

# Решение задач линейного программирования в MS Excel

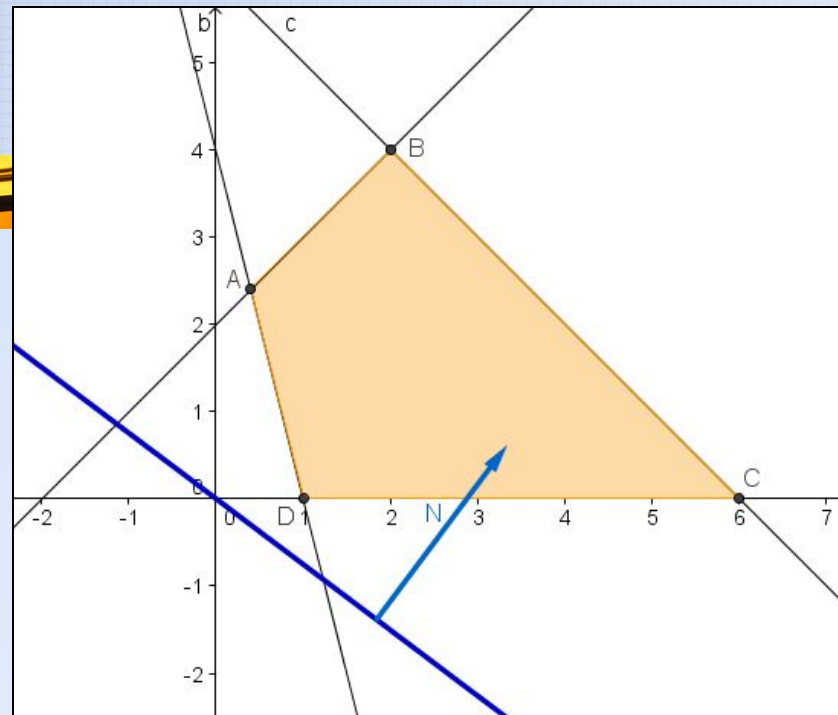




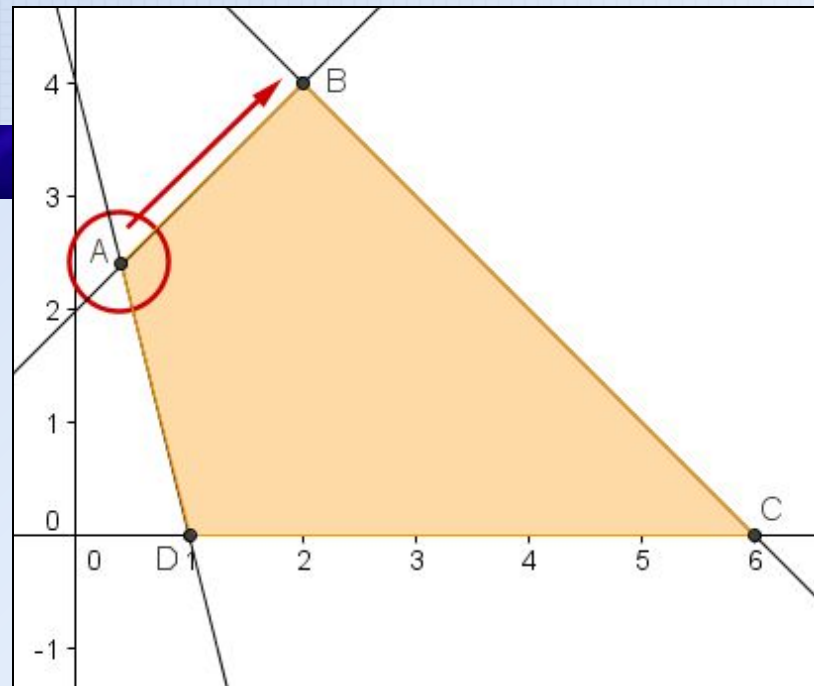
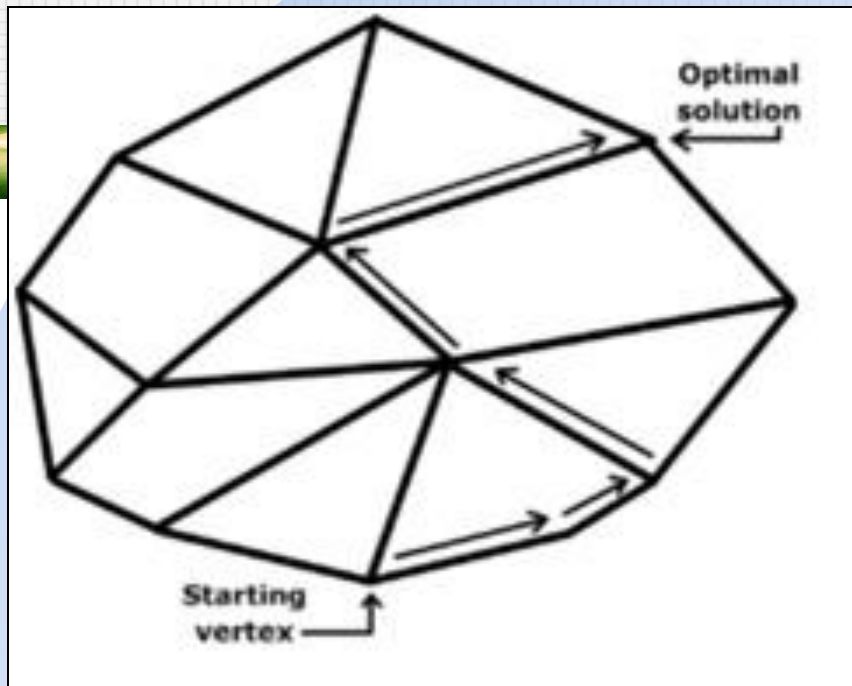
Общая задача линейного программирования решается **симплексным методом**

**Симплекс** (лат. *simplex* - простой) – простейший выпуклый многогранник в  $n$ -мерном пространстве с  $n+1$  вершиной (например, тетраэдр в 3-мерном пространстве)

**На рисунке:** оптимальное решение находится в одной из вершин многоугольника решений A, B, C, D



Если задача линейного программирования имеет **оптимальное решение**, то оно **соответствует** хотя бы одной **угловой точке** многогранника решений (и совпадает с одним из допустимых базисных решений системы ограничений)

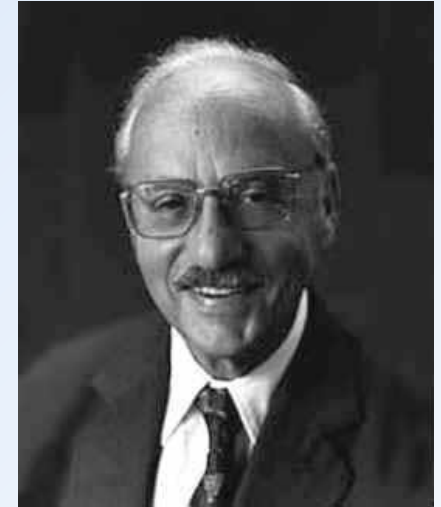


Геометрический смысл симплексного метода состоит в последовательном переходе от одной вершины многогранника ограничений к соседней, в которой целевая функция принимает лучшее (по крайней мере, не худшее) значение

Впервые симплексный метод был предложен американским ученым Дж. Данцигом в 1949 г.

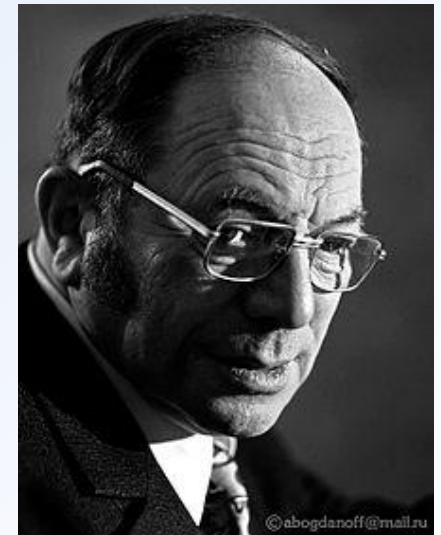


**Джордж Бернард Данциг** (1914-2005) – американский математик, разработал симплексный алгоритм, считается основоположником методов линейного программирования



Идеи симплексного метода были разработаны в 1939 г. российским ученым Л.В.Канторовичем

**Леонид Витальевич Канторович** (1912-1986) – советский математик и экономист, лауреат Нобелевской премии по экономике 1975 года «за вклад в теорию оптимального распределения ресурсов». Один из создателей линейного программирования





**Симплексный метод позволяет решить любую задачу линейного программирования**  
В настоящее время он используется для **компьютерных расчетов**

Рассмотрим решение задачи линейного программирования в MS Excel

# В MS Excel для решения задачи линейного программирования используется надстройка **ПОИСК РЕШЕНИЯ**

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:

минимальному значению

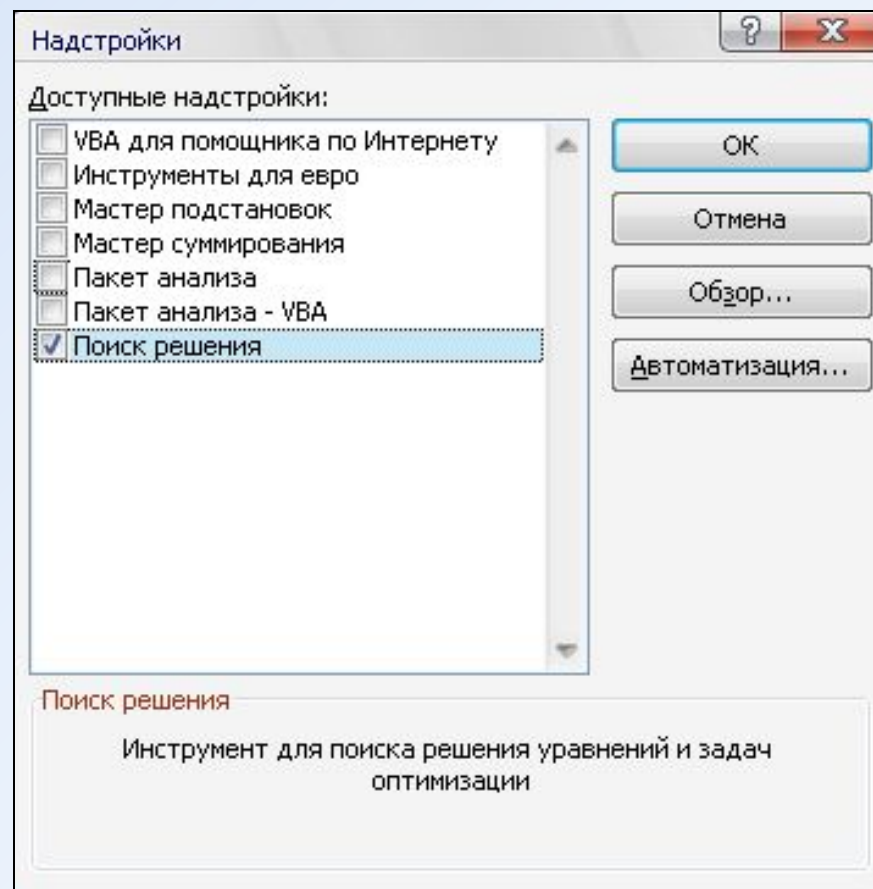
Изменяя ячейки:

Ограничения:

Сначала надстройку **Поиск решения** необходимо подключить (до первого использования)

В MS Excel 2003:  
**Сервис /  
Надстройки /  
Поиск решения /  
ОК**

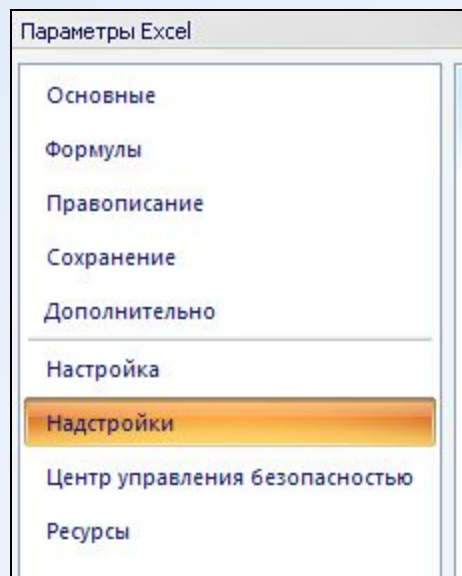
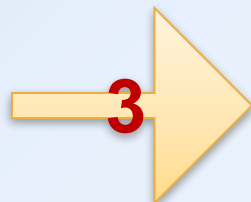
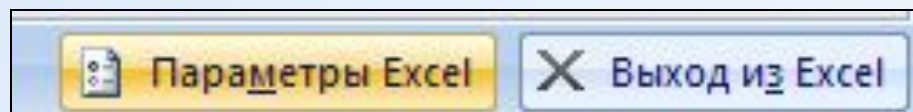
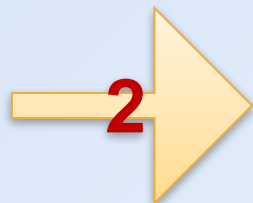
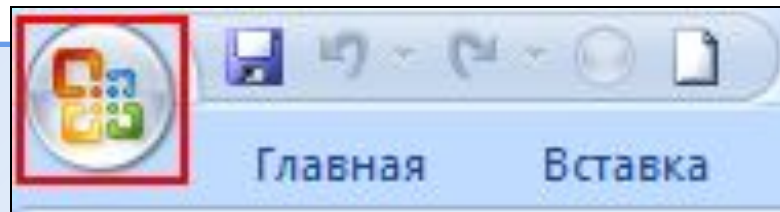
После этого команда **Поиск решения** включена в меню **Сервис**





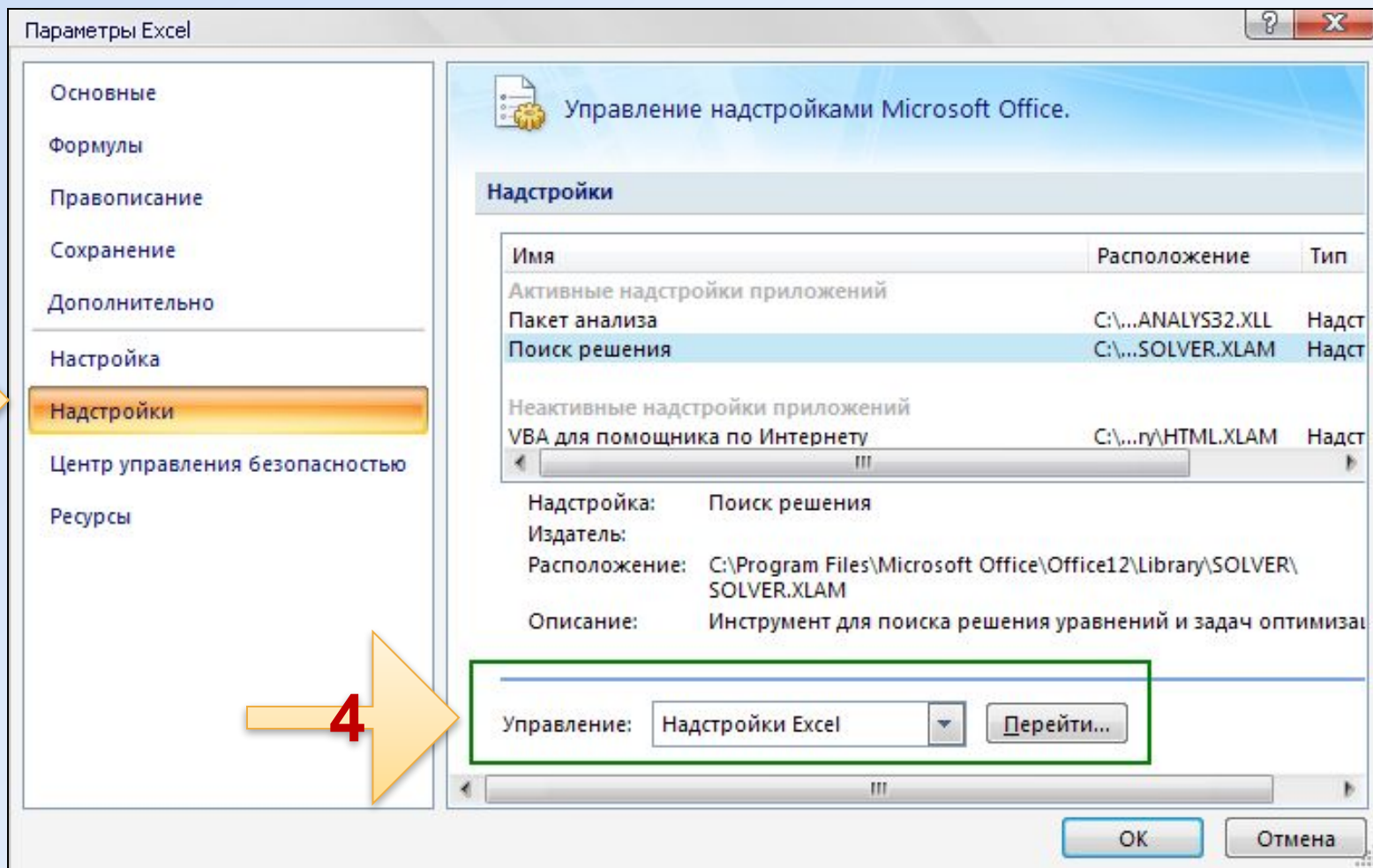
В MS Excel 2007:

- 1) Кнопка **Office** (левый верхний угол окна программы)
- 2) Кнопка **Параметры Excel** (внизу окна меню)
- 3) **Надстройки**



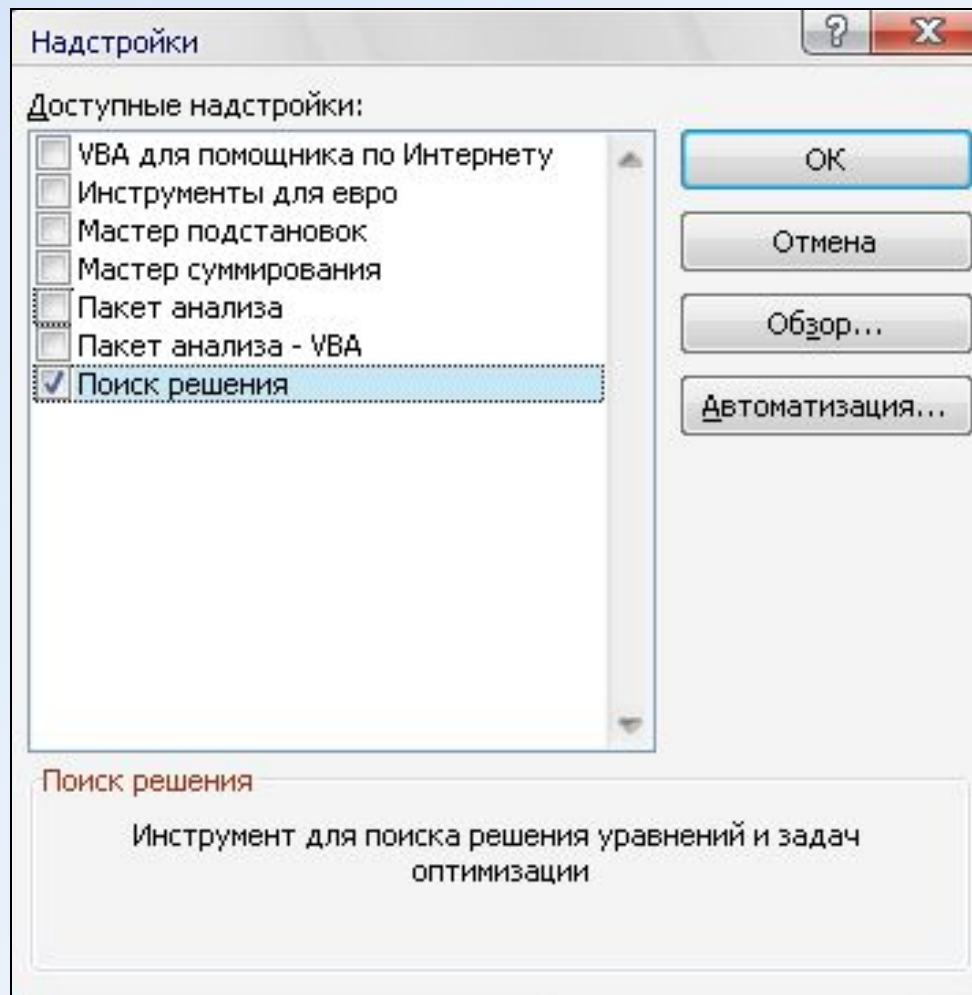
В MS Excel 2007:

## 4) Кнопка **Перейти** (внизу окна **Параметры Excel**)

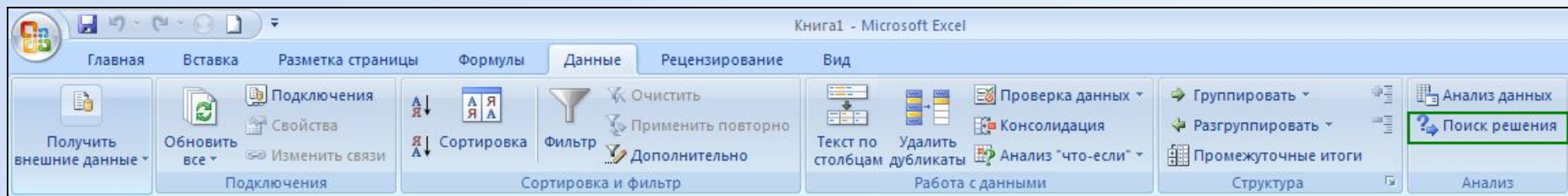


В окне **Надстройки** установить флажок и нажать **ОК**

В MS Excel 2007 кнопка Поиск решения появится во вкладке Данные



# В MS Excel 2007 кнопка **Поиск решения** появится во вкладке **Данные**





# Решим в MS Excel задачу линейного программирования

1

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

2

$$F = 7x_2 + 3x_3 - 6 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_2 - x_1 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 6 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$



# Решим в MS Excel задачу линейного программирования

3

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 \geq 2 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

СРС

4

$$F = x_1 - 5x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 4 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

СРС



## ОТВЕТЫ:

**1**  $F_{min} = F(0,1,2,0,1) = 12$

**2**  $F_{max}(2; 4; 0; 8; 0) = 22$

**3**  $F_{min}(4; 0; 0) = 4$

**4**  $F_{max}\left(1; 0; \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}$



# Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

## 1. Создадим область переменных

Ячейки **B2:B6** будут играть роль переменных (пока они пусты)

	A	B	C
1	Переменные		
2	x1=		
3	x2=		
4	x3=		
5	x4=		
6	x5=		
7			





## Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

2. Введем формулу вычисления значений целевой функции

Например, в ячейку A8

	A	B	C
1	<b>Переменные</b>		
2	x1=		
3	x2=		
4	x3=		
5	x4=		
6	x5=		
7	<b>Целевая функция</b>		
8	<b>=B2+2*B3+2*B4+B5+6*B6</b>		
9			



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

### 3. Создадим область ограничений

В ячейках **A11:A13** будем вычислять **левые части** ограничений в системе

В ячейках **B11:B13** введем **правые части** ограничений системы

	A	B	C
1	Переменные		
2	x1=		
3	x2=		
4	x3=		
5	x4=		
6	x5=		
7	Целевая функция		
8	0		
9	Ограничения		
10	Левая часть	Правая часть	
11		4	
12		5	
13		3	



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

### 3. Создадим область ограничений

В ячейках **A11:A13** будем вычислять **левые части** ограничений в системе

Первое ограничение

	A	B	
1	Переменные		
2	x1=		
3	x2=		
4	x3=		
5	x4=		
6	x5=		
7	Целевая функция		
8		0	
9	Ограничения		
10	Левая часть	Правая часть	
11	=2*B3+B5+2*B6		
12		5	
13		3	



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

### 3. Создадим область ограничений

В ячейках **A11:A13** будем вычислять **левые части** ограничений в системе

**Второе ограничение**

	A	B	
1	Переменные		
2	x1=		
3	x2=		
4	x3=		
5	x4=		
6	x5=		
7	Целевая функция		
8	0		
9	Ограничения		
10	Левая часть	Правая часть	
11	0	4	
12	=B2+B3+4*B6	5	
13		3	



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

### 3. Создадим область ограничений

В ячейках **A11:A13** будем вычислять **левые части** ограничений в системе

	A	B
1	Переменные	
2	x1=	
3	x2=	
4	x3=	
5	x4=	
6	x5=	
7	Целевая функция	
8	0	
9	Ограничения	
10	Левая часть	Правая часть
11	0	4
12	0	5
13	=B4+B6	3
14		

Третье ограничение



# Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

## 4. Вызовем окно диалога Поиск решения

При этом удобно, если активной ячейкой является ячейка со значением целевой функции

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Переменные									
2	x1=									
3	x2=									
4	x3=									
5	x4=									
6	x5=									
7	Целевая функция									
8		0								
9	Ограничения									
10	Левая часть	Правая часть								
11		0	4							
12		0	5							
13		0	3							
14										
15										

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:



# Решим в MS Excel задачу линейного программирования

- 1) Устанавливаем целевую ячейку **A8** (там где вычисляется значение целевой функции)
- 2) Указываем направление оптимизации – минимизация (по условию)
- 3) В поле **Изменяя ячейки** указываем ячейки переменных **B2:B6**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Переменные									
2	x1=									
3	x2=									
4	x3=									
5	x4=									
6	x5=									
7	Целевая функция									
8		0								
9	Ограничения									
10	Левая часть	Правая часть								
11	0	4								
12	0	5								
13	0	3								
14										
15										

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению  значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:



# Решим в MS Excel задачу линейного программирования

Укажем ограничения

4) Нажимаем кнопку **Добавить**

Появится окно **Добавление ограничения**





# Решим в MS Excel задачу линейного программирования

Укажем ограничения

5) Неотрицательность переменных:

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку:  Ограничение:

Нажать кнопку **Добавить**

6) Остальные ограничения:

Нажать **OK**

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку:  Ограничение:




# Решим в MS Excel задачу линейного программирования

Осталось нажать кнопку **Выполнить**




Поиск решения

Установить целевую ячейку:  

Равной:  максимальному значению  значению:   минимальному значению

Изменяя ячейки:



Ограничения:



# Решим в MS Excel задачу линейного программирования

## Результаты

	A	B
1	<b>Переменные</b>	
2	x1=	0
3	x2=	1
4	x3=	2
5	x4=	0
6	x5=	1
7	<b>Целевая функция</b>	
8	12	
9	<b>Ограничения</b>	
10	Левая часть	Правая часть
11	4	4
12	5	5
13	3	3

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

**Ответ:**

$$F_{\min} = F(0,1,2,0,1) = 12$$



# Литература

1. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Исследование операций в экономике. - М.: ЮНИТИ, 2003. - 407 с.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов. - СПб.: Питер, 2005. - 464 с.