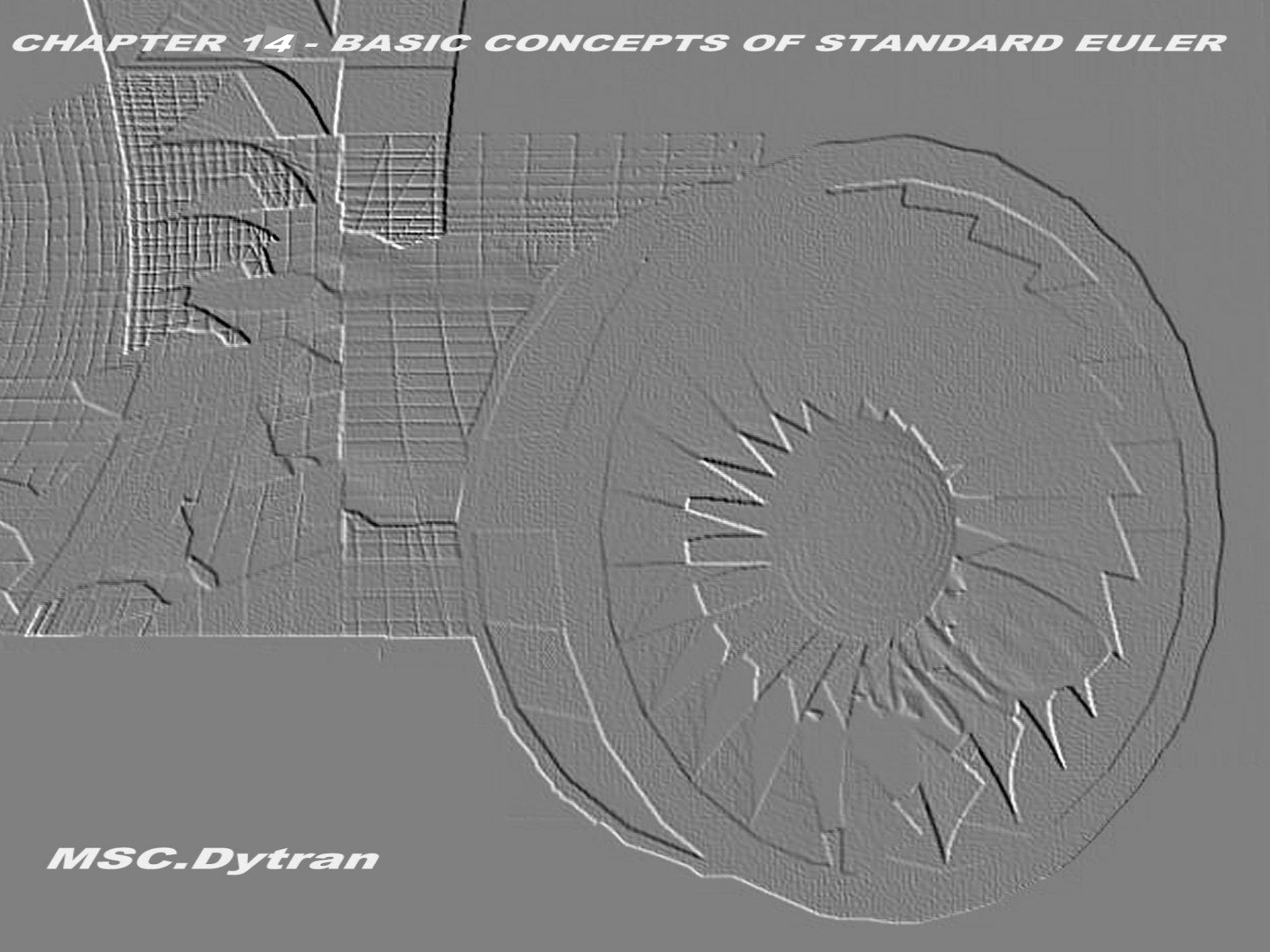


**CHAPTER 14 - BASIC CONCEPTS OF STANDARD EULER**



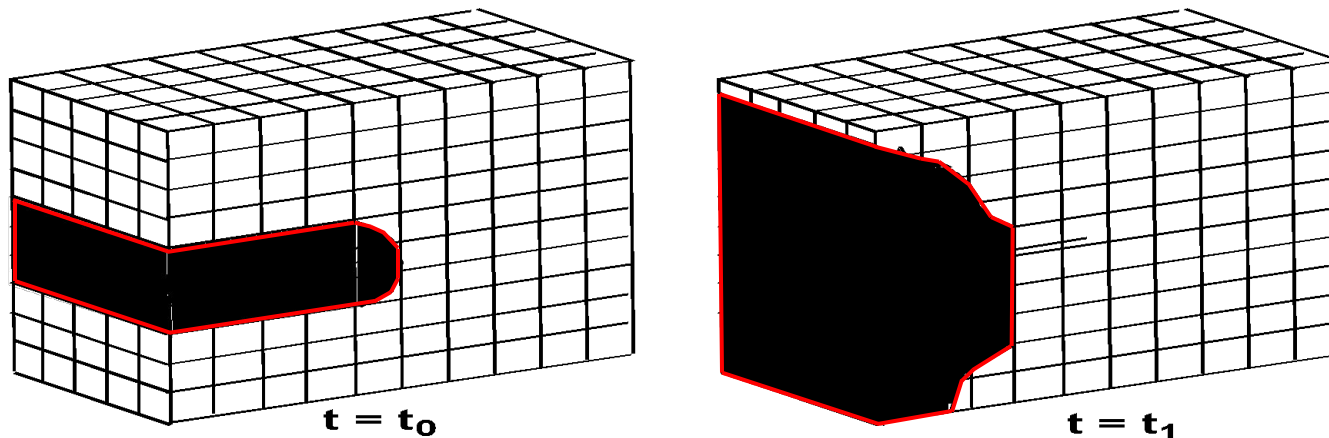
**MSC.Dytran**

## СОДЕРЖАНИЕ

- ❑ Основные положения метода Эйлера
- ❑ Основы метода конечных объёмов
- ❑ Цикл вычислений
- ❑ Критерий Куранта

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА ЭЙЛЕРА

- ❑ Дискретизация исследуемой области с использованием объёмных элементов
- ❑ Сетка неподвижна в пространстве
  - Объём элементов постоянен
  - Узлы сетки не имеют степеней свободы
- ❑ Материал перемещается (“течёт”) от одного элемента к другому



## УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ЭЙЛЕРОВУ СРЕДУ

- Поведение материала в эйлеровой части модели описывается 4-мя уравнениями состояния

$\vec{V}(P,t)$  – скорость течения материала в *точке* P в момент времени t

$\rho(P,t)$  – плотность материала в *точке* P в момент времени t

$e(P,t)$  – удельная внутренняя энергия материала в *точке* P в момент времени t

$\sigma_{ij}(P,t)$  – напряжения в материале в *точке* P в момент времени t

- Эти уравнения обеспечивают выполнение основных физических законов:

- Уравнение непрерывности – закон сохранения массы
- Уравнение для количества движения – 2-ой закон динамики (Ньютона)
- Уравнение для энергии – 1-ое начало термодинамики
- Уравнение состояния

- Уравнение состояния:  $p=f(\rho,e)$

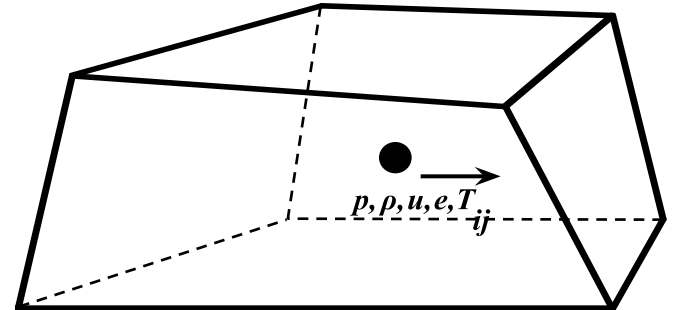
- Связь между напряжениями и деформациями
- Пластичность (текучесть) материала
- Разрушение

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОДХОДА ЭЙЛЕРА В MSC.Dytran

- ❑ **Метод конечных объёмов**
  - В пространственной области решение основано на методе конечных объёмов
  
- ❑ **Интегрирование по времени**
  - Во временной области решение основано на использовании метода центральных разностей и явной схеме интегрирования
    - ✓ Аналогичный метод решения во временной области применяется и для вычислений с *лагранжевой* частью расчётной модели

## ОСНОВЫ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ОБЪЁМОВ

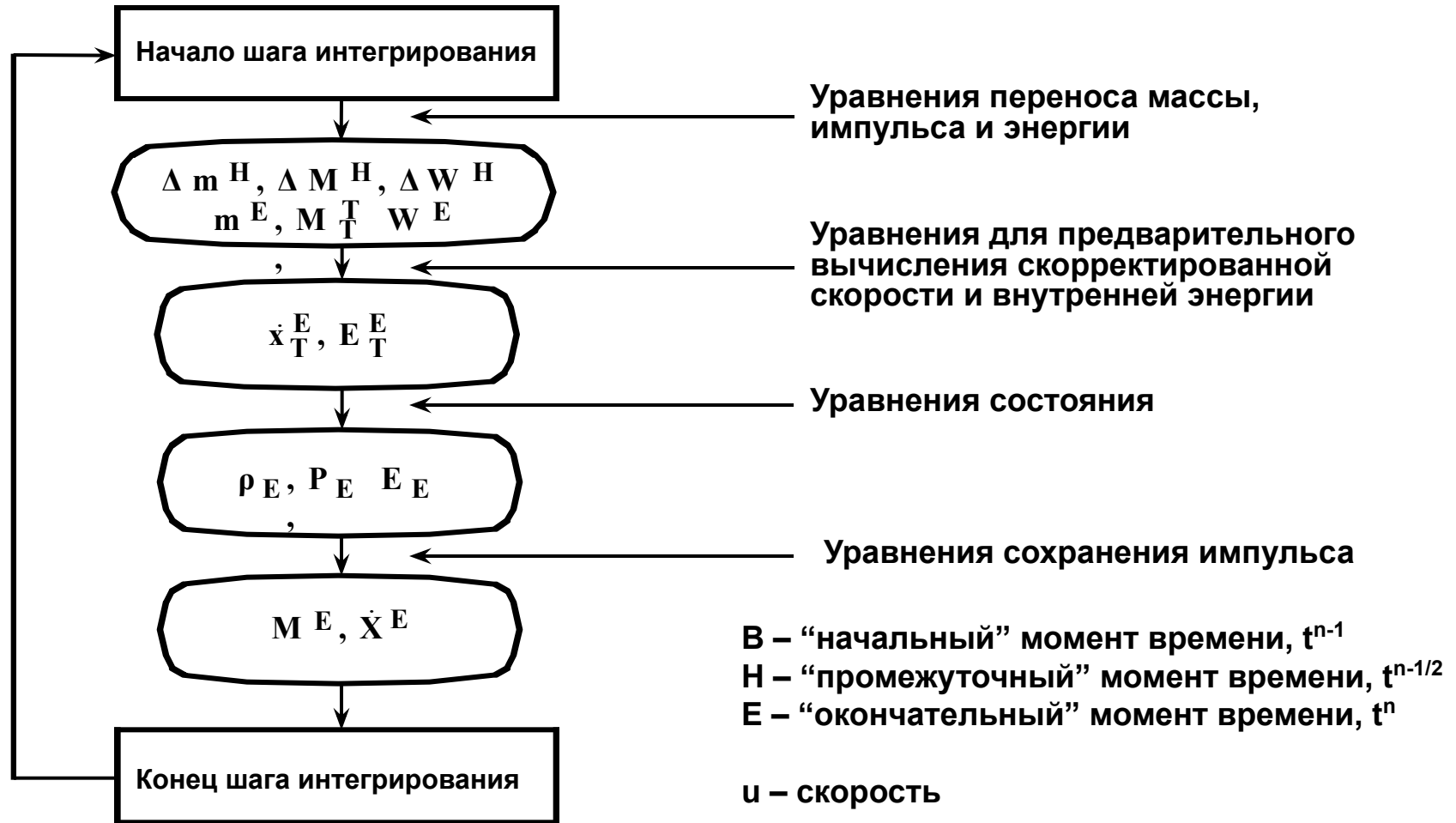
- ❑ Элементы *эйлеровой* части модели рассматриваются в качестве конечных объёмов
- ❑ Масса, скорость, внутренняя энергия и напряжения определяются для центра элемента и эти значения распространяются на весь элемент
- ❑ Выполняется интегрирование по поверхности *эйлеровых* элементов
- ❑ Для интегрирования по поверхности используется одноточечная аппроксимация (для центра грани элемента)
- ❑ Значение составляющей интеграла для каждой из граней определяется осреднением соответствующих величин, вычисленных для центров соседних элементов
- ❑ Указанное простое осреднение соответствует первому порядку точности
- ❑ Значение составляющей интегралов для граней необходимы для
  - Вычисления переноса материала (скорости течения через грань)
  - Вычисления изменения импульса и работы



## ПРЕИМУЩЕСТВА МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ОБЪЁМОВ

- ❑ Возможно моделирование очень больших деформаций – материал как-бы течёт внутри *эйлеровой* сетки
- ❑ Исключены трудоёмкие операции по построению конечно-элементной сетки
- ❑ Предотвращается уменьшение шага интегрирования до недопустимо малых величин за счёт исключения использования плотной сетки и элементов малого размера

## ЦИКЛ ВЫЧИСЛЕНИЙ



m – масса M – импульс W – полная энергия



## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШАГА ИНТЕГРИРОВАНИЯ

- Шаг интегрирования вычисляется с использованием критерия Куранта
- Критерий Куранта основан на учёте минимального промежутка времени, необходимого для распространения волны напряжений на расстояние, равное размеру элемента
  - В *лагранжевом решателе* шаг интегрирования зависит только от скорости звука в материале и наименьшего размера элемента  $L$
  - При определении шага интегрирования в *эйлеровом решателе* принимается во внимание суперпозиция скорости распространения волны напряжений в материале и скорости перемещения самого материала и, соответственно

$$\Delta t = S \cdot L / (u + c),$$

где по умолчанию  $S = 2/3$

- ✓ Причина этого – “несвязанность” перемещения материала и сетки (в случае же *лагранжева* решателя сетка перемещается вместе с материалом)