

Решение текстовых логических задач

Раздел: алгебра логики и логические основы ПК



Способы решения логических задач:

Разнообразиие логических задач очень велико. Способов их решения тоже немало. Но наибольшее распространение получили следующие три способа решения логических задач:

средствами алгебры логики;

табличный;

с помощью рассуждений.

Познакомимся с ними поочередно.





I. Решение логических задач средствами алгебры логики

Обычно используется следующая схема решения:

1. Внимательно изучить условие.
2. Выделить простые высказывания и обозначить их латинскими буквами.
3. Записать условие задачи на языке алгебры логики.
4. Конструируется логическая формула, описывающая логические связи между всеми высказываниями условия задачи.
5. Упростить формулу.
6. Проанализировать полученный результат или составить таблицу истинности, найти по таблице значения переменных, для которых значение равно 1.
7. Записать ответ.



Пример:

В школе-новостройке в каждой из двух аудиторий может находиться либо кабинет информатики, либо кабинет физики. На дверях аудиторий повесили шутливые таблички. На первой повесили табличку «По крайней мере, в одной из этих аудиторий размещается кабинет информатики», а на второй аудитории – табличку с надписью «Кабинет физики находится в другой аудитории». Проверяющему, который пришел в школу, известно только, что надписи на табличках либо обе истинны, либо обе ложны. Помогите проверяющему найти кабинет информатики.



Решени

е:

Так как в каждой из аудиторий может находиться кабинет информатики, то:

A = «В первой аудитории находится кабинет информатики»

B = «Во второй аудитории находится кабинет информатики»

Отрицание этих высказываний:

¬A = «В первой аудитории находится кабинет физики»

¬B = «Во второй аудитории находится кабинет физики»

Высказывание, содержащееся на табличке на двери первой аудитории, соответствует логическому выражению: **$X = A \vee B$**

Высказывание, содержащееся на табличке на двери второй аудитории, соответствует логическому выражению: **$Y = \neg A$**

Содержащееся в условии задачи утверждение о том, что надписи на табличках либо одновременно истинны, либо одновременно ложны в соответствии с законом исключенного третьего записывается так:

$$(X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge \neg Y) = 1.$$



Подставим вместо X и Y соответствующие формулы:

$$(X \wedge Y) \vee (\neg X \wedge \neg Y) = ((A \vee B) \wedge \neg A) \vee (\neg (A \vee B) \wedge \neg \neg A).$$

Упростим первое слагаемое:

$$(A \vee B) \wedge \neg A = (A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg A) = 0 \vee (B \wedge \neg A) = B \wedge \neg A$$

Упростим второе слагаемое:

$$(\neg (A \vee B) \wedge \neg \neg A) = \neg A \wedge \neg B \wedge A = 0 \wedge \neg B = 0$$

В результате получаем:

$$B \wedge \neg A \vee 0 = B \wedge \neg A$$

Полученное логическое выражение оказалось простым и поэтому его можно проанализировать без построения таблиц истинности. Для того, чтобы выполнялось равенство $B \wedge \neg A = 1$, B и $\neg A$ должны быть равны 1, т.е. соответствующие им высказывания истинны.

Ответ: В первой аудитории находится кабинет физики, а во второй – кабинет информатики.





II. Решение логических задач табличным способом

При использовании этого способа условия, которые содержит задача, и результаты рассуждений фиксируются с помощью специально составленных таблиц.

Пример: В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.

Известно, что:

- 1) Смит самый высокий;
- 2) играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
- 3) играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
- 4) когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
- 5) Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?



Решени

е:


Составим таблицу и отразим в ней условия задачи, заполнив соответствующие клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание.

Так как музыкантов трое, инструментов шесть и каждый владеет только двумя инструментами, получается, что каждый музыкант играет на инструментах, которыми остальные не владеют.

Из условия 4 следует, что Смит не играет ни на альте, ни на трубе, а из условий 3 и 5, что Браун не умеет играть на скрипке, флейте, трубе и гобое. Следовательно, инструменты Брауна — альт и кларнет. Занесем это в таблицу, а оставшиеся клетки столбцов "альт" и "кларнет" заполним нулями:

| | скрипка | флейта | альт | кларнет | гобой | труба |
|--------|---------|--------|------|---------|-------|-------|
| Браун | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Смит | | | 0 | 0 | | 0 |
| Вессон | | | 0 | 0 | | |

Из таблицы видно, что на трубе может играть только Вессон.



Из условий 1 и 2 следует, что Смит не скрипач. Так как на скрипке не играет ни Браун, ни Смит, то скрипачом является Вессон. Оба инструмента, на которых играет Вессон, теперь определены, поэтому остальные клетки строки Вессон можно заполнить нулями:

| | скрипка | флейта | альт | кларнет | гобой | труба |
|--------|---------|--------|------|---------|-------|-------|
| Браун | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Смит | 0 | | 0 | 0 | | 0 |
| Вессон | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Из таблицы видно, что играть на флейте и на гобое может только Смит.

| | скрипка | флейта | альт | кларнет | гобой | труба |
|--------|---------|--------|------|---------|-------|-------|
| Браун | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Смит | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Вессон | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Ответ: Браун играет на альте и кларнете,
Смит — на флейте и гобое,
Вессон — на скрипке и трубе.





III. Решение логических задач с помощью рассуждений

Этим способом обычно решают несложные логические задачи.

Пример: Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский". Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?



Решени

е:

Имеется три утверждения:

- 1) Вадим изучает китайский;
- 2) Сергей не изучает китайский;
- 3) Михаил не изучает арабский.


Если верно первое утверждение, то верно и второе, так как юноши изучают разные языки. Это противоречит условию задачи, поэтому первое утверждение ложно.

Если верно второе утверждение, то первое и третье должны быть ложны. При этом получается, что никто не изучает китайский. Это противоречит условию, поэтому второе утверждение тоже ложно.

Остается считать верным третье утверждение, а первое и второе — ложными. Следовательно, Вадим не изучает китайский, китайский изучает Сергей.

Ответ: Сергей изучает китайский язык,
Михаил — японский, Вадим — арабский.





Задачи для самостоятельного решения:

1. Девочки пытались узнать, что за новый ученик появится завтра в их классе, и теперь делятся своими предположениями:

Даша: «Я слышала, что он отличник и серьезно занимается плаванием».

Вера: «Нет, он хорошист и занимается самбо».

Юля: «Нет, он не отличник, но увлекается шахматами».

На следующий день выяснилось, что каждая девочка ошиблась только в одном из своих предположений. Что можно сказать про новичка?

- а) Он хорошист и увлекается шахматами.
- б) Он отличник и занимается плаванием.
- в) Он хорошист и занимается плаванием.
- г) Он отличник и занимается самбо.



2. Заметив на выставке отличную модель парусного корабля, Ваня сказал:

- Это английский парусный корабль. Он называется каравелла.
- Нет, это галион, и он точно не английский! – возразил Илья.
- Да, это шведский корабль. Но это барк, - Уточнил Костя.

Прочитав пояснительную табличку к модели, мальчики поняли, что каждый из них оказался прав только в одном из предположений. Как называлось парусное судно, модель которого увидели ребята, и какой стране оно принадлежит?

- а) английский галион.
- б) шведская каравелла.
- в) шведский галион.
- г) английский барк.



3. Трое болельщиков на скачках поспорили о претендентах на звание чемпиона.

- Победителем будет, как и в прошлом году, Сталкер, - сказал один из них. – А вот Альтаир первым точно не будет.

- Нет, Сталкеру не видать больше первого места, - возразил ему второй болельщик. – Первым придет Ветерок.

Третий знаток конного спорта тут же запротестовал:

- Послушайте, Ветерок точно придет не первым, а вот у Альтаира новый наездник в этом году.

После забега оказалось, что двое болельщиков не ошиблись ни в одном из предположений, а оба заявления третьего болельщика были ошибочными. Какая из лошадей выиграла скачки?



4. В финале соревнований лыжники А, В, С и D были претендентами на первые четыре места. Когда болельщиков спросили перед соревнованиями о возможном распределении мест, получили три ответа: «С будет первым, а А – четвертым»; «D будет первым, а В – вторым»; «D – будет вторым, а В – третьим». После окончания соревнований оказалось, что в каждом ответе только одно утверждение было истинным. Как распределились первые места между спортсменами? Ответ запишите в виде строки из четырех символов, записав буквы А, В, С и D в порядке убывания мест.

5. Кто из ребят играет в шахматы, если известно, что:

- 1) Если играет Андрей или Виктор, то Сергей не играет;
- 2) Если Виктор не играет, то играют Сергей и Дмитрий;
- 3) Сергей играет



6. Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

— Вот увидишь, Шумахер не придет первым, — сказал Джон. Первым будет Хилл.

— Да нет же, победителем будет, как всегда, Шумахер, — воскликнул Ник. — А об Алези и говорить нечего, ему не быть первым.

Питер, к которому обратился Ник, возмутился:

— Хиллу не видать первого места, а вот Алези пилотирует самую мощную машину.

По завершении этапа гонок оказалось, что каждое из двух предположений двоих друзей подтвердилось, а оба предположения третьего из друзей оказались неверны. Кто выиграл этап гонки?