М.Г.Гилярова. Издательско-торговый дом «Корифей».Волгоград.2007.128 стр.
- <http://pedsovet.su/load/14-1-0-3796>
- <http://fcior.edu.ru/>