

вероятность



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ
Орлова Л.В., Малышкина С.Ю.



Основные понятия.



- Событие - явление, которое происходит в результате осуществления какого-либо определенного комплекса условий.
- Эксперимент (или опыт) заключается в наблюдении за объектами или явлениями в строго определенных условиях и измерении значений заранее определенных признаков этих объектов (явлений).
- Исходом называется один из взаимоисключающих друг друга вариантов, которым может завершиться случайный эксперимент.

СОБЫТИЯ

ДОСТОВЕРНЫЕ

- ✓ Происходят при каждом проведении опыта (Солнце всходит в определенное время, тело падает вниз, вода закипает при нагревании и т. п.).

НЕВОЗМОЖНЫЕ

СЛУЧАЙНЫЕ

- ✓ Происходят в определенных условиях, но при каждом проведении опыта: одни происходят чаще, другие реже (бутерброд чаще падает маслом вниз и т.п.).

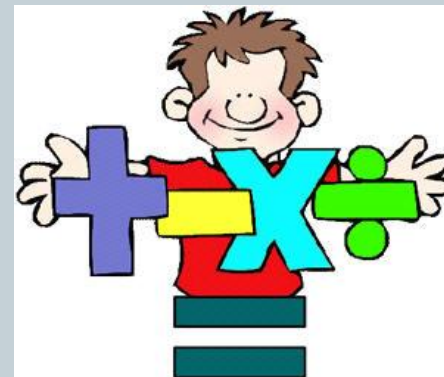
Тест 1.



О каком событии идёт речь? Из 25 учащихся класса двое справляют день рождения 30 февраля.

- А) достоверное;
- В) невозможное;
- С) случайное.

Ответ. В



Тест 2.



Это событие является случайным:

- А) слово начинается с буквы «Ь»;
- В) ученику 8 класса 14 месяцев;
- С) бросили две игральные кости: сумма выпавших на них очков равна 8.

Ответ. С



Тест 3.



Найдите достоверное событие:

- А) На уроке математики ученики делали физические упражнения;
- В) Сборная России по футболу не станет чемпионом мира 2006 года;
- С) Подкинули монету и она упала на «Орла».

Ответ. В



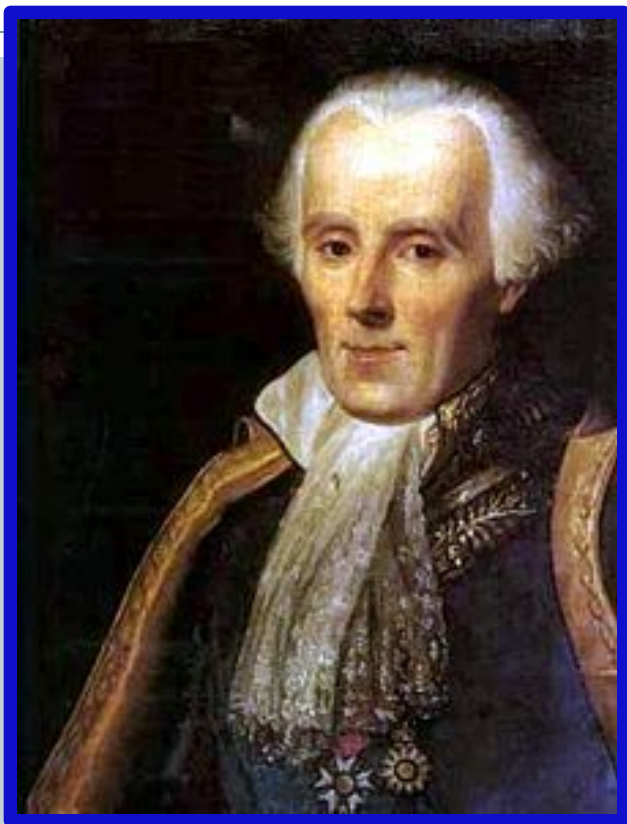
Определение



- **Вероятность события ($P(A)$) – это численная мера объективной возможности его появления.**
- **Вероятностью P наступления случайного события A называется отношение m/n , где n – число всех возможных исходов эксперимента, а m – число всех благоприятных исходов:**

$$P(A) = m/n.$$





Пьер-Симо́н Лапла́с

Классическое определение вероятности было впервые дано в работах французского математика Лапласа.

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТ- НЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А $P(A)=m/n$
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменаци- онный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Играем в лотерею	250	Выиграли, купив один билет	10	$\frac{10}{250} = \frac{1}{25}$

Задача 1.



- В коробке 4 синих, 3 белых и 2 желтых фишки. Они тщательно перемешиваются, и наудачу извлекается одна из них. Найдите вероятность того, что она окажется: а) белой; б) желтой; в) не желтой.
- Решение.
- а) Мы имеем всевозможных случаев 9. Благоприятствующих событий 3. Вероятность равна: $P=3:9=1/3=0,33(3)$
- б) Мы имеем всевозможных случаев 9. Благоприятствующих событий 2. Вероятность равна $P=2:9=0,2(2)$
- в) Мы имеем всевозможных случаев 9. Благоприятствующих событий 7 (4+3). Вероятность равна $P=7:9=0,7(7)$



Задача 2.



- В коробке лежат 10 одинаковых шаров, на каждом из которых написан его номер от 1 до 10. Найдите вероятность следующих событий:
 - а) извлекли шар № 7;
 - б) номер извлеченного шара – четное число;
 - в) номер извлеченного шара кратен 3.
-
- Решение. Мы имеем всевозможных случаев 10.
 - а) Благоприятных 1. Вероятность $P=1:10=0,1$
 - б) Шаров с четными номерами 5 (2,4,6,8,10). Вероятность равна $P=5:10=0,5$
 - в) Благоприятных 3.(3,6,9). Вероятность равна $P=3:10=0,3$



Задача 3.



- В урне находятся 3 синих, 8 красных и 9 белых шаров одинакового размера и веса, неразличимых на ощупь. Шары тщательно перемешаны. Какова вероятность появления синего, красного и белого шаров при одном вынимании шара из урны?
- **Решение.** Так как появление любого шара можно считать равновозможным, то мы имеем всего $n=3+8+9=20$ элементарных событий. Если через A , B , C обозначить события, состоящие в появлении соответственно синего, красного и белого шаров, а через m_1 , m_2 , m_3 - числа благоприятствующих этим событиям случаев, то ясно, что $m_1=3$, $m_2=8$, $m_3=9$. Поэтому $P(A)=3/20=0,15$; $P(B)=8/20=0,40$; $P(C)=9/20=0,45$.



Задача 4.



- Таня забыла последнюю цифру номера телефона знакомой девочки и набрала ее наугад. Какова вероятность того, что Таня попала к своей знакомой?
- **Решение.** На последнем месте может стоять одна из 10 цифр: от 0 до 9. Значит,

$$n = 10, m = 1. P(A) = 1/10$$



Задача 5.



- На четырех карточках написаны буквы О, Т, К, Р. Карточки перевернули и перемешали. Затем открыли наугад последовательно эти карточки и положили в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «КРОТ»?

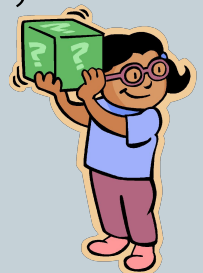
- **Решение.** Исходы – все возможные перестановки из четырех элементов. По правилу умножения

$$n = 4 * 3 * 2 * 1 = 24.$$

Событие А - после открытия карточек получится слово «КРОТ»;

$m = 1$. (только один вариант расположения букв – «КРОТ»)

$$P(A) = 1/24.$$



Свойства вероятности.



1. Вероятность достоверного события равна **1**
2. Вероятность невозможного события равна **0**.
3. Вероятность события A не меньше 0 , но не больше **1**.

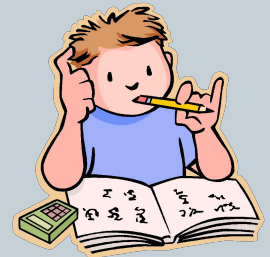


Статистическая вероятность



- **Относительной частотой** события **A** в данной серии испытаний называют отношение числа испытаний **M**, в которых это событие произошло, к числу всех проведённых испытаний **N**.
$$W(A) = \frac{M}{N}$$

- Под **статистической вероятностью** понимают число, около которого колеблется относительная частота события при большом числе испытаний.



Задача №1



По статистике, на каждые 1000 лампочек приходится 3 бракованные. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Решение: *Событие A- купить неисправную лампочку*

$$P(A) = 3/1000 = 0,003$$

Вероятность купить исправную лампочку равна $1 - 0,003 = 0,997$

Задача №2.



Демографы утверждают, что вероятность рождения близнецов равна 0,012. В скольких случаях из 10 000 рождений можно ожидать появление близнецов?

Решение:

$$P(A) = 0,012$$

$$N = 10000$$

$$P(A) = \frac{M}{N}$$

$$\frac{M}{10000} = 0,012$$

$$M = 0,012 \cdot 10000 = 120$$

**Ответ: в 120
случаях.**



Задача 3.



- В классе 20 мальчиков и 10 девочек. Учитель истории знает, что 3 девочки и 5 мальчиков из класса были накануне в кино, поэтому не выучили домашнее задание. К сожалению, он не знает их фамилий, но очень хочет поставить кому-нибудь двойку. Кого ему лучше вызвать к доске – мальчика или девочку?
- Решение: Общее число исходов для девочек равно 10, для мальчиков – 20. Благоприятных исходов для девочек – 3, для мальчиков – 5, значит для девочек $P(A) = 3/10$, для мальчиков $5/20 = 1/4$.
- Так как $3/10 > 1/4$, поэтому лучше вызвать девочку.

Проверь себя!



- **Вероятностью P наступления случайного события A называется...**
- Таня забыла последнюю цифру номера телефона знакомой девочки и набрала её наугад. Какова вероятность того, что Таня попала к своей знакомой?
- (Ответ. $1/10$)
- Вероятность попадания Андреем по мишени из винтовки равна $0,7$. Какова вероятность того, что Андрей промахнётся, сделав выстрел?
- (Ответ. $0,3$)
- Во время тренировки в стрельбе по цели было сделано 30 выстрелов и зарегистрировано 26 попаданий. Какова относительная частота попадания по цели в данной серии выстрелов?
- *Ответ: $13/15$*