Рекуррентные соотношения

Автор: учитель информатики и ИКТ МОУ Ольгинской СОШ
Хохрина Елена Александровна

Числовые ряды

- 1+3+5+7+9+11+ ...+(2n-l)+ ...
- 2+6+ 18+54+ 162+ ...
- $1+1/2+1/4+1/8+ \ldots +1/2^{n}+ \quad =2$
- 1+1+2+3+5+8+13+21+37+...
- 1+1/1!+ 1/2!+ 1/3!+ 1/4!+ ... + 1/n!+ ... =e
- 1+1/2+1/4+1/6+1/8+1/10+ ... + 1/2n+ ...

Последовательность чисел Фибоначчи

- 1+1+2+3+5+8+13+21+37+…

Задание: Сформулируйте правило, по которому образуется ряд Фибоначчи.

Числа Фибоначчи возникают в самых разных математических ситуациях: *комбинаторных, числовых, геометрических*. Учёные стремятся отыскивать числовые закономерности даже в живой природе и давно заметили, что числа Фибоначчи встречаются в спиральных формах, которые наблюдаются в мире растений. Например, в расположении листьев и ветвей вокруг ствола дерева. Число витков спирали, которые необходимо сделать, чтобы перейти от нижнего листа к ближайшему верхнему равно одному из чисел Фибоначчи. Это явление в ботанике называется *филлотаксис*.

Леона́рдо Пиза́нский

(лат. *Leonardo Pisano*, около 1170, Пиза — около 1250, там же) — первый крупный математик средневековой Европы. Наиболее известен под прозвищем **Фибона́ччи** (*Fibonacci*); о происхождении этого псевдонима имеются разные версии. По одной из них, его отец Гильермо имел прозвище **Боначчи** («*Благонамеренный*»), а сам Леонардо прозывался *filius Bonacci* («сын Благонамеренного»). По другой, *Fibonacci* происходит от фразы *Figlio Buono Nato Ci*, что в переводе с итальянского означает «хороший сын родился».

Число Непера

- $1+1/1!+1/2!+1/3!+1/4!+ \ldots + 1/n!+ \ldots = e$

Число Непера является составляющей закона существования случайных процессов физической и биологической природы.

Например, закона нормального распределения скорости газовых молекул, закона охлаждения тел, в формулах радиоактивного распада, возраста Земли, роста клеток и др.

Джон Не́пер

(англ. *John Napier*; 1550—1617) — шотландский барон (8-й лорд Мерчистона), математик, один из изобретателей логарифмов, первый публикатор логарифмических таблиц.

Факториал

- Факториал - это произведение натуральных чисел от 1 до того числа, которое стоит под знаком факториала.
- От factor - сомножитель. 0!= 1.
- С учётом этого ряд чисел, дающих в сумме число Непера можно записать в виде
- 1 + 1/1 + 1/(1 *2)+ 1/(1 *2*3)+ ... + 1/(1 *2*3*4* ... *(n-l)+ ...
- Задание: Предложите, каким образом каждый элемент этого ряда можно выразить через предыдущий.

- *Вывод:*
- существуют ряды, в которых элементы можно вычислять через предыдущие. Во всех рядах на доске наблюдается условие, с помощью которого можно образовать элемент ряда. Такое условие называют ***инвариантом*** (неизменимая часть чего-либо).

Ряд четных чисел

- $2+4+6+8+10+12+\dots+2n+\dots=n(n+1)$
- Введём обозначения:
- k - значение последнего члена ряда;
- n - количество вычисляемых членов ряда;
- i - номер члена ряда (от 1 до n);
- a_i - обозначение члена ряда;
- a_{i-1} - обозначение предыдущего члена ряда.

- 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + … + k
- № 1 2 3 4 5 6 n

  a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_n

- Задание: Подумайте, как из 2 получить 4?

  Чем является 2 по отношению к a_2?

  Чем является a_1 по отношению к a_i?

Получаем формулу

$$a_i = a_{i-1} + 2$$

Формула представляет собой рекуррентное соотношение.

Возникает вопрос: «Как записать рекуррентное соотношение для вычисления на компьютере?»

$n = 15$

a

2

$A=2$

a

4

$A_i=a_{i-1}+2$

a

6

$A_i=a_{i-1}+2$

...

a

30

$A_i=a_{i-1}+2$

Вывод: Инвариантность рекуррентного соотношения позволяет записать его в виде циклической конструкции.

Найти сумму элементов ряда

- S=0 - начальное значение суммы,
- S=S+A - её изменение на каждом шаге цикла.

алг INV(вещ A,S/цел K,N,I)
нач
запрос (N)
A:=2
S:=0
S:=S+A
вывод («I», «A»:12, «S»S:12)
вывод («1»,A:12,S:12)
нц для i **от** 2 **до** n
A:=A+2
S:=S+A
вывод (I:3, A:12, S:12)
кц
кон

1. Можно ли по этому алгоритму выписать i- й член и сумму элементов ряда нечётных чисел?
2. Назовите инвариант. Запишите рекуррентное соотношение.
3. Что изменилось в алгоритме?

Домашнее задание

- Примеры числовых рядов, в которых надо уметь находить инвариант.
- Получить рекуррентное соотношение и изобразить блок-схему.