Лекция 4.
Системы распознавания образов (идентификации)

- Перцептроны.
- Нейронные сети. История исследований, модель с обратным распространением ошибки.

Перцептроны

Одним из методов решения задач обучения распознаванию образов основан на <u>моделировании</u> гипотетического механизма <u>человеческого мозга</u>.

<u>Структура модели заранее постулируется</u>. При таком подходе уровень биологических знаний или гипотез о биологических механизмах является <u>исходной предпосылкой</u>, на которой базируются модели этих механизмов.

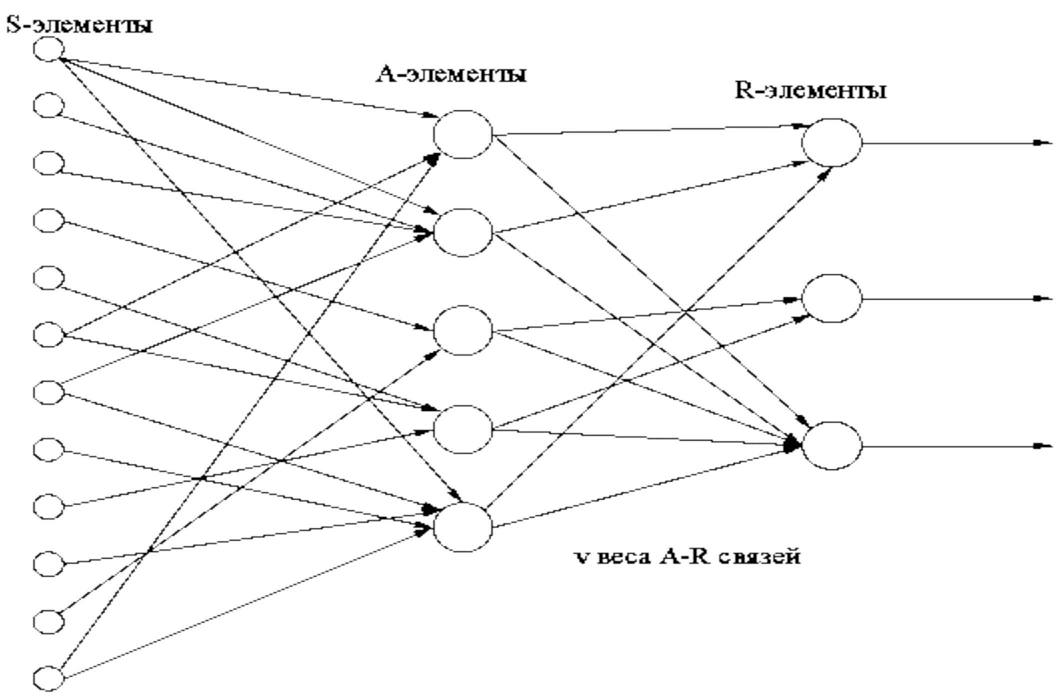
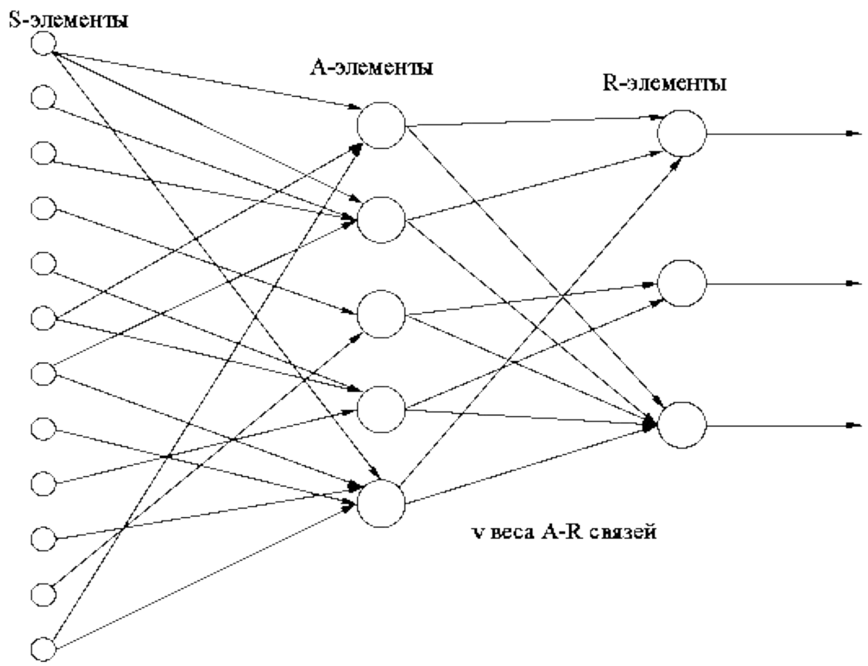


Рис. 1

Перцептроны



- совокупности <u>сенсорных элементов</u> <u>**S-элементов**</u>
- S-элементы <u>случайным образом</u> связаны с совокупностью <u>ассоциативных элементов</u> <u>**А-элементов**</u>, выход которых <u>отличается от нуля</u> только тогда, когда <u>возбуждено</u> достаточно большое число S-элементов.
- <u>А-элементы</u> соединены с <u>реагирующими элементами</u> <u>**R-элементами**</u> связями, <u>коэффициенты усиления</u> <u>**v**</u> которых переменны и <u>изменяются в процессе обучения</u>.
- Взвешенные комбинации выходов <u>R-элементов</u> составляют <u>реакцию системы</u>, которая указывает на <u>принадлежность</u> распознаваемого <u>объекта</u> <u>**определенному образу**</u>.

Перцептроны

Если распознаются только два образа, то в перцептроне устанавливается только один R-элемент, который обладает двумя реакциями — **положительной** и **отрицательной**.

Если образов больше двух, то для каждого образа устанавливают свой R-элемент, а выход каждого такого элемента представляет линейную комбинацию выходов A-элементов:

$$R_j = \Theta_j + \sum_{i=1}^{n} \nu_{ij} x_i \qquad (1)$$

R_j - реакция j-го *R*-элемента;

x_i - реакция i-го *A*-элемента;

Θ_j - порог j-го R-элемента.

ν_{ij} - вес связи от i-го A-элемента к j-му R-элементу;

Аналогично записывается уравнение i-го A-элемента:

$$x_i = \Theta_i + \sum_{k=1}^{S} y_k \qquad (2)$$

Сигнал *yk* может быть непрерывным, но чаще всего он принимает только два значения: 0 или 1. Сигналы от S-элементов подаются на входы A-элементов с постоянными весами равными 1, но каждый A-элемент связан только с группой случайно выбранных S-элементов.

Перцептроны

Предположим, что требуется обучить перцептрон различать два образа *V1* и *V2*.

Будем считать, что в перцептроне существует два *R*-элемента, один из которых предназначен образу *V1*, а другой — образу *V2*.

Перцептрон будет обучен правильно, если выход *R1* превышает *R2*, когда распознаваемый объект принадлежит образу *V1*, и наоборот.

Разделение объектов на два образа можно провести и с помощью только одного *R*-элемента. Тогда объекту образа *V1* должна соответствовать положительная реакция *R*-элемента, а объектам образа *V2* — отрицательная.

Перцептроны

Перцептрон обучается путем предъявления обучающей последовательности изображений объектов, принадлежащих образам *V1* и *V2*.

В процессе обучения изменяются веса *vi* *A*-элементов. В частности, если применяется система подкрепления с коррекцией ошибок, прежде всего учитывается правильность решения, принимаемого перцептроном.

Если решение правильно, то веса связей всех сработавших *A*-элементов, ведущих к *R*-элементу, выдавшему правильное решение, увеличиваются, а веса несработавших *A*-элементов остаются неизменными.

Можно оставлять неизменными веса сработавших *A*-элементов, но уменьшать веса несработавших. В некоторых случаях веса сработавших связей увеличивают, а несработавших — уменьшают.

После процесса обучения перцептрон сам, без учителя, начинает классифицировать новые объекты.

Перцептроны

Если в перцептроне допускаются лишь связи, идущие от бинарных *S*-элементов к *A*-элементам и от *A*-элементов к **единственному *R*-элементу**, то такой перцептрон принято называть **элементарным альфа-перцептроном**.

Обычно классификация *C(W)* задается учителем. Перцептрон должен выработать в процессе обучения классификацию, задуманную учителем.

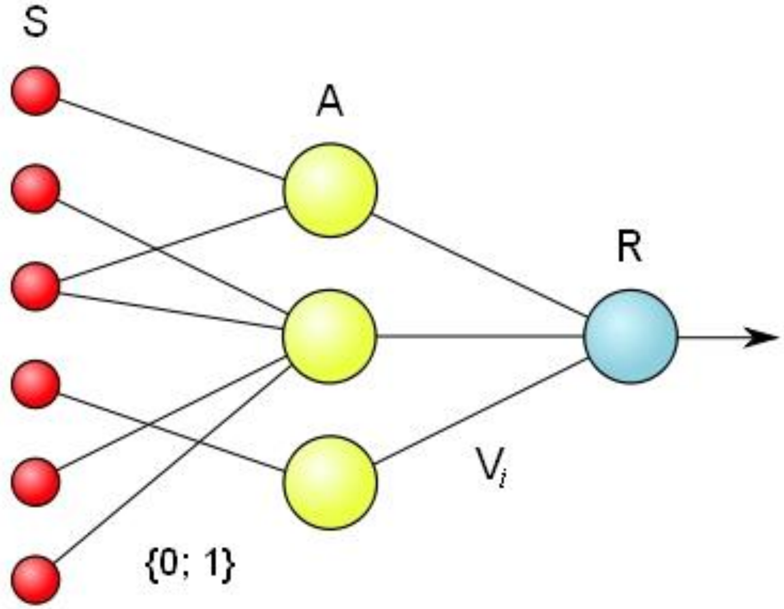


Рис. 2. Элементарный α -перцептрон

Перцептроны. Теоремы

О перцептронах было сформулировано и доказано несколько основополагающих теорем, две из которых, определяющие основные свойства перцептрона, приведены ниже.

Теорема 1. Класс элементарных альфа-перцептронов, для которых существует решение для любой задуманной классификации, не является пустым.

Эта теорема утверждает, что для любой классификации обучающей последовательности можно подобрать такой набор (из бесконечного набора) А-элементов, в котором будет осуществлено задуманное разделение обучающей последовательности при помощи линейного решающего правила).

Перцептроны. Теоремы

Теорема 2. Если для некоторой классификации C(W) решение существует, то в процессе обучения а -перцептрона с коррекцией ошибок, начинающегося с произвольного исходного состояния, это решение будет достигнуто в течение конечного промежутка времени.

Смысл этой теоремы состоит в том, что если относительно задуманной классификации можно найти набор А-элементов, в котором существует решение, то в рамках этого набора оно будет достигнуто в конечный промежуток времени.

Перцептроны. Теоремы

Обычно обсуждают свойства бесконечного перцептрона, т. е. перцептрона с бесконечным числом *A*-элементов со всевозможными связями с *S*-элементами (полный набор *A*-элементов).

В таких перцептронах решение всегда существует, а раз оно существует, то оно и достижимо в альфа-перцептронах с коррекцией ошибок.

Очень интересную область исследований представляют собой многослойные перцептроны и перцептроны с перекрестными связями, но теория этих систем практически еще не разработана.

Нейронные сети

- История исследований в области нейронных сетей
- Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

Нейронные сети. История исследований.

Способность нейронной сети к обучению впервые исследована **Дж. Маккалоком** и **У. Питтом**.

В 1943 году вышла их работа "Логическое исчисление идей, относящихся к нервной деятельности", в которой была построена модель нейрона, и сформулированы принципы построения искусственных нейронных сетей.

Крупный толчок развитию нейрокибернетики дал американский нейрофизиолог **Фрэнк Розенблатт**, предложивший в 1962 году свою модель нейронной сети — перцептрон.

В 1982 году американский биофизик **Дж. Хопфилд** предложил оригинальную модель нейронной сети, названную его именем. В последующие несколько лет было найдено множество эффективных алгоритмов:

- сеть встречного потока,
- двунаправленная ассоциативная память и др.

В киевском институте кибернетики с 70-х годов ведутся работы над стохастическими нейронными сетями.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

В 1986 году Дж. Хинтон и его коллеги опубликовали статью с описанием модели нейронной сети и алгоритмом ее обучения, что дало новый толчок исследованиям в области искусственных нейронных сетей.

Нейронная сеть состоит из множества одинаковых элементов — нейронов, поэтому начнем с них рассмотрение работы искусственной нейронной сети.

Биологический нейрон моделируется как устройство, имеющее несколько входов (дендриты), и один выход (аксон).

Каждому входу ставится в соответствие некоторый весовой коэффициент **w**, характеризующий пропускную способность канала и оценивающий степень влияния сигнала с этого входа на сигнал на выходе.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

В зависимости от конкретной реализации, обрабатываемые нейроном сигналы могут быть аналоговыми или цифровыми (**1** или **0**).

В теле нейрона происходит взвешенное суммирование входных возбуждений, и далее это значение является аргументом активационной функции нейрона, один из возможных вариантов которой представлен на Рис. 3.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

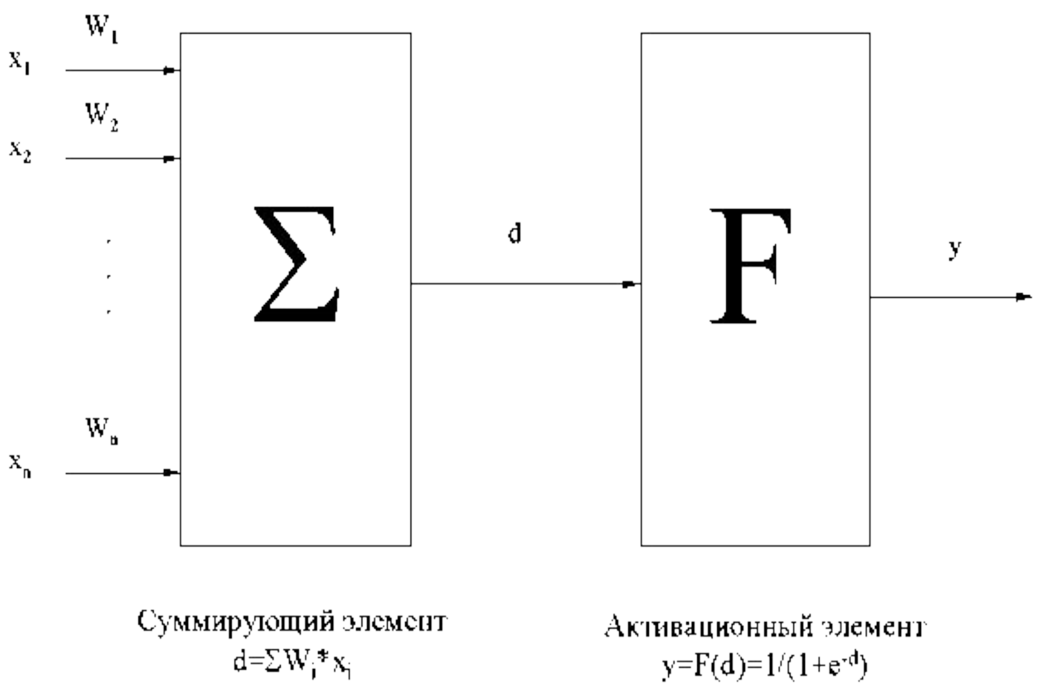


Рис. 3. Искусственный нейрон

Будучи соединенными определенным образом, нейроны образуют нейронную сеть. Работа сети разделяется на обучение и адаптацию.

Под обучением понимается процесс адаптации сети к предъявляемым эталонным образцам путем модификации (в соответствии с тем или иным алгоритмом) весовых коэффициентов связей между нейронами.

Заметим, что этот процесс является результатом алгоритма функционирования сети, а не предварительно заложенных в нее знаний человека, как это часто бывает в системах искусственного интеллекта.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

Среди различных структур нейронных сетей (НС) одной из наиболее известных является многослойная структура, в которой каждый нейрон произвольного слоя связан со всеми аксонами нейронов предыдущего слоя или, в случае первого слоя, со всеми входами НС.

Такие НС называются **полносвязными**.

Когда в сети только один слой, алгоритм ее обучения с учителем довольно очевиден, так как правильные выходные состояния нейронов единственного слоя заведомо известны, и подстройка синаптических связей идет в направлении, минимизирующем ошибку на выходе сети.

По этому принципу строится, например, алгоритм обучения однослойного перцептрона.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

В многослойных же сетях оптимальные выходные значения нейронов всех слоев, кроме последнего, как правило, не известны, и двух- или более слойный перцептрон уже невозможно обучить, руководствуясь только величинами ошибок на выходах НС.

Приемлемый вариант решения – распространение сигналов ошибки от выходов НС к ее входам, в направлении, обратном прямому распространению сигналов в обычном режиме работы.

Этот алгоритм обучения НС получил название процедуры обратного распространения. Именно он будет рассмотрен в дальнейшем.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

Согласно методу наименьших квадратов, минимизируемой целевой функцией ошибки НС является величина:

$$E(w) = \frac{1}{2}\sum_{j,p}(y_{j,p}^{(N)} - d_{j,p})^2 \qquad (3)$$

где $y_{j,p}^{(N)}$ – реальное выходное состояние нейрона *j* выходного слоя *N* нейронной сети при подаче на ее входы *p*-го образа; d_{jp} – идеальное (желаемое) выходное состояние этого нейрона.

Суммирование ведется <u>по всем нейронам</u> выходного слоя и <u>по всем обрабатываемым сетью образам</u>.
Минимизация ведется методом <u>градиентного спуска</u>, что означает <u>подстройку весовых коэффициентов</u> следующим образом:

$$\Delta w_{ij}^{(n)} = -\eta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} \qquad (4)$$

здесь w_{ij} – весовой коэффициент синаптической связи, соединяющей *i*-ый нейрон слоя *n*-1 с *j*-ым нейроном слоя *n*; η – коэффициент скорости обучения, 0 < η < 1.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

Как показано в [**Розенблатт Ф.** Принципы нейродинамики (перцептрон и теория механизмов мозга).]

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{dy_j}{ds_j} \cdot \frac{\partial s_j}{\partial w_{ij}} \qquad (5)$$

Здесь под y_j, как и раньше, подразумевается выход нейрона *j*, а под s_j – взвешенная сумма его входных сигналов, то есть аргумент <u>активационной функции</u>.
Так как множитель $\frac{dy_j}{ds_j}$ является производной этой функции по ее аргументу, из этого следует, что производная активационной функции должна быть определена на всей оси абсцисс.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

В связи с этим функция единичного скачка и прочие активационные функции с неоднородностями не подходят для рассматриваемых НС.
В них применяются такие гладкие функции, как гиперболический тангенс или классический сигмоид с экспонентой. В случае гиперболического тангенса

$$\frac{dy}{ds} = 1 - s^2 \tag{6}$$

Третий множитель $\frac{\partial s_j}{\partial w_{ij}}$ очевидно, равен выходу нейрона предыдущего слоя $y_i^{(n-1)}$

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

Что касается первого множителя в (5), он легко раскладывается следующим образом:

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = \sum_k \frac{\partial E}{\partial y_k} \cdot \frac{dy_k}{ds_k} \cdot \frac{\partial s_k}{\partial y_j} = \sum_k \frac{\partial E}{\partial y_k} \cdot \frac{dy_k}{ds_k} \cdot w_{jk}^{(n+1)} \qquad (7)$$

Здесь суммирование по *k* выполняется среди нейронов слоя *n+1*.
Введя новую переменную:

$$\delta_j^{(n)} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{dy_j}{ds_j} \qquad (8)$$

мы получим рекурсивную формулу для расчетов величин $\delta_j^{(n)}$ слоя *n* из величин $\delta_j^{(n+1)}$ более старшего слоя *n+1*.

$$\delta_{\mathrm{j}}^{(\mathrm{n})} = \left[\sum_k \delta_k^{(n+1)} \cdot w_{jk}^{(n+1)} \right] \cdot \frac{dy_j}{ds_j} \qquad (9)$$

Для выходного же слоя:

$$\delta_l^{(N)} = (y_l^{(N)} - d_l) \cdot \frac{dy_l}{ds_l} \qquad (10)$$

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

Теперь мы можем записать (4) в раскрытом виде:

$$\Delta w_{ij}^{(n)} = -\eta \cdot \delta_j^{(n)} \cdot y_i^{(n-1)} \qquad (11)$$

Иногда для придания процессу коррекции весов некоторой инерционности, сглаживающей резкие скачки при перемещении по поверхности целевой функции, (11) дополняется значением изменения веса на предыдущей итерации

$$\Delta w_{ij}^{(n)}(t) = -\eta \cdot (\mu \cdot \Delta w_{ij}^{(n)}(t-1) + (1-\mu) \cdot \delta_j^{(n)} \cdot y_i^{(n-1)}) \qquad (12)$$

где μ – коэффициент инерционности, t – номер текущей итерации.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

Таким образом, полный алгоритм обучения НС с помощью процедуры обратного распространения ошибки строится так:

1. Подать на входы сети один из возможных образов и в режиме обычного функционирования НС, когда сигналы распространяются от входов к выходам, рассчитать значения последних. Напомним, что

$$s_j^{(n)} = \sum_{i=0}^{M} y_i^{(n-1)} \cdot w_{ij}^{(n)} \qquad (13)$$

где *M* – число нейронов в слое *n-1* с учетом нейрона с постоянным выходным состоянием +1, задающего смещение;

$y_i^{(n-1)} = x_{ij}^{(n)}$ – *i* - ый вход нейрона *j* слоя *n*.

$$y_j^{(n)} = f(s_j^{(n)})$$ где *f()* – сигмоид (14)

$$y_q^{(0)} = \mathrm{I}_q \qquad (15)$$

где I_q – *q*-ая компонента вектора входного образа.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

2. Рассчитать $\delta^{(N)}$ для выходного слоя по формуле (10).

Рассчитать по формуле (11) или (12) изменения весов $\Delta w^{(N)}$ слоя *N*.

3. Рассчитать по формулам (9) и (11) (или (9) и (12)) соответственно $\delta^{(n)}$ и $\Delta w^{(n)}$ для всех остальных слоев, *n = N-1, ..., 1* .

4. Скорректировать все веса в НС

$$w_{ij}^{(n)}(t) = w_{ij}^{(n)}(t-1) + \Delta w_{ij}^{(n)}(t) \qquad (16)$$

5. Если ошибка сети существенна, перейти на шаг 1. В противном случае – конец.

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

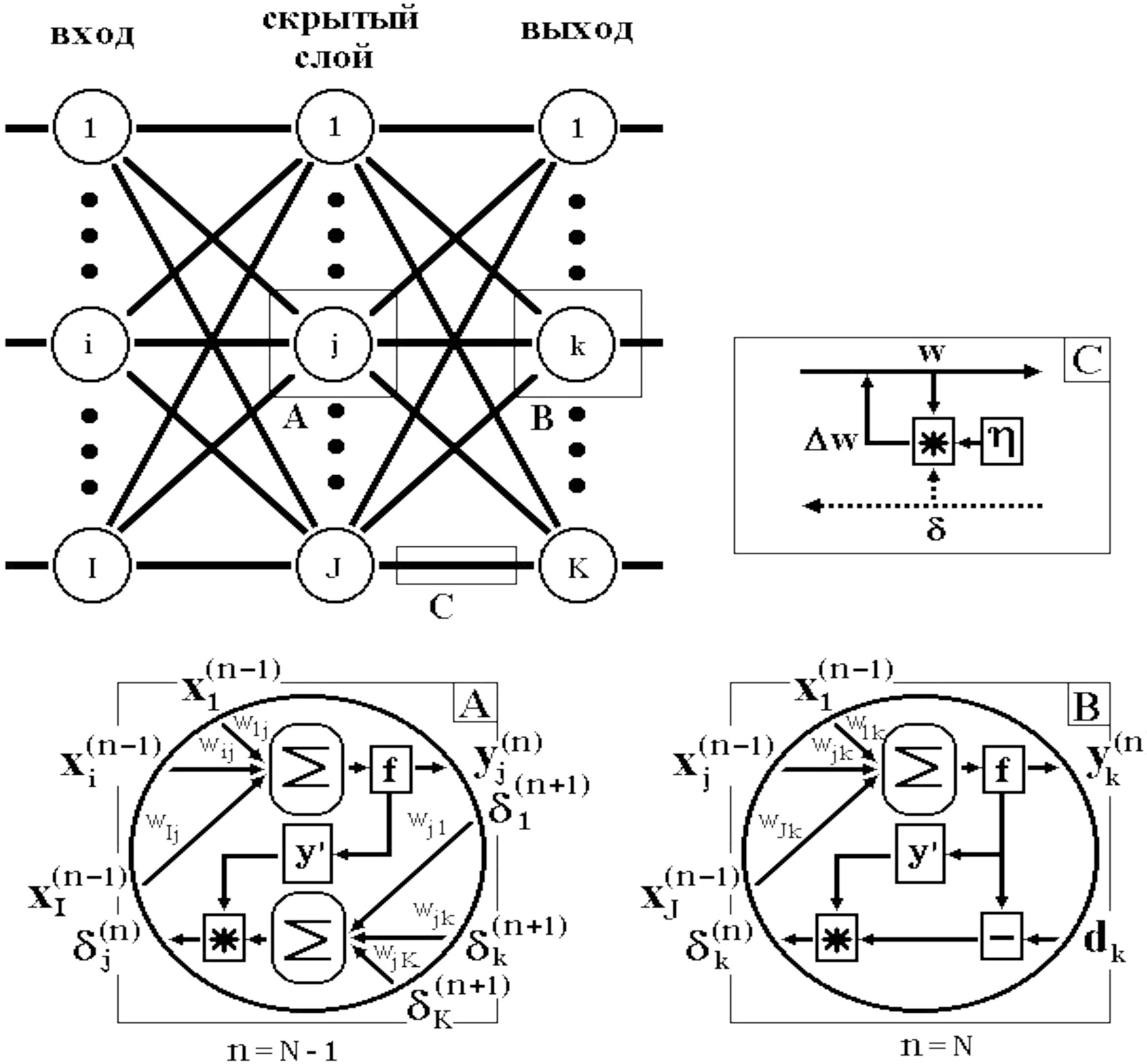


Рис. 4

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

Сети на шаге 1 попеременно в случайном порядке предъявляются все тренировочные образы, чтобы сеть, образно говоря, не забывала одни по мере запоминания других. Алгоритм иллюстрируется Рис. 4

Из выражения (11) следует, что когда выходное значение yi(n-1) стремится к нулю, эффективность обучения заметно снижается. При двоичных входных векторах в среднем половина весовых коэффициентов не будет корректироваться[3], поэтому область возможных значений выходов нейронов [0,1] желательно сдвинуть в пределы [-0.5,+0.5], что достигается простыми модификациями логистических функций. Например, сигмоид с экспонентой преобразуется к виду:

$$f(x) = -0.5 + \frac{1}{1+e^{-\alpha \cdot x}} \tag{17}$$

Модель нейронной сети с обратным распространением ошибки (back propagation)

Теперь коснемся вопроса ёмкости НС, то есть числа образов, предъявляемых на ее входы, которые она способна научиться распознавать. Для сетей с числом слоев больше двух, он остается открытым. Как показано в [4], для НС с двумя слоями, то есть выходным и одним скрытым слоем, детерминистская емкость сети Cd оценивается так:

$$\frac{N_w}{N_y} < C_d < \frac{N_w}{N_y}\log\left(\frac{N_w}{N_y}\right) \qquad (18)$$

где *Nw* – число подстраиваемых весов, *Ny* – число нейронов в выходном слое.

Следует отметить, что данное выражение получено с учетом некоторых ограничений. Во-первых, число входов Nx и нейронов в скрытом слое *Nh* должно удовлетворять неравенству *Nx+Nh>Ny*.

Во-вторых, *Nw/Ny > 1000*. Однако вышеприведенная оценка выполнялась для сетей с активационными функциями нейронов в виде порога, а емкость сетей с гладкими активационными функциями, например – (17), обычно больше.