The background of the slide is a blue-toned image. The top half features a semi-transparent white rectangular area containing the title text. Behind this area, there is a pattern of binary code (0s and 1s) in a lighter blue color, which appears to be floating or scrolling. The bottom half of the slide shows a dark blue background with a pattern of binary code in a slightly lighter shade, creating a sense of depth and digital data. On the left side, there are faint, semi-transparent images of computer keyboard keys, suggesting a digital or computing environment.

Представление информации в различных системах счисления

Содержание:



**Общее
представление
числовой
информации**



**Перевод чисел из
одной систем
счисления в
другую**



**Арифметические
вычисления в
различных системах
счисления**

История систем счисления

Современный человек в повседневной жизни постоянно сталкивается с числами и цифрами: мы запоминаем номера автобусов и телефонов, в магазине подсчитываем стоимость покупок, ведем свой семейный бюджет и т.д. и т.п.

Числа, цифры...они с нами везде.

А две тысячи лет назад что знал человек о числах?

А пять тысяч лет назад?

Сегодня, в 21 веке, человечество для записи чисел использует в основном десятичную систему счисления.

А что такое система счисления?



Системы счисления

Система счисления - совокупность приемов и правил для изображения чисел с помощью символов (цифр), имеющих определенные количественные значения.



Система счисления

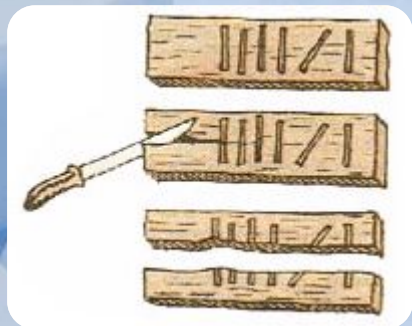


непозиционная позиционная

Непозиционная система счисления

В непозиционных системах счисления вес цифры (то есть тот вклад, который она вносит в значение числа) не зависит от ее позиции в записи числа.


























Так, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти.



Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)

Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)

 ва 1	 вѣди 2	 глаголь 3	 добро 4	 есть 5	 зело 6	 земля 7	 иже 8	 фита 9
 и 10	 како 20	 люди 30	 мыслете 40	 наш 50	 кси 60	 ом 70	 покой 80	 червь 90
 рцы 100	 слово 200	 твёрдо 300	 ук 400	 ферт 500	 хер 600	 пси 700	 о 800	 цы 900

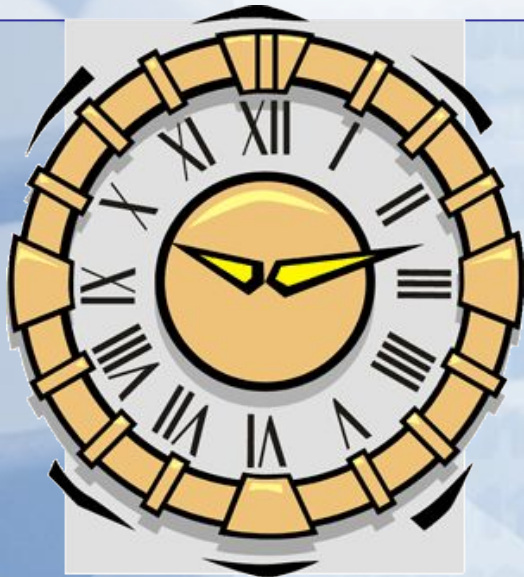
Более совершенные непозиционные с/с. К их числу относились славянская, греческая, финикийская и др. В них числа от 1 до 9, целые количества десятков (от 10 до 90) и целые количества сотен (от 100 до 900) обозначались буквами алфавита.

В России славянская нумерация сохранилась до конца 17 века. При Петре I возобладала арабская нумерация, которой пользуемся до сих пор.

Греки над буквами, обозначающими числа, ставили специальный знак

– ТИТЛО.

Римская система счисления



В ней для обозначения чисел **1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000** используются заглавные латинские буквы **I, V, X, L, C, D и M** (соответственно), являющиеся «цифрами» этой системы счисления.

Число в римской системе счисления обозначается набором стоящих подряд «цифр».



Римская система счисления

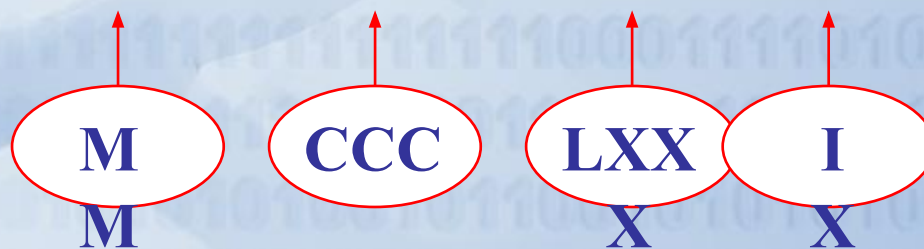
Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично непозиционная!*)

Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$



$$2389 = \text{MMCCCLXXXIX}$$



Позиционная система счисления

234

В позиционных системах счисления вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число.

Две сотни
Три десятка
Четыре единицы

Например, в числе 357,6 первый символ 3 означает 3 сотни; второй символ 5 означает 5 десятков, третий символ 7 означает 7 единиц, а четвертый символ 6 означает 6 десятых долей единицы.

Основание позиционной системы счисления - это количество различных символов, используемых для изображения чисел в данной системе счисления.

В настоящее время, кроме хорошо известной нам десятичной системы счисления, в вычислительной технике используются **двоичная, восьмеричная, и шестнадцатеричная** системы счисления. Все применяемые в настоящее время системы счисления позиционные.



Двоичная СС

В двоичной системе счисления для изображения чисел используется 2 символа: 0, 1. Поэтому основанием двоичной системы счисления является число 2.

Например, число 5 в двоичной СС в полной форме записывается следующим образом:

$$5 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$$

В сокращенной и более привычной форме число 5 в двоичной системе записывается так:

$$5_{10} = 101_2$$



Восьмеричная СС

Приняв за основание число 8, получаем *восьмеричную* систему счисления:

▣ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7



Всего **8 разных знаков** составляют алфавит восьмеричной системы счисления

Можно записать любое число включая все эти знаки : 237, 145, 32, 12765... -
обратите внимание: используем
цифры от 0 до 7

Для восьмеричной системы счисления
 $q=8$



Десятичная СС



Приняв за основание число 10, получаем знакомую нам *десятичную* систему счисления:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Всего 10 разных знаков составляют алфавит десятичной системы счисления. Можно записать любое число включая все эти знаки: 237, 12840, 987, 23...

Основание системы счисления обозначают буквой *q*.

Для десятичной системы счисления $q=10$



Шестнадцатеричная СС

Приняв за **основание** число **16**, получаем *шестнадцатеричную* систему счисления.

Здесь мы можем воспользоваться 10 знаками десятичной системы, добавив еще 6 знаков – буквы латинского алфавита (A, B, C, D, E, F): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
10 11 12 13 14 15



Всего **16 разных знаков** составляют алфавит шестнадцатеричной системы счисления.

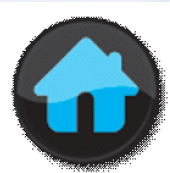
Можно записать любое число включая все эти знаки: A37, 1B45, F302, 1A3C5... - обратите внимание: используем знаки от 0 до F.

Для шестнадцатеричной системы счисления $q=16$



"Алфавит" различных систем счисления

Система счисления	Основание	Размерность алфавита	Цифры
Двоичная	2	2	0, 1
Восьмеричная	8	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Десятичная	10	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Шестнадцатеричная	16	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F



Шпаргалка

Двоично-шестнадцатеричная таблица

16	2	16	2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Двоично - восьмеричная таблица

8	2
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

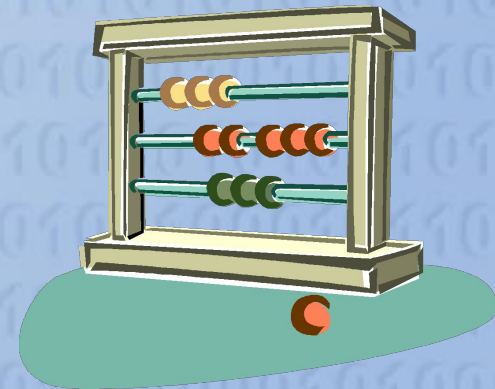
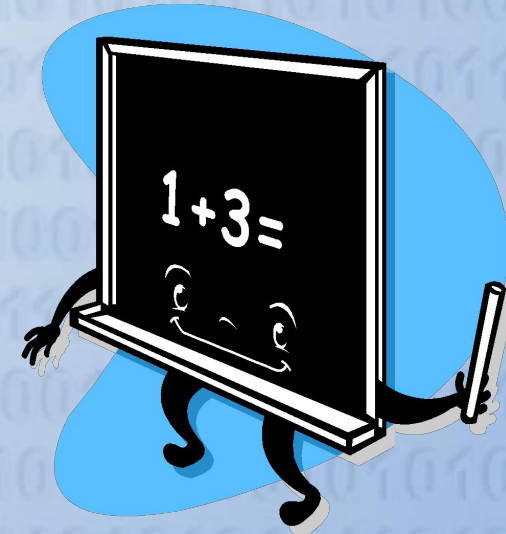
АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

- Арифметические операции выполняются в любой системе счисления по одним и тем же правилам.

- **СЛОЖЕНИЕ. ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ**

0	+	0	=	0
0	+	1	=	1
1	+	0	=	1
1	+	1	=	10

- Сложение много разрядных чисел в двоичной системе счисления происходит согласно данной таблице с учетом переноса в старший разряд.



АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

СЛОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

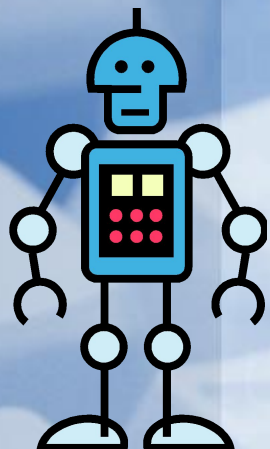
$$\begin{array}{r} 110_2 \\ + 11_2 \\ \hline 1001_2 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 10011_2 \\ + 111_2 \\ \hline 11010_2 \end{array}$$

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 10$

$$\begin{array}{r} 111_2 \\ + 11_2 \\ \hline 1010_2 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 100101_2 \\ + 1011_2 \\ \hline 110000_2 \end{array}$$



СЛОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ



$$\begin{array}{r}
 111_2 \\
 + 10_2 \\
 \hline
 1001_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10011_2 \\
 + 101_2 \\
 \hline
 11000_2
 \end{array}$$

Проверить

Проверить

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 + 1 = 11$
$1 + 1 = 10$

$$\begin{array}{r}
 110_2 \\
 + 101_2 \\
 \hline
 1011_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 100101_2 \\
 + 11011_2 \\
 \hline
 1000000_2
 \end{array}$$

Проверить

Проверить



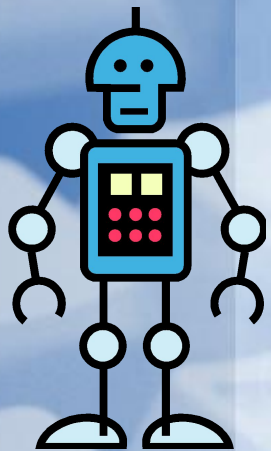
АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

УМНОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

$$\begin{array}{r} 110_2 \\ \times 11_2 \\ \hline 1110_2 \\ + 110_2 \\ \hline 1100_2 \end{array}$$

0	x	0	=	0
0	x	1	=	0
1	x	0	=	0
1	x	1	=	1





СЛОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

$$\begin{array}{r} 10011_2 \\ * 11_2 \\ \hline \end{array}$$

$$101110_2$$

Проверить

Проверить

$$\begin{array}{r} 11011_2 \\ * 11_2 \\ \hline \end{array}$$

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 10$





Разложение чисел по степеням основания

Для перевода двоичного числа в десятичное необходимо это число представить в виде суммы произведений степеней основания двоичной системы счисления на соответствующие цифры в разрядах двоичного числа.

$$1011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 11_{10}$$

Число представляется в виде суммы произведений ЦИФРЫ на ВЕС РАЗРЯДА.

Вес разряда – это основание СС в степени равной номеру разряда.

Разряды нумеруются от разряда единиц- влево.

Разряд единиц имеет номер 0.

Разложение чисел по степеням основания

Аналогично происходит перевод чисел из других систем счисления в десятичную.

$$2451_8 = 2 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0$$

$$675_8 = 6 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 6 \cdot 64 + 7 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = 445_{10}$$

Проверить

$$1A_{16} = 1 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 = 16 + 10 = 26_{10}$$

Проверить

Перевод чисел из одной системы счисления в другую

q=10	q=2	q=8	q=16
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

При переводе из одной системы счисления в другую можно пользоваться таблицей соответствия.

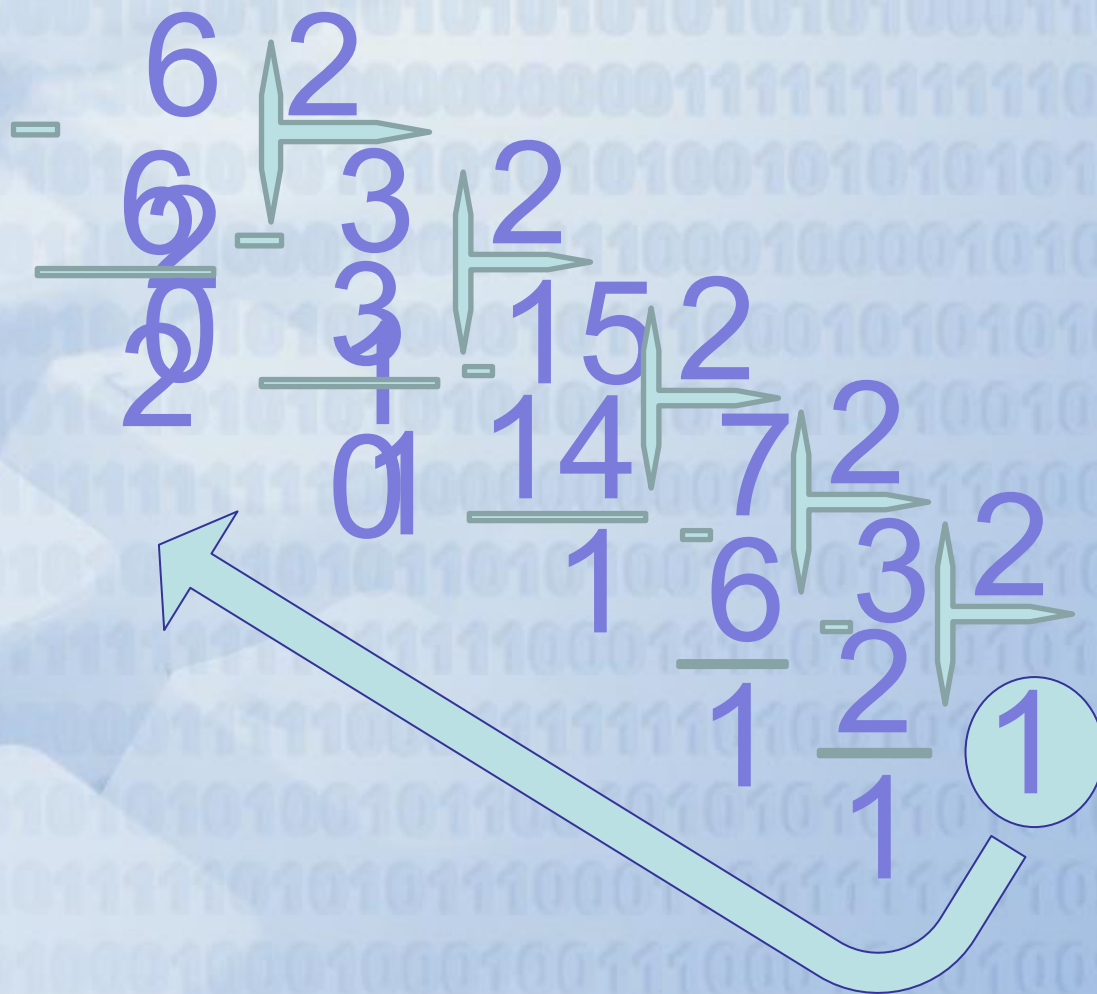


Правила перевода

Из десятичной системы счисления в позиционные системы счисления:

- Разделить десятичное число на основание системы счисления. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше основания новой системы счисления.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет записью в новой системы счисления.

Представим число 62_{10}
в двоичной системе счисления:



Ответ: $62_{10} = 111110_2$

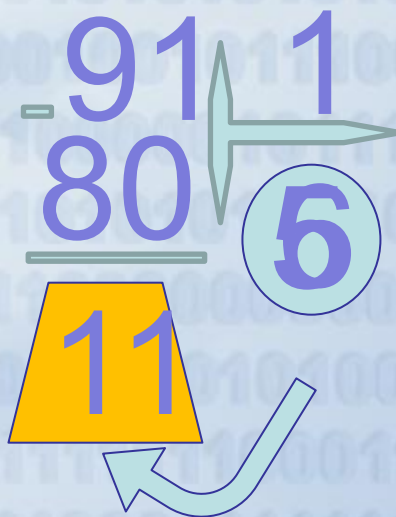
Представим число 67_{10}
в восьмеричной системе счисления:

$$\begin{array}{r} 67 \\ - 8 \\ \hline 43 \\ - 8 \\ \hline 35 \\ - 8 \\ \hline 27 \\ - 8 \\ \hline 19 \\ - 8 \\ \hline 11 \\ - 8 \\ \hline 3 \end{array}$$

The diagram illustrates the conversion of the decimal number 67 to its octal representation. It shows a series of divisions by 8. The first division of 67 by 8 yields a quotient of 8 and a remainder of 3. The next division of 8 by 8 yields a quotient of 1 and a remainder of 0. The final remainder of 1 is circled in green, and a large green arrow points from it to the left, indicating that the digits are read from the bottom remainder up to the top remainder to form the octal number 103.

Ответ: $67_{10} = 103_8$

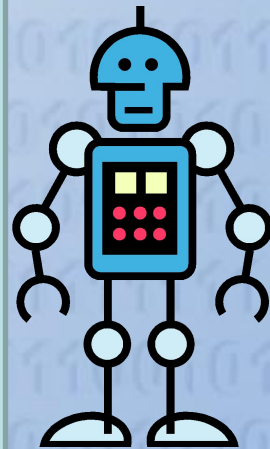
Представим число 91_{10}
в шестнадцатеричной системе счисления:



Ответ: $91_{10} = 5B_{16}$

$$19_{10} = 10011_2$$

Проверить



Проверить

$$73_{10} = ?_2$$
$$73_{10} = 1001001_2$$

Проверить

$$73_{10} = ?_{16}$$
$$73_{10} = 49_{16}$$