Раздел 5.1

Расчет статической аэроупругости. Теория


EK
F-CFUT
© Hugues Beslier

Цель

- Целью расчета статической аэроупругости является определение нагрузок на ЛА при стационарном или квазистационарном маневре.
- Маенвр описывается набором балансировочных параметров.
- Часть балансировочных параметров задается пользователем, а часть определяется расчетом.

Допущение

- Допускается что в расчете на статическую аэроупругость все нагрузки являются постоянными по времени.
- Уравнение равновесия

$$\mathbf{M}_{aa}\ddot{\mathbf{u}}_{a} + \mathbf{B}_{aa}\dot{\mathbf{u}}_{a} + \mathbf{K}_{aa}\mathbf{u}_{a} = \mathbf{P}_{a} + \mathbf{A}_{a}$$

Инерциальные нагрузки

Демпфирующие усилия

Упругиие нагрузки

Внешние нагрузки

Аэродинамические нагрузки

Следствия

- Упругие нагрузки могут быть простоянными во времени только если упругие деформации тоже постоянны во времени.
- Суммарная деформация может быть представленна через упругую деформацию $\mathbf{u}_a^e$ и перемещение твердого тела $\mathbf{u}_a^r$:

$$\mathbf{u}_a = \mathbf{u}_a^r + \mathbf{u}_a^e$$

- Следовательно $\dot{\mathbf{u}}_a = \dot{\mathbf{u}}_a^r$ и $\ddot{\mathbf{u}}_a = \ddot{\mathbf{u}}_a^r$
- Обычно перемещение твердого тела не вызывает демпфирующих усилий
- Таким образом:

$$\mathbf{M}_{aa}\ddot{\mathbf{u}}_a^r + \mathbf{K}_{aa}\mathbf{u}_a^e = \mathbf{P}_a + \mathbf{A}_a$$

Твердотельные тона

- Смещение жесткого тела может быть представленно как суперпозиция твердотельных тонов.
- Твердотельные тона определяются через *r*-множество степеней свободы, определенных в объекте **`SUPORT в`** bulk data, то есть

$$\mathbf{D}_{\mathbf{ar}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_{\mathbf{ll}}^{-1}\mathbf{K}_{\mathbf{lr}} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{rr}} \end{bmatrix}$$

- где $\mathbf{I}_{\mathbf{rr}}$ *r*-мерная единичная матрица
- Таким образом, $\{\mathbf{u}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{r}}\} = \mathbf{D}_{\mathbf{ar}}\{\mathbf{h}_{\mathbf{r}}\}$

Связанная система координат

- Система координат (СК), перемещающаяся вместе с твердым телом (ЛА) называется связанной
- Она определяется в поле **`RCSID`** объекта **`AEROS`** в bulk data.
- В MSC.FlightLoads, она называется Aerodynamic Reference Coordinate System и задается в меню Global Data.

Ускорение твердого тела

- Ускорение твердого тела $\mathbf{h}_R$ определяется относительно связанной СК.
- Имеются 3 вида поступательного ускорения вдоль каждой из осей системы координат и 3 вида вращательного ускороения вокруг каждой оси.
- Эти ускорения можно выразить через ускорение твердого тела $\mathbf{h}_r$ из соотношения

$$\mathbf{h}_r = \mathbf{T}_{rR}\mathbf{h}_R$$

Аэродинамические нагрузки

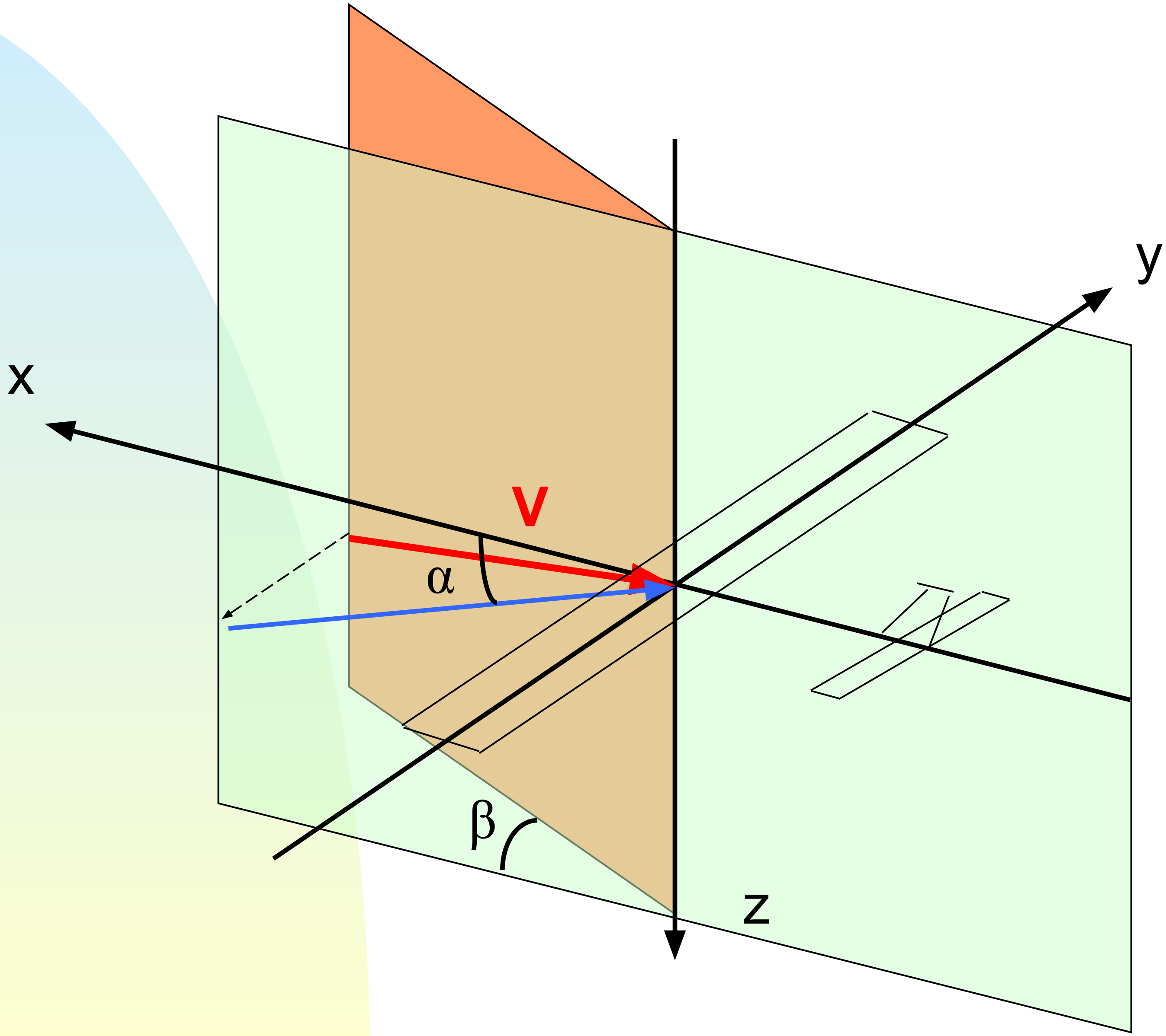
Аэродинамические нагрузки являются функцией от:

- Упругих деформаций
- Аэродинамических углов, которые описывают положение ЛА относительно набегающего потока
- Вращательных производных, которые описывают вращение ЛА вокруг осей связанной СК.
- Отклонения управляющих поверхностей

Аэродинамические углы

- Угол скольжения β – угол между плоскостью *xz* связанной СК и плоскостью, проходящей через ось *z* и вектор, определяющий направление потока.Угол считается положительным, если вектор направлен в начало СК со сороны положительного направления оси *y*.
- Угол атаки α – угол между проекцией вектора, определяющего направление потока, на плоскость *xz* и осью *x* связанной СК.

Аэродинамические углы



Скорости вращения

- Скорость крена *p (roll rate)* – описывает вращение ЛА вокруг продольной оси.
- Скорость тангажа *q (pitch rate) -* описывает вращение ЛА вокруг поперечной оси.
- Скорость курса *r (yaw rate)* – описывает вращения ЛА вокруг вертикальной оси.
- В MSC.Nastran, используются также и безразмерные скорости вращения *pb/2V*, *qc/2V* и *rb/2V,* где *b*- размах, *c*- длина хорды и *V*- скорость полета.

Балансировочные параметры

- Твердотельные ускорения, аэродинамические производные и углы отклонения управляющих поверхностей входят в множество балансировочных параметров

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbf{x}}^{\mathbf{T}} = \left\{ \ddot{\mathbf{h}}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{T}} \quad \alpha \quad \beta \quad pb/2V \quad q\bar{c}/2V \quad rb/2V \quad \mathbf{h}_{\mathbf{c}}^{\mathbf{T}} \right\}$$

  где матрица $\mathbf{h}_{\mathbf{c}}$ описывает отклонение управляющих поверхностей.

- Матрицу $\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Rx}}$ можно выразить через значение ускорений твердого тела:

$$\ddot{\mathbf{h}}_{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Rx}} \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbf{x}}$$

Линеаризация: упругие деформации

- Используя понятие линейной упругости, необходимо учитывать что линейные деформации должны иметь небольшую величину.
- Таким образом, получаем лианеризацию аэродинамических нагрузок относительно упругих деформаций

$$\mathbf{A}_a\left(\mathbf{u}_a^e, \tilde{\mathbf{u}}_x\right) = \mathbf{A}_a\left(\mathbf{0}, \tilde{\mathbf{u}}_x\right) + \frac{\partial \mathbf{A}_a}{\partial \mathbf{u}_a^e}\left(\mathbf{0}, \tilde{\mathbf{u}}_x\right)\mathbf{u}_a^e =$$

$$= \mathbf{A}_a^r\left(\tilde{\mathbf{u}}_x\right) + \bar{q}\,\mathbf{Q}_{aa}\left(\tilde{\mathbf{u}}_x\right)\mathbf{u}_a^e$$

где $\bar{q}$ скоростной напор

MSC SOFTWARE SIMULATING REALITY

Линеаризация: определение

- $\mathbf{A}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{r}}\left(\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbf{x}}\right)=\mathbf{A}_{\mathbf{a}}\left(\mathbf{0},\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbf{x}}\right)$ - аэродинамические нагрузки на жесткий ЛА

- $\mathbf{A}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{e}}=\bar{q}\mathbf{Q}_{\mathbf{aa}}\mathbf{u}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{e}}$ - изменения аэродинамических нагрузок, вносимые упругими деформациями. Эти нагрузки называются «упругим» приращением

- $\bar{q}\mathbf{Q}_{\mathbf{aa}}=\partial\mathbf{A}_{\mathbf{a}}/\partial\mathbf{u}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{e}}$ - матрица аэродинамической жесткости.

Нелинейная статическая аэроупругость

- В нелинейной статической аэроупругости, реализованной в MSC.Nastran,аэродинамические нагрузки лианеризуются относительно линейных деформаций, но не относительно балансировочных параметров.
- Уравнение равновесие записывается в виде

$$\left[\mathbf{K}_{\mathbf{aa}} - \bar{q}\mathbf{Q}_{\mathbf{aa}}\left(\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbf{x}}\right)\right]\mathbf{u}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{e}} = \mathbf{P}_{\mathbf{a}} - \mathbf{M}_{\mathbf{aa}}\mathbf{D}_{\mathbf{ar}}\mathbf{T}_{\mathbf{rR}}\tilde{\mathbf{T}}_{\mathbf{Rx}}\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbf{x}} + \mathbf{A}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{r}}\left(\tilde{\mathbf{u}}_{\mathbf{x}}\right)$$

Линеаризация: балансировочные параметры

- В линейной статической аэроупругости аэродинамические нагрузки линеаризуются относительно балансировочных параметров

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_a\left(\mathbf{u}_a^e, \tilde{\mathbf{u}}_x\right) &= \mathbf{A}_a(0,0) + \frac{\partial \mathbf{A}_a}{\partial \mathbf{u}_a^e}(0,0)\mathbf{u}_a^e + \frac{\partial \mathbf{A}_a}{\partial \tilde{\mathbf{u}}_x}(0,0)\tilde{\mathbf{u}}_x \\
&= \mathbf{A}_a^r + \bar{q}\mathbf{Q}_{aa}\mathbf{u}_a^e + \bar{q}\tilde{\mathbf{Q}}_{ax}\tilde{\mathbf{u}}_x \\
&= \bar{q}\mathbf{Q}_{ax}\mathbf{u}_x + \bar{q}\mathbf{Q}_{aa}\mathbf{u}_a^e
\end{aligned}$$

где $\mathbf{Q}_{ax} = \left[\mathbf{A}_a^r / \bar{q} \quad \tilde{\mathbf{Q}}_{ax}\right]$ и $\mathbf{u}_x = \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{\mathbf{u}}_x \end{bmatrix}$.

Линейная статическая аэроупругость

- Уравнение равновесия

$$\left(\mathbf{K}_{\mathbf{aa}} - \bar{q}\mathbf{Q}_{\mathbf{aa}}\right)\mathbf{u}_{\mathbf{a}}^{\mathbf{e}} = \mathbf{P}_{\mathbf{a}} + \left(\bar{q}\mathbf{Q}_{\mathbf{ax}} - \mathbf{M}_{\mathbf{aa}}\mathbf{D}_{\mathbf{ar}}\mathbf{T}_{\mathbf{rR}}\mathbf{T}_{\mathbf{Rx}}\right)\mathbf{u}_{\mathbf{x}}$$

где матрица $\mathbf{T}_{\mathbf{Rx}}$ матрица ускорений твердого тала выраженная через расширенное множество балансировочных параметров $\mathbf{u}_{\mathbf{x}}$.