Работа с одномерными и двумерными массивами.

Лекция 4

Массив

- последовательность логически связанных элементов одного типа, которым присвоено одно имя.
- *Размерность массива* – это количество индексов у каждого элемента массива.

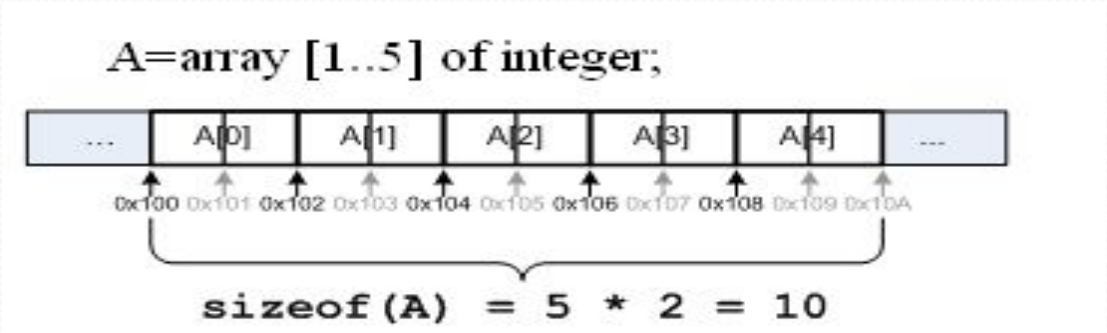
TYPE <имя типа> = ARRAY [индекс] OF <тип эл-тов >;

```
Buffer1: ARRAY [1..10] of Integer;
Buffer2: ARRAY [1..10, 1..10] of Integer;
```

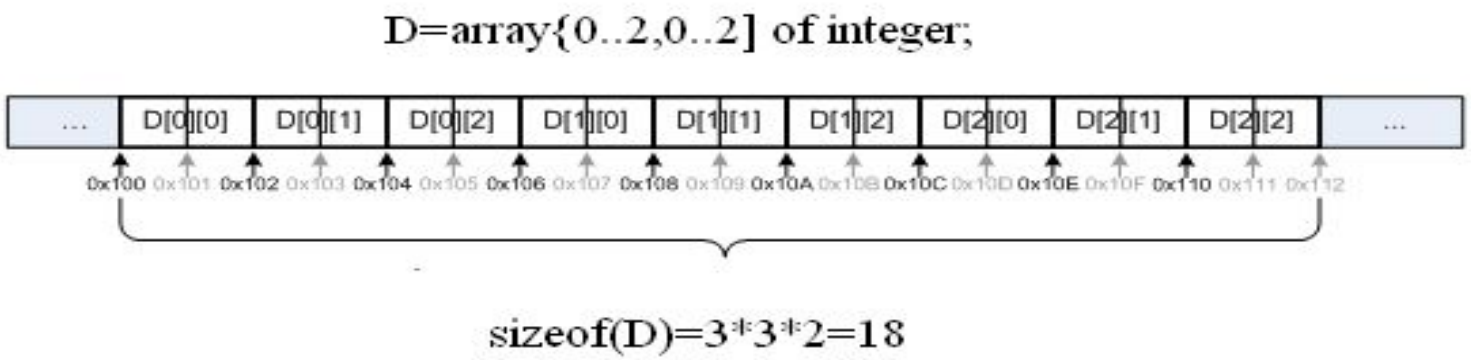
Массивы могут быть

- Одномерные (вектор)
- Многомерные (матрицы)
- Открытые

Размер массива



C:array [1..5] of char;;
Addr(C[i]) = Addr(C) + i*sizeof(char);



D:array [Rows,Cols] of integer;;
Addr(D[j,i]) = Addr(D) + (j*Cols+i)*sizeof(int);
где (j*Cols+i) – порядковый номер элемента в памяти при обходе массива.

Массив можно создать несколькими способами:

```
const n = 20;
        m=10;
type
     months = (jan, feb, mar, apr, may, jun, jul, aug, sep, oct, nov,
   dec);
     years = 1900..2100;
     people = array[years] of longint;
     arr = array[1..4, 1..3] of integer;
const  cords: arr = ((1,-1,3), (0,0,0), (1,4,0), (4,-1,-1));
var
     growth: array[months] of real;
     hum: people;
     notes: array[1..n] of string;
     Narod:array [1..m]  people;
     matrix = array [1..n, 1..m] of integer;
```

Инициализация массива

- Если значения элементов массива определены до начала работы программы
- Если исходные данные необходимо внести с клавиатуры в процессе выполнения программы
- Прямое присвоение в теле программы значений элементам массива

Инициализация массива

```
CONST
 A: ARRAY [1..10] OF REAL =
          (0.1, -15.3, 7, 0, -11.89, 4, -78,11.2, 1,0.01);
 { A[1]=0.1, A[2]=-15.3 …      A[10]=0.01}
M: ARRAY [1..5, 1..2] OF REAL =
      ((0.1, -15.3), (7, 0), (-11.89,4), (-78,11.2), (1,0.01));
{M[1,1] = 0.1,    M[1,2] = -15.3,
M[2, 1] = 7,   M[2, 2] = 0,
                …
M[5,1]=1,   M[5, 2]= - 0.01}
```

Инициализация массива

```
CONST
   M = 3;
   N = 4;
VAR
   A: ARRAY[ 1.. M, 1.. N] OF REAL;
   begin
         …
     FOR I := 1 TO M DO
         FOR J:= 1 TO N DO
              READ(A[I,J]);
         …
end.
```

Инициализация массива

- **FillChar(var V; Count: Word; B: Byte);**

Для обнуления массива A[1..10] of Real можно записать:

FillChar(A, 40, 0); или **FillChar(A, SizeOf(A), 0);**

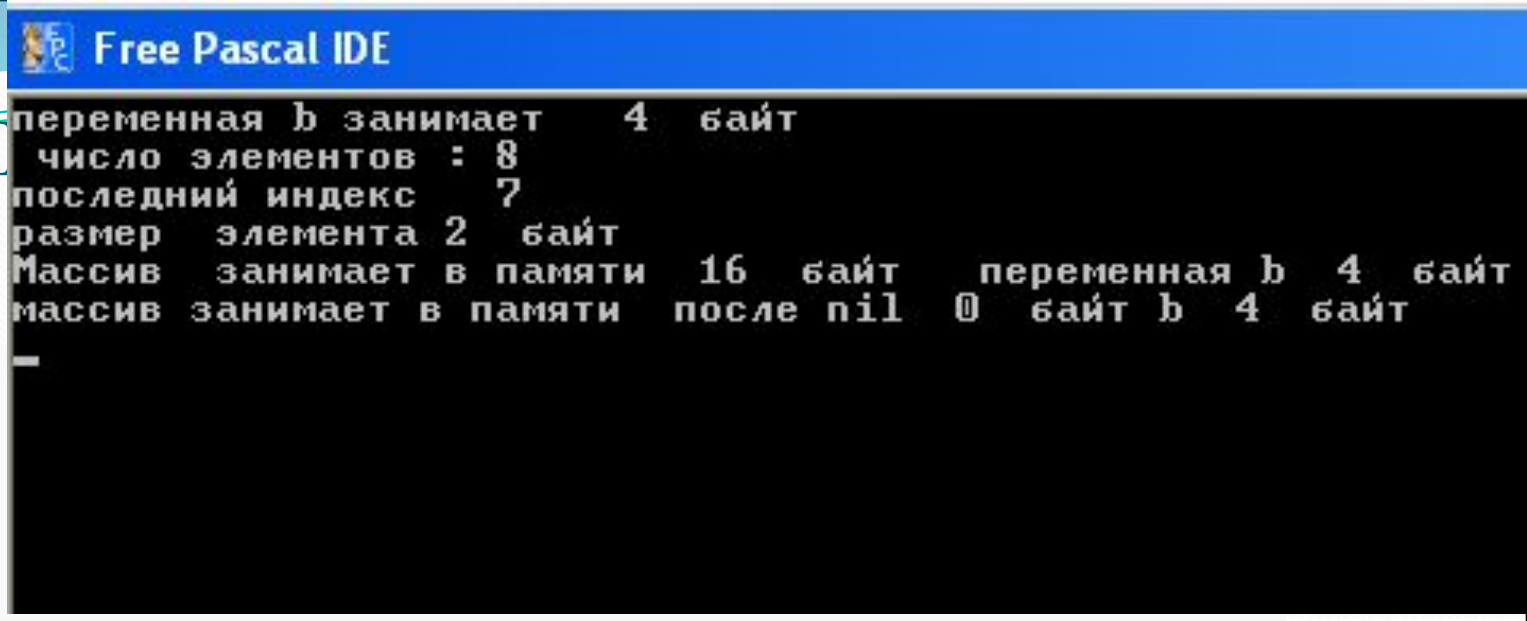
```
FOR     I := 1 TO M  DO
      FOR J:=1 TO N
            DO A[I,J]:=0;
```

Обращение к элементам массива

```
var
      ch: array [1..11] of
    char;
      i: integer;
begin
      for i := 1 to 11 do
            read (ch[i]);
      for i := 1 to 11 do
    write (ch[i]:3);
readln
end.
```

```
const  n=3; m=5;
var    matrix: array[1..3,1..5] of integer;
   i, j: integer;
begin
 writeln ('Введите 15 чисел: ');
 for i := 1 to n do
for j := 1 to m do
 read (matrix[i,j]);
for i := 1 to n do
begin
for j := 1 to m do
write (matrix[i][j]:5);
    writeln ;
end;
readln
end.
```

Откры




```
var
  b: array of integer;
   i, n: integer;
   sum: integer;
begin
writeln('Переменная b занимает ', sizeof(b),' байт памяти.');
  write('число элементов : ');
readln(n);
 setlength(b,n);
    writeln('последний  индекс  ', high(b));
   writeln('размер  элемента', high(b[1]));
sum := 0;
 for i:=0 to high(b) do
begin       sum := sum + sizeof(b[i])    end;
writeln('Массив b занимает в памяти ', sum, ' байт  переменная b  ', sizeof(b));
   b := nil;
 sum := 0;
   for i:=0 to high(b) do       sum := sum + sizeof(b[i]);
writeln('массив  занимает в памяти  после nil ', sum, ' байт   b  ',sizeof(b),'байт' );
  readln
end.
```

Вычисление индекса массива

- Пример программы с ошибкой массива Паскаля
- ```
  Program primer _ error ;
  Type
  vector=array [1..80] of word;
  var
     n: integer;
     a: vector;
  begin
     n:=45;
     a[n*2]:=25;
  end .
  ```
  ```

Заполнение матрицы «по спирали»

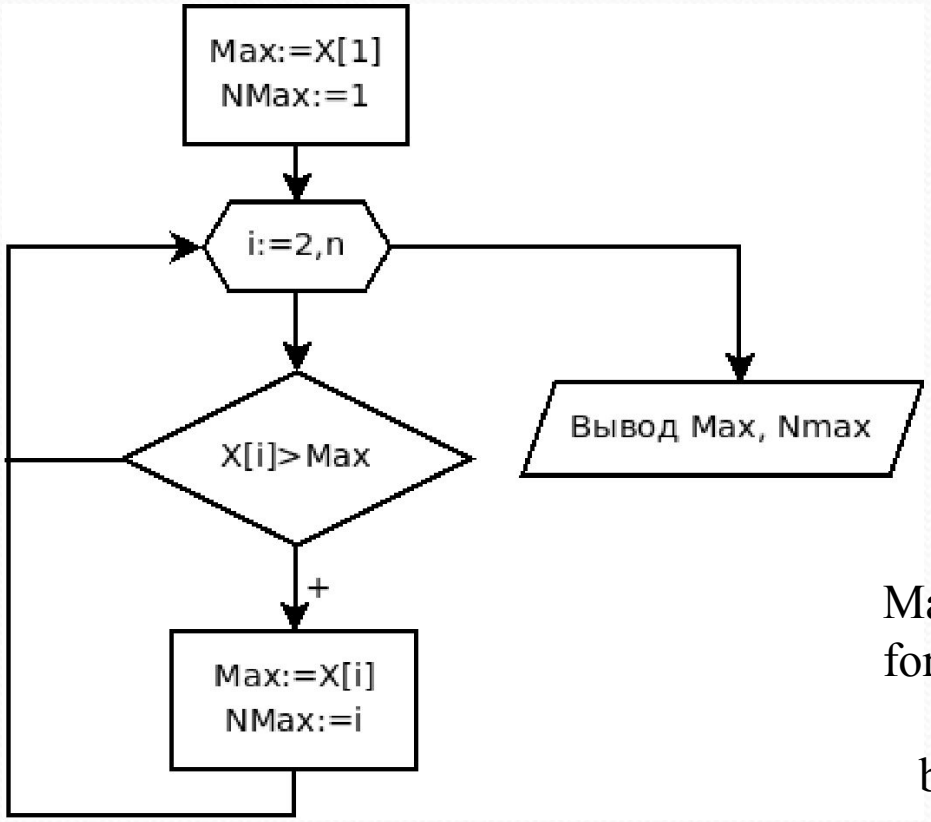
1	2	3	4	5
16	17	18	19	6
15	24	25	20	7
14	23	22	21	8
13	12	11	10	9

```
var
  a:array[1..100,1..100]of integer;
  i,imax,imin,
     j,jmax,jmin,k,m,n:integer;
begin
  write('Vvedite 4islo strok: ');
  readln(m);
  write('Vvedite 4islo stolbcov: ');
  readln(n);
  jmin:=1;
  jmax:=n;
  imin:=2;
  imax:=m;
  k:=0;
```

```
repeat
   for j:=jmin to jmax
do
   begin
     inc(k);
     a[jmin,j]:=k;
   end;
   for i:=imin to imax
do
   begin
     inc(k);
     a[i,jmax]:=k;
   end;
   dec(jmax);
   for j:=jmax downto
jmin do
   begin
     inc(k);
     a[imax,j]:=k;
   end;
   dec(imax);
```

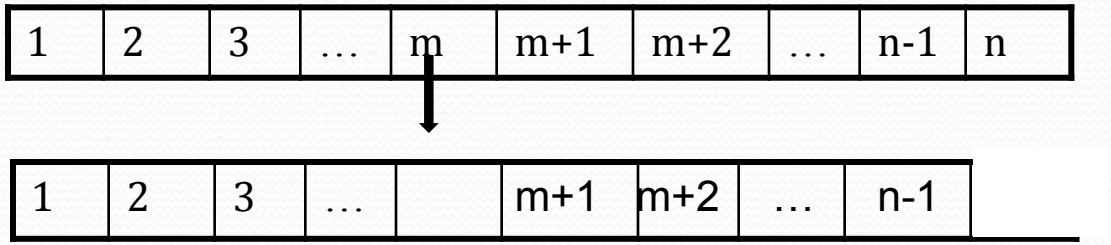
```
for i:=imax downto imin
                        do
   begin
     inc(k);
     a[i,jmin]:=k;
   end;
   inc(imin);
   inc(jmin);
 until k>=m*n;
 for i:=1 to m do
 begin
   writeln;
   for j:=1 to n do
      write(a[i,j]:3);
 end;
 readln;
end.
```

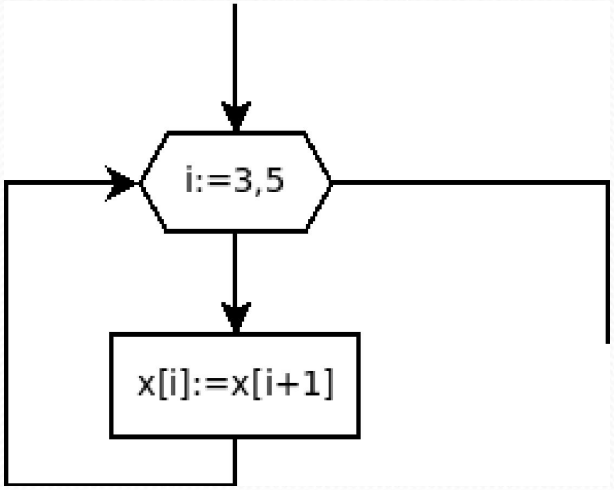
Поиска максимального элемента (Max) и его номера (Nmax) в массиве X, состоящем из n элементов




```
Max:=X[1]; Nmax:=1;
for i:=2 to n do
    if X[i]>Max then
   begin
    Max:=X[i];
    Nmax:=i;
   end;
write(' Max=',Max:1:3,' Nmax=',Nmax);
```

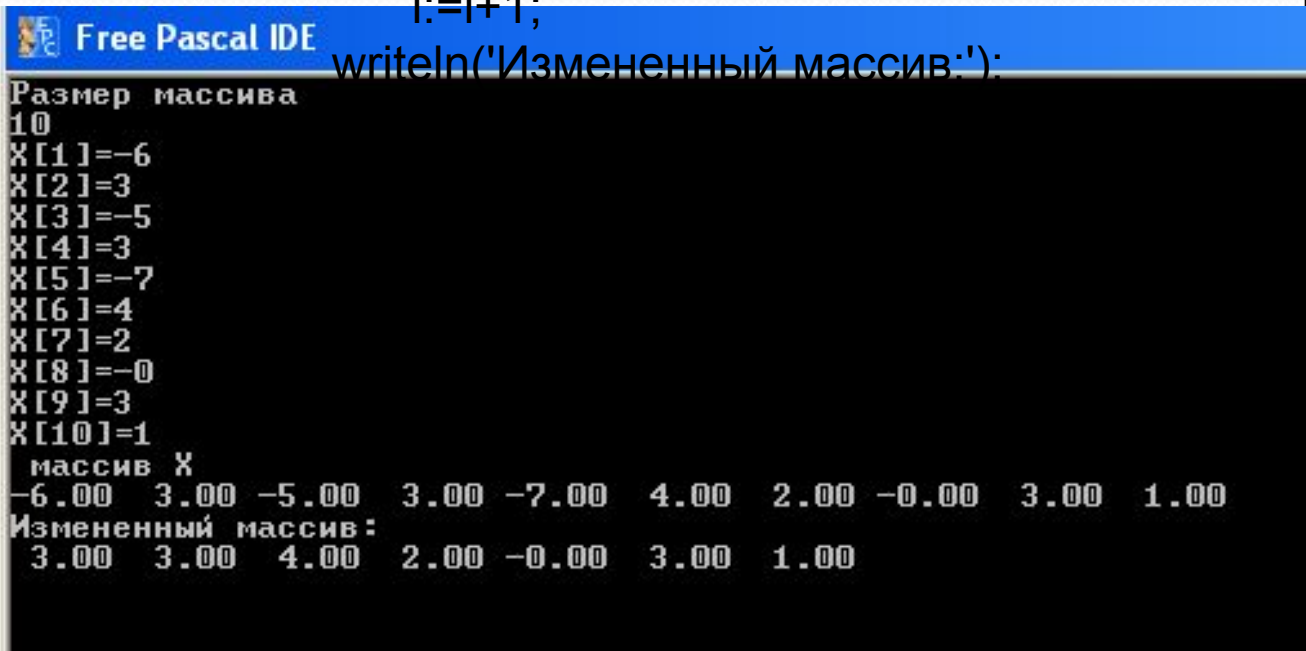
Удаление элемента из массива



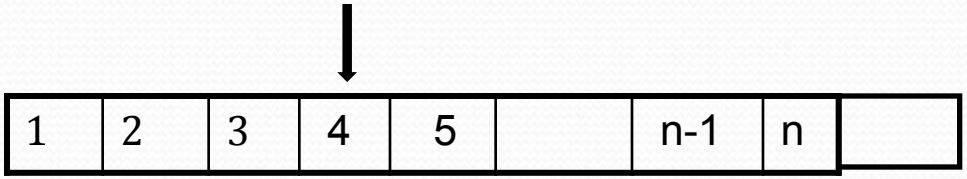


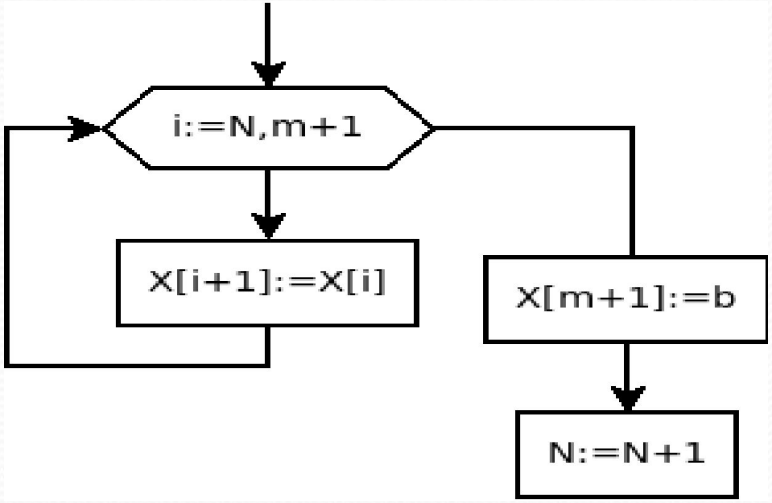
Пример: Удалить из массива X(n) отрицательные элементы.

```
program upor_massiv;
var
i,n,j:byte;
X: array [1..100] of real;
begin
writeln ('введите размер массива ');
readln (n);
for i:=1 to n do
  begin
   write('X[',i,']=');
   readln (X[i]);
end;
writeln;
i:=1;
while(i<=n)do
   if x[i]<0 then
      begin
       for j:=i to n-1 do
       x[j]:=x[j+1];
              n:=n-1;
       end
   Else
      i:=i+1;
writeln('Измененный массив:');
```



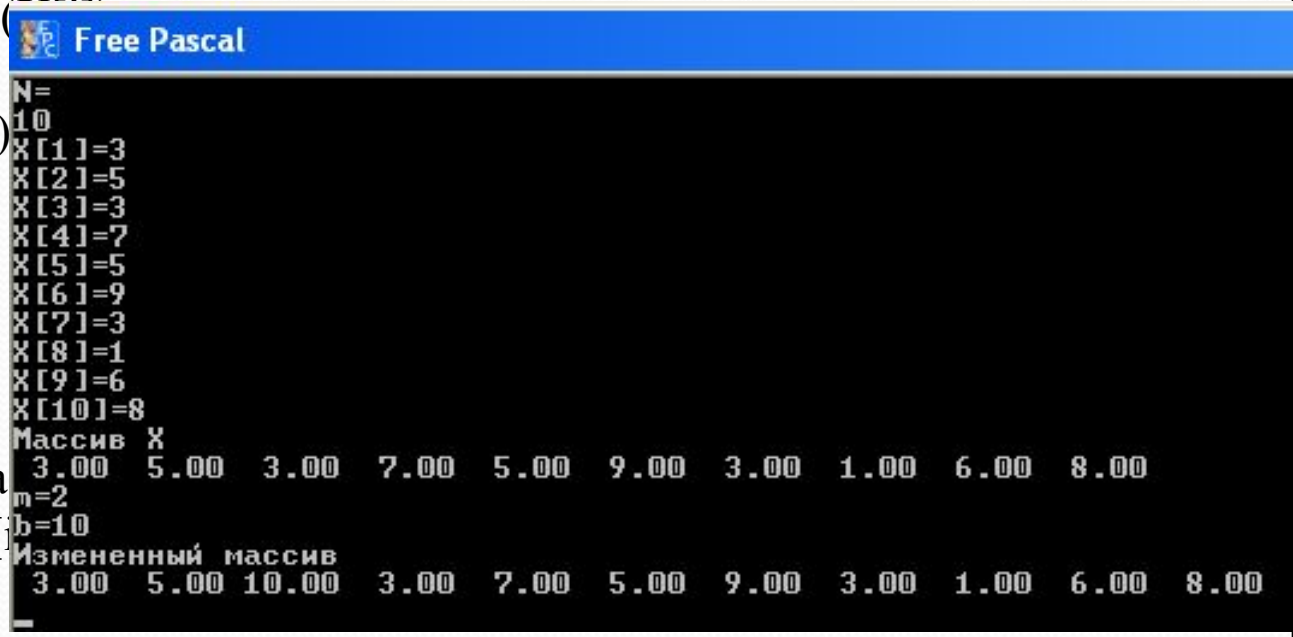
Вставка элемента



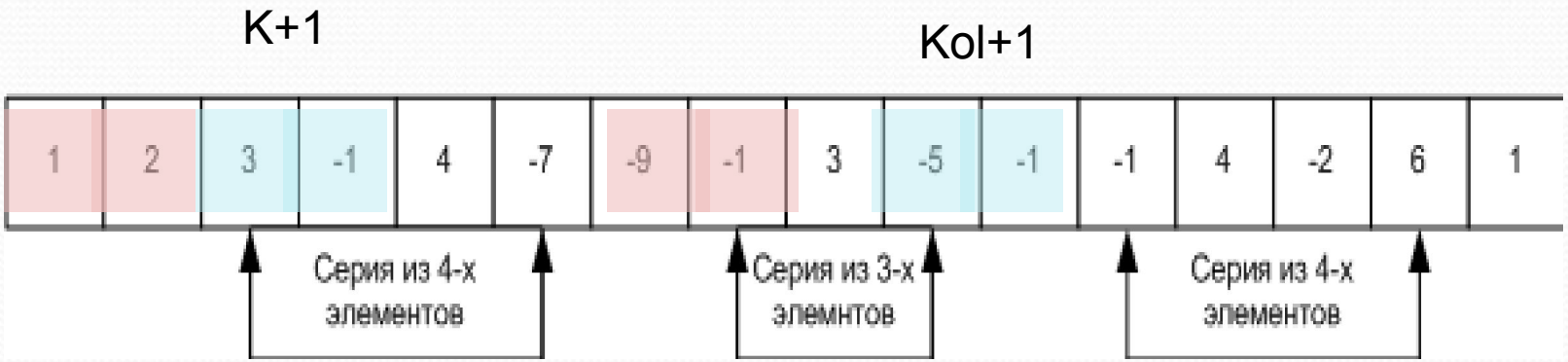


Вставка элемента

```
var i,n,m:byte; X: array [1..100] of real;
b:real;
begin
write ('N='); readln (n);
for i:=1 to n do
begin
write('X[', i ,']='); readln (
end;
writeln ('m='); readln (m);
writeln ('b='); readln(b);
for i:=n downto m+1 do
x[i+1]:=x[i];
x[m+1]:=b;
n:=n+1;
writeln('Измененный ма
for i:=1 to n do write (X[
writeln;
end.
```



Определить, есть ли в заданном массиве серии элементов, состоящих из знакочередующихся чисел. Если есть, то вывести на экран количество таких серий.

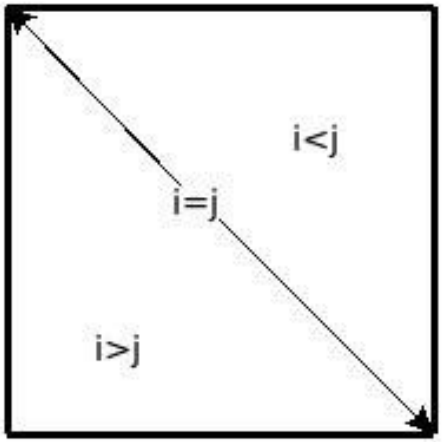


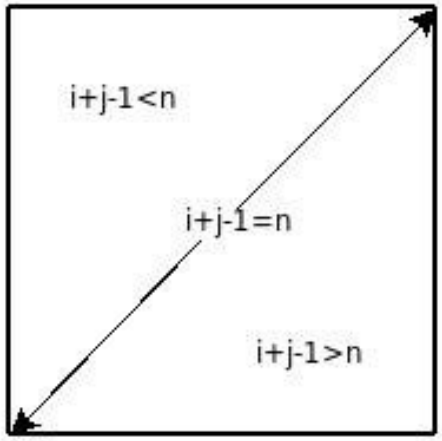
```
var
x:array[1..50] of real;
n,i,k,kol:integer;
begin
   write('n=');
    readln(n);
for i:=1 to n do
    read(x[i]);
k:=1;
kol:=0;
for i:=1 to n-1 do
    if   x[i]*x[i+1]<0 then
         k:=k+1
   else
     begin
      if   k>1 then
           kol:=kol+1;
     k:=1;
     end;
If   k>1 then
    kol:=kol+1;
If   kol>0 then
  write('Количество знакочередующихся серий=',kol)
else
   write('Знакочередующихся серий нет')
end.
```

Определить является ли данный массив возрастающим

```
PROGRAM z_array;
USES crt;
Var A: array[1..100] of real;
       N,i:byte;
    Flag: boolean;
begin
clrscr;
writeln(' Количество элементов массива');
 readln(N);
for I := 1 to N do
 begin
       write('[', I ,']= ');
     readln(A[I]);
 end;
Flag := false;
for I := 1 to N - 1 do
  if A[I] >=A[I + 1] then
   begin Flag := true;
           break;
     end;
  if Flag = false then
  writeln('Массив является
       возрастающим')
  else
    writeln('Массив не является
       возрастающим ');
   readln;
end.
```

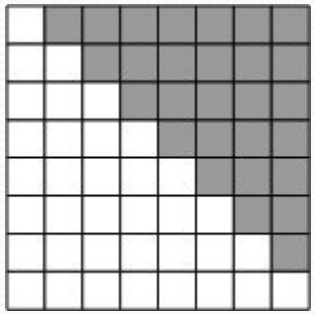
Свойства элементов матрицы

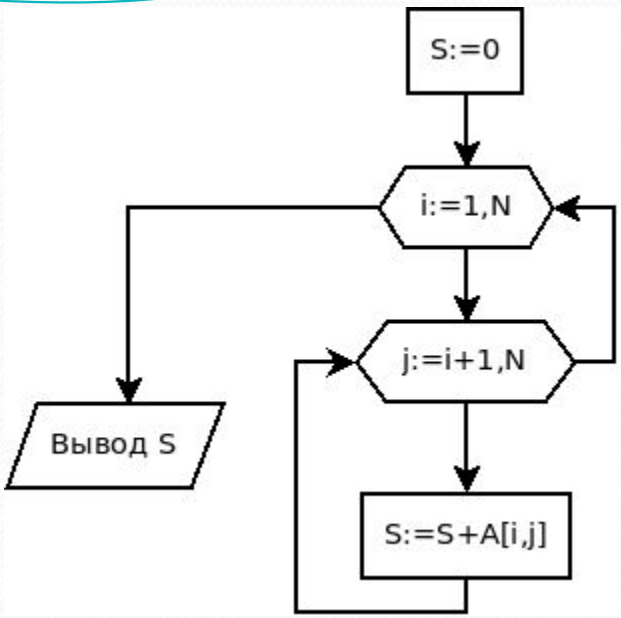




- если номер строки элемента совпадает с номером столбца (i=j) - элемент лежит на главной диагонали матрицы;
- если номер строки превышает номер столбца (i>j), то элемент находится ниже главной диагонали;
- если номер столбца больше номера строки (i<j), то элемент находится выше главной диагонали;
- элемент лежит на побочной диагонали, если его индексы удовлетворяют равенству i+j−1=n;
- неравенство i+j−1<n характерно для элемента, находящегося выше побочной диагонали;
- соответственно, элементу, лежащему ниже побочной диагонали, соответствует выражение i+j−1>n.

Найти сумму элементов матрицы, лежащих выше главной диагонали






```
var
a:array [1..15,1..10] of real;
i,j,n,m: integer;
s: real;
Begin
   write(' количество строк: ');
   readln (n);
  write('количество столбцов: ');
   readln (m);
   writeln('Матрица A:');
 for i:=1 to n do
   for j:=1 to m do
     Read(a[i,j]);
```

```
s:=0;
for i:=1 to n do
   for j:=i+1 to m do
         s:=s+a[i,j];{ накапливаем сумму. }
writeln('сумма элементов матрицы', s:8:3);
end.
```

Найти седловой элемент(ы) и его координаты, либо сообщить, что таковой нет

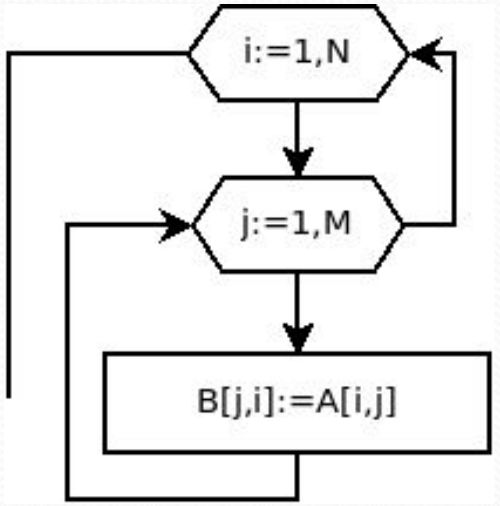
7	5	4	7
6	5	2	5
3	7	1	9
4	2	3	8

```
Program z_array;
uses crt;
  var A: array [1..100,1..100] of real;
      N,  M,  I,  J,  K, L:byte;
  Flag1,Flag2:boolean;
  begin
     write(‘число строк ');
   readln(N);
   write(‘ число столбцов ');
   readln(M);
   L:=0;
  for I := 1 to N do
   for J := 1 to M do
   begin
    write('[', I,',', J,']= ');
    readln(A[I, J]);
   end;
  for I := 1 to N do
   for J := 1 to M do
   begin
  Flag1:=true;   Flag2:=true;
     K:=1;
   while (Flag1)and(K <= N)do
      if A[K, J] > A[I, J] then Flag1:=false
           else  inc(K);
    If Flag1 Then
     while (Flag2)and(K <= M)do
         if A[i, K] > A[I, J] then Flag2:=false
              else  inc(K);
 if Flag1 and Flag2 then
      begin
      writeln('Седловой элемент  Строка: ',I,' Столбец: ',J);
      inc(L);
      end;
   end;
if    L = 0 then
   writeln('Седловых элементов нет');
   readln;
end.
```

Транспонирование матрицы

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

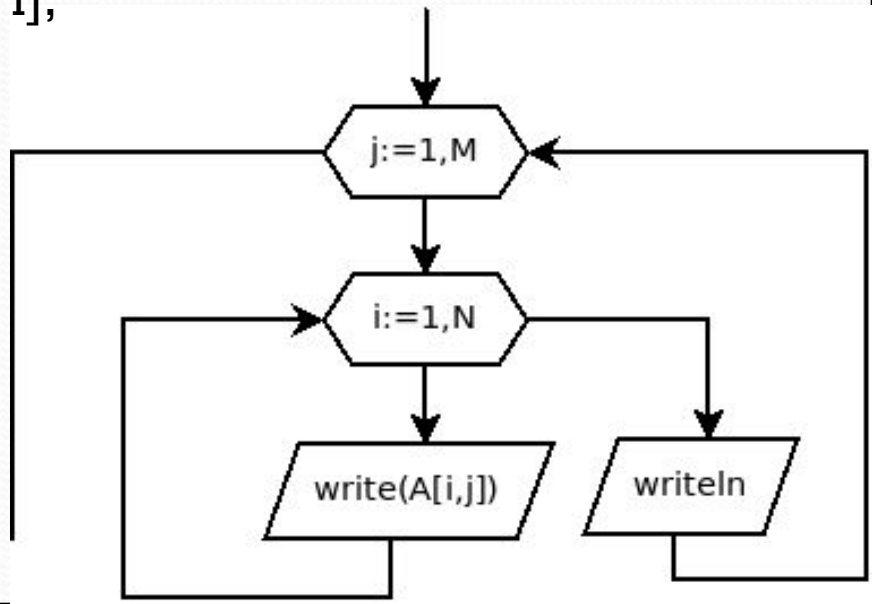
1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15
4	8	12	16




```
For i := 1 To M Do
    Begin
    For j := 1 To N Do
     Write (A [i, j] : 5);
    WriteLn;
    End;
```

```
For i := 1 To N  Do
   For j := 1 To M Do
      B [i, j] := A [j, i];
```

```
WriteLn('Полученная матрица:');
For i := 1 To N Do
   Begin
    For j := 1 To M Do
      Write (B [i, j] : 5);
     WriteLn;
   End;
```



Понятие задачи и подзадачи

- Исходные данные называют параметрами задачи.
  - для решения квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, определяются три параметра - a, b и c.
  - для нахождения среднего арифметического параметры - количество чисел и их значения.

Понятие задачи и подзадачи

ПОДЗАДАЧА

–

та же задача,

с меньшим числом параметров

с тем же числом параметров, но хотя бы один имеет меньшее значение

Найти самую тяжелую монету из 10 монет.

"Самая тяжелая монета" из 1 монеты,

"Самая тяжелая монета" из 2 первых монет,

"Самая тяжелая монета" из 3 первых монет,

...

"Самая тяжелая монета" из 9 первых монет.

все они основываются на одной подзадаче: ***найти самую тяжелую из 2 монет.***

Рекуррентное соотношение

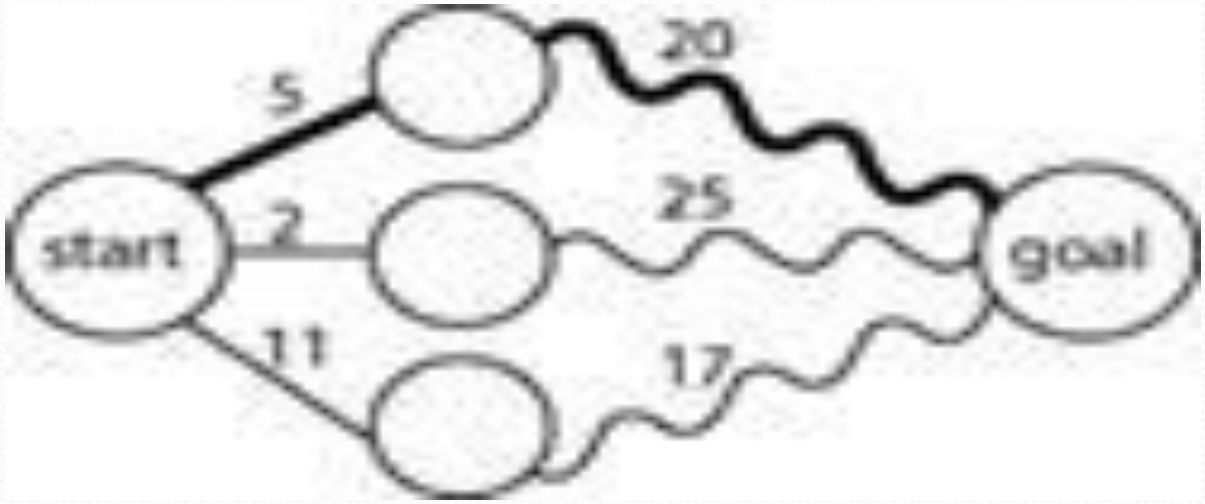
- соотношение, связывающее одни и те же функции, но с различными аргументами.

Правильное рекуррентное соотношение - соотношение, у которых количество или значения аргументов у функций в правой части меньше количества или значений аргументов функции в левой части соотношения. Если аргументов несколько, то достаточно уменьшения одного из аргументов.

Метод динамического программирования

- метод оптимизации, приспособленный к операциям, в которых процесс принятия решения может быть разбит на этапы (шаги):

1. Разбиение задачи на подзадачи меньшего размера.
2. Построение таблицы решений.
3. Решение задачи с помощью построенной таблицы



Динамическое программирование (ДП)

- метод решения задач путем составления последовательности из подзадач таким образом, что:

- первый элемент последовательности (возможно несколько элементов) имеет тривиальное решение
- последний элемент этой последовательности - это исходная задача
- каждая задача этой последовательности может быть решена с использованием решения подзадач с меньшими номерами

Для T составляется $\{T_1, T_2, T_3, \ldots, T_i, \ldots, T_n\}$,

причем $T = T_n$ и $T_i = F(T_{i-1})$

Два подхода ДП

- *Нисходящее ДП* - задача разбивается на подзадачи меньшего размера, они решаются и затем комбинируются для решения исходной задачи.
- *Восходящее ДП* - подзадачи, которые впоследствии понадобятся для решения исходной задачи просчитываются заранее и затем используются для построения решения исходной задачи.

Определить, сколькими различными способами можно подняться на 10-ю ступеньку лестницы, если за один шаг можно подниматься на следующую ступеньку или через одну.

Пусть K(10) -количество способов подъема на 10 ступеньку, K(i) количество способов подъема на i-ю ступеньку.

K(i) = K(i - 2) + K(i - 1), при i≥3

K(1) = 1, K(2) = 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

K(i)

```
K[1] := 1;
K[2] := 2;
for i := 3 to 10 do
   K[i] := K[i - 1] + K[i - 2];
```

В заданной числовой последовательности A[1..N] определить максимальную длину последовательности подряд идущих одинаковых элементов

L(i) - максимальная длину последовательности до номера i

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A[i]	1	4	4	3	2	2	2	2	1
L[i]	1	1	2	1	1	2	3	4	1

L(i)= L(i-1)+1, если числа одинаковые

1,если числа различны

```
L[1]: = 1;
For  i:=2 to N do
      if A[i-1]: = A[i]  then
       L[i]:=L[i-1]+1
     else
       L[i]:=1;
   IndL:=1;
For  i:=2 to N do
      if L[i]>L[IndL]  then
       IndL:=i;
```

Для заданной числовой последовательности A[1.. N] найти максимальную длину строго возрастающей подпоследовательности элементов (не обязательно подряд идущих, но обязательно в порядке увеличения индексов) последовательности A.

L(i) - максимальная длину последовательности до номера i

L(i+1)=max(L(j))+1 при 1<=j<=I,

A[i+1]>A[j]

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A[i]	0	5	2	4	1	3	6	6	9
L[i]	1	2	2	3	2	3	4	4	5

```
 L[1]: = 1;
For  i:=2 to N do
If A[i]=A[i-1] then L[i]:=L[i-1]
              Else
        For  j:=1 to i-1 do
        if  A[j]<A[i], then
              L[i]:=L[j]+1;
  IndL:=1;
For  i:=2 to N do
      if L[i] > L[IndL]  then   IndL:=i;
//результат L(ImdL)
```

Составить программу подсчета для натурального числа n количества всех его делителей.

- Пусть dn(n) и dnx(n,x) - функции для решения исходной и обобщенной задач. dn(n)=dnx(n,n).

$$Dnx(n,x)=\begin{cases}1, \text{при } x=1\\ Dnx(n,x-1)+\begin{cases}1, \text{если } (n \bmod x)=0\\ 0, \text{иначе}\end{cases}\end{cases}$$

Пусть n=20

x	1	2	3	4	5	6
dbx	1	2	2	3	4	4

```
 readln(n,x);
del[1]:=1
for I:=2 to x do
 if n mod x=0 then
del[i]:=1+del[i-1]
    else del[i]:=del[i-1];
end;
writeln(del[x]);
```

В таблице размера m*n, с элементами 0 и 1 найти квадратный блок максимального размера, состоящий из одних единиц.

1 1 0 1 0 1
1 1 1 1 1 0
1 0 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1
1 0 1 1 0 1

1 1 0 1 0 1
1 2 1 1 1 0
1 0 1 2 2 1
1 1 1 2 3 2
1 0 1 2 0 1

Пусть T[i,j]- функция, значение которой равно размеру максимального квадратного блока из единиц, правый нижний угол которого расположен в позиции (i,j).

T[1,j] = a[1,j], T[i,1] = a[i,1].

T[i,j] =0, если A[i,j] = 0,

T[i,j] = min(T[i-1,j],T[i,j-1],T[i-1,j-1]) +1, при A[i,j] = 1.

```
const m=5;n=6;
var
a:array[1..M,1..N] of integer
T:array[1..n,1..N] of integer;
J,I,MAX,AMAX,BMAX:INTEGER;
begin
FOR I:=1 TO M DO
   FOR J:=1 TO N DO
       BEGIN   T[1,J]:=A[1,J];    T[I,1]:=A[I,1];   END;
   FOR I:=2 TO M DO
     FOR J:=2 TO N DO
       IF A[I,J]=0 THEN T[I,J]:=0
         ELSE
Begin
T[I,J]:= T[i-1,j];
IF T[I,J] > T[i,j-1] THEN T[I,J]:= T[i,j-1] ;
 IF T[I,J]>T[i-1,j-1] THEN T[I,J]:= T[i-1,j-1] ;
T[I,J]:= T[I,J] +1;
end;
  MAX:=1; AMAX:=1; BMAX:=1;
 FOR I:=2 TO M DO
   FOR J:=2 TO N DO
       IF T[I,J]>MAX THEN
       BEGIN MAX:=T[I,J]; AMAX:=I; BMAX:=J;END;
WRITELN('RASMER_BLOKA:',MAX,'KOORDINAT;', AMAX:5, BMAX:5);
readln;
end.
```