

# РЕЛЯЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

# Общая характеристика

Запрос – формула некоторой формально-логической теории; описывает свойства желаемого результата.

Ответ – множество объектов из области интерпретации (базы данных), на котором истинна формула, соответствующая запросу.

Формально-логическая теория – *теория исчисления предикатов первого порядка*, в которой формула задается в виде *предиката*.

# Понятие предиката (1)

Даны произвольные множества  $D_1, D_2, \dots, D_n$ ,  
 $D_i \cap D_j = \emptyset$  для любых  $i \neq j$ , и переменные  
 $x_1, x_2, \dots, x_n, x_i \in D_i$  для любых  $i = 1, 2, \dots, n$ .

**Предикатом** (или предикатной функцией) называется функция  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , принимающая одно из двух значений – 1 или 0 (истина или ложь).

$x_1, x_2, \dots, x_n$  – предикатные переменные

$D_1, D_2, \dots, D_n$  – область интерпретации предиката

# Понятие предиката (2)

- Логические операции –  $\wedge$  (и),  $\vee$  (или),  $\neg$  (не)
- Кванторы –  $\forall$  (всеобщности),  $\exists$  (существования)

$\forall x (f(x))$  – для всех значений  $x$  из области интерпретации предиката формула  $f(x)$  имеет значение "истина";

$\exists x (f(x))$  – существует, по крайней мере, одно значение  $x$  из области интерпретации предиката, для которого формула  $f(x)$  имеет значение "истина"

$\forall x (f(x))$  эквивалентно  $\neg \exists x (\neg f(x))$

# Связь предиката с базой данных

Область интерпретации предиката – база данных

Соответствие между предикатом  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  и отношением  $r(R), R(A_1:D_1, A_2:D_2, \dots, A_n:D_n)$ :

$a_1 \in D_1, a_2 \in D_2, \dots, a_n \in D_n$

1. Если  $P(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$ , то  $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$  есть выборка отношения  $R(A_1:D_1, A_2:D_2, \dots, A_n:D_n)$ , т.е.  $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle \in r$

2. Если  $P(a_1, a_2, \dots, a_n) = 0$ , то  $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle \notin r$

# Реляционное исчисление с переменными-кортежами

1. Областью определения переменных являются отношения
2. Переменные-кортежи должны удовлетворять определенной схеме отношения  $R$
3. Предикат – это правильно построенная формула (*wff* – *well formulated formula*)  $\psi(t)$ . Выбираются те кортежи  $t$ , для которых  $\psi(t)$  дает значение 1

# Атомы wff (1)

1. Пусть  $r(R)$  – некоторая реализация отношения, удовлетворяющая схеме  $R$ ;  
 $t$  – некоторая переменная-кортеж, удовлетворяющая схеме  $R$ .

Тогда  $r(t)$  – атом; означает, что  $t$  есть кортеж в отношении  $r$  (т.е. формула истинна, если  $t \in r$ )

## Атомы wff (2)

2. Пусть  $r(R)$  – некоторая реализация отношения, удовлетворяющая схеме  $R$ ;  $u$  и  $v$  – переменные-кортежи из отношения  $r(R)$  (т.е.  $u \in r, v \in r$ );  $\theta$  – арифметическая операция сравнения ( $<, =, >, \geq, \neq, \leq$ );  $A, B$  – атрибуты схемы отношения  $R$ , сравнимые по операции  $\theta$ .

Тогда  $u[A] \theta v[B]$  – атом

$t[X]$  – значение переменной  $t$  по атрибуту  $X$

## Атомы wff (3)

3. Пусть  $u$  – переменная-кортеж из отношения  $r(R)$  (т.е.  $u \in r$ );  
 $\theta$  – арифметическая операция сравнения ( $<, =, >, \geq, \neq, \leq$ );  
 $A, B$  – атрибуты схемы отношения  $R$ , сравнимые по операции  $\theta$ ;  
 $c$  – константа из домена, на котором определен атрибут  $B$ .

Тогда  $u[A] \theta c$  (или  $c \theta u[A]$ ) – атом

# Выражение реляционного исчисления (1)

$$\{t(R) \mid \psi(t)\},$$

где  $t$  – переменная-кортеж, удовлетворяющая схеме отношения  $R$ ; единственная переменная, имеющая свободное вхождение в формулу  $\psi(t)$ ;

$\psi(t)$  – правильно построенная формула

Интерпретация: множество кортежей  $t$ , удовлетворяющих схеме отношения  $R$ , таких, для которых правильно построенная формула  $\psi(t)$  истинна

# Выражение реляционного исчисления (2)

Пример

Есть отношение  $R(\text{Имя}, \text{Стипендия})$ ;  
атрибут *Стипендия* определен на домене  
 $D = \{\text{«да»}, \text{«нет»}\}$ .

Получить из отношения имена всех студентов,  
получающих стипендию:

$$\{ t(\text{Имя}) \mid \exists x(R) (r(x) \wedge x[\text{Стипендия}] = \text{«да»} \wedge x[\text{Имя}] = t[\text{Имя}]) \}$$

# Безопасные выражения

$\{t \mid \neg r(t)\}$  – в общем случае, определяет бесконечное отношение, что недопустимо.

Безопасные выражения вида  $\{t \mid \psi(t)\}$  гарантированно дают ограниченное множество кортежей.

Значения атрибутов кортежей  $t$  являются элементами некоторого ограниченного универсального множества –  $DOM(\psi)$ .

$DOM(\psi)$  – унарное отношение, элементами которого являются символы, которые либо явно появляются в  $\psi$ , либо служат компонентами какого-либо кортежа в некотором отношении  $R$ , упоминаемом в  $\psi$

# Реляционное исчисление с переменными на доменах (1)

Атомы:

$r(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , где  $r$  – отношение, удовлетворяющее схеме  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ , и каждое  $x_i$  есть константа или переменная на домене;

$u \theta v$ , где  $u$  и  $v$  – константы или переменные, определенные на доменах, совместимых по операции  $\theta$ ,  $\theta$  – арифметическая операция сравнения ( $<, =, >, \geq, \neq, \leq$ );

# Реляционное исчисление с переменными на доменах (2)

Формула реляционного исчисления  $\psi(t)$ , а также свободные и связанные вхождения переменных определяются так же, как и для исчисления с переменными-кортежами.

# Реляционное исчисление с переменными на доменах (3)

Пример. Пусть мы имеем базу данных служащих. Будем считать, что мы определили доменные переменные, имена которых совпадают с именами атрибутов отношения СЛУЖАЩИЕ

WFF исчисления доменов:

СЛУЖАЩИЕ (СЛУ\_НОМ:2934, СЛУ\_ИМЯ:'Иванов', СЛУ\_ЗАРП:22400.00, ПРО\_НОМ:1)

примет значение true в том и только в том случае, когда в теле отношения СЛУЖАЩИЕ содержится кортеж <2934, 'Иванов', 22400.00, 1>.

Соответствующие значения доменных переменных образуют область истинности этой WFF.

# Реляционное исчисление с переменными на доменах (4)

Пример. (продолжение)

Запрос: "Выдать номера и имена служащих, не получающих минимальную заработную плату":

```
СЛУ_НОМ, СЛУ_ИМЯ WHERE EXISTS  
СЛУ_ЗАРП1 (СЛУЖАЩИЕ (СЛУ_ЗАРП1)  
AND СЛУЖАЩИЕ (СЛУ_НОМ, СЛУ_ИМЯ,  
СЛУ_ЗАРП) AND СЛУ_ЗАРП >  
СЛУ_ЗАРП1)
```