

Системы счисления



СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ - это способ изображения чисел и соответствующие ему правила действия над числами.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,
9,0

Системы счисления

Непозиционные.

В таких системах от положения знака в записи числа не зависит величина, которую он обозначает;

римская система счисления

I - 1, V - 5, X - 10, L - 50

ССXXXII - 232

на Руси до 18 века

использовали непозиционную систему счисления славянских цифр. Буквы кириллицы имели цифровое значение, если над ними ставился знак титло.

I, II, III, IV, V, VI, VII,....

Позиционные

В таких системах счисления величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от ее позиции.

Количество используемых цифр называется **ОСНОВАНИЕМ** позиционной системы счисления. Система счисления, применяемая в современной математике, является позиционной десятичной системой. Ее основание равно 10, так как запись производится с помощью 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. В числе 333 содержится 3 сотни, 3 десятка, 3 единицы.

$$26,387 = 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3}$$

За основание позиционной системы счисления можно принять любое натуральное число большее 1.

Основание системы, к которой относится число, обозначается подстрочным индексом к этому числу.

1011012_3 , 36718_{10} , $3B8F16_{16}$.

<i>•основание</i>	<i>•система</i>	<i>•алфавит</i>
<i>•n = 2</i>	<i>•двоичная</i>	<i>•0, 1</i>
<i>•n = 3</i>	<i>•троичная</i>	<i>•0, 1, 2</i>
<i>•n = 8</i>	<i>•восьмеричная</i>	<i>•0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7</i>
<i>•n = 16</i>	<i>•шестнадцатеричная</i>	<i>•0, 1 ..9, A, B, C, D, E, F</i>

Чтобы перевести из десятичной системы счисления в другую надо:



- данное десятичное число делится на основание системы с остатком;*
- полученный остаток - это младший разряд искомого числа, а полученное частное снова делится на основание, остаток равен второй справа цифре и так далее;*
- так продолжается до тех пор, пока частное не станет меньше делителя (основания системы). Это частное - старшая цифра искомого числа.*

Таблица перевода из двоичной записи в восьмеричную и наоборот

Восьмиричная запись	Двоичная запись
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111



Например, $1010110101111_2 = 1\ 010\ 110\ 101\ 111_2 = 12657_8$
 $43_8 = 100\ 011_2$

Таблица перевода из шестнадцатиричной системы в двоичную и наоборот.

Например, $1001\ 1010\ 1111_2 = 9AF_{16}$; $B5_{16} = 1011\ 0101_2$

Шестнадцатиричная запись	Двоичная запись
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111



Алгоритм перевода из одной системы в другую без таблицы.

- Перевести число в десятичную систему счисления.
- Из десятичной перевести в нужную систему счисления.

Например, перевести 1011012 в пятеричную запись.

$$1011012 = 1 \cdot 25 + 0 \cdot 24 + 1 \cdot 23 + 1 \cdot 22 + 0 \cdot 21 + 1 \cdot 20 = 32 + 8 + 4 + 1 = 4510$$

$$45 : 5 = 9 \text{ (ост. 0)}$$

$$9 : 5 = 1 \text{ (ост. 4)}$$

$$4510 = 1405, \text{ то есть } 1011012 = 1405$$

Перевести число 23C16 в восьмеричное.

$$23C16 = 2 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = 2 \cdot 256 + 48 + 12 = 512 + 60 = 57210$$

$$572 : 8 = 71 \text{ (ост. 4)}$$

$$71 : 8 = 8 \text{ (ост. 7)}$$

$$8 : 8 = 1 \text{ (ост. 0)}$$

$$23C10 = 57210 = 10748$$



Практическая работа

- Выполнить перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную: 1510; 2610; 10110
- Выполнить перевод из двоичной системы счисления в десятичную: 110112; 110012; 11102



Примеры:

- $37 : 2 = 18$ (ост1 - младший разряд)
 - $18 : 2 = 9$ (ост 0)
 - $9 : 2 = 4$ (ост 1)
 - $4 : 2 = 2$ (ост 0);
 - $2 : 2 = 1$ (ост 0) .
- $3710 = 1001012$

- $15 : 2 = 7$ (ост 1)
- $7 : 2 = 3$ (ост 1)
- $3 : 2 = 1$ (ост 1)
- $1510 = 11112$



Двоичная арифметика

- **1. Сложение:** $0 + 0 = 0$;
- $1 + 0 = 1$;
- $1 + 1 = 10$.

□ Пример:

$$\begin{array}{r} 1011011101 \\ + 111010110 \\ \hline 10010110011 \end{array}$$

- **Умножение:** $0 * 0 = 0$;
- $1 * 0 = 0$;
- $1 * 1 = 1$.

□ Пример:

$$\begin{array}{r} 1101101 \\ * 101 \\ \hline 1101101 \\ 1101101 \\ \hline 1000100001 \end{array}$$



Двоичная арифметика



- Вычитание: $0 - 0 = 0$;
- $1 - 0 = 1$;
- $1 - 1 = 0$.

□ Пример:

```
101
- 11
  10
```

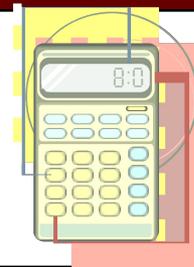
□ 4. Деление:

$10111010111 : 1101 = 11100$

Задания для самостоятельной работы:

1. Сложить двоичные числа
 $1111112 + 10012$;
 $11001112 + 11012$;
 $1001112 + 1110002$
2. Вычесть: $1100112 - 10012$;
 $1111112 - 10012$;
 $11001112 - 11012$
3. Умножить: $11012 * 112$;
 $10112 * 1012$; $1102 * 102$

Двоичная кодировка.



- В современной вычислительной технике информация чаще всего кодируется с помощью последовательностей сигналов всего двух видов: намагничено или не намагничено, включено, не выключено, высокое напряжение или низкое и так далее. Принято одно состояние обозначать цифрой 1, а другое – 0, а цифры 0 и 1 называть битами. При двоичном кодировании каждому символу сопоставляется его код – последовательность из фиксированного количества нулей и единиц. В большинстве современных ЭВМ каждому символу соответствует последовательность из 8 нулей и 1, называемая БАЙТОМ. Всего существует 256 разных последовательностей из 8 нулей и единиц – это позволяет закодировать 256 разных символов, например, буквы, цифры, знаки препинания и так далее. Соответствие байтов и символов задается с помощью таблицы, в которой для каждого кода указывается соответствующий символ.





Пример

- Коду 00100000 в этой таблице соответствует пробел. Коды русских букв отличаются от кодов латинских букв. Например, большая русская буква «М» имеет код 11101101, буква «И» – 11101001, буква «Р» – 11110010. Слово «МИР» шифруется так: 11101101111010011110010 и несет 24 бита информации или 3 байта.
111011011110100111101101 – РИМ – 24 бита или 3 байта.

Как подсчитать, сколько информации несет то или иное издание?

- Каждый символ несет 1 байт или 8 битов. На страницу учебника помещается примерно 50 строк, в каждой строке – примерно – 60 знаков (60 байт). Значит, полностью заполненная страница имеет информационный объем около 3000 байт. Так $1 \text{ Кбайт} = 2^{10} \text{ байт} = 1024 \text{ байта} \approx 1000 \text{ байта}$, то объем одной страницы примерно равен 3 Кбайта
- В учебнике 250 страниц, то $3 * 250 = 750 \text{ Кбайт}$.
- В одном томе Большой Советской Энциклопедии примерно 120 Мбайт. В одном номере четырехстраничной газеты – 150 Кбайт

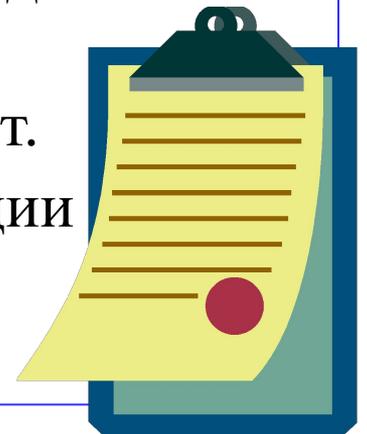
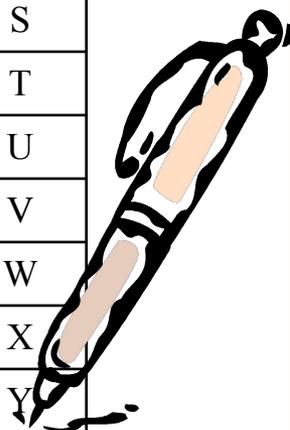


Таблица кодов КОИ:

КОД	СИМВОЛ	КОД	СИМВОЛ	КОД	СИМВОЛ	КОД	СИМВОЛ
00100000	Пробел	00110000	0	01000000		01010000	P
00100001	!	00110001	1	01000001	A	01010001	Q
00100010	“	00110010	2	01000010	B	01010010	R
00100011	#	00110011	3	01000011	C	01010011	S
00100100	\$	00110100	4	01000100	D	01010100	T
00100101	%	00110101	5	01000101	E	01010101	U
00100110	&	00110110	6	01000110	F	01010110	V
00100111	‘	00110111	7	01000111	G	01010111	W
00101000	(00111000	8	01001000	H	01011000	X
00101001)	00111001	9	01001001	I	01011001	Y
00101010	*	00111010	:	01001010	J	01011010	Z
00101011	+	00111011	;	01001011	K	01011011	[
00101100	,	00111100	<	01001100	L	01011100	\
00101101	-	00111101	=	01001101	M	01011101]
00101110	.	00111110	>	01001110	N	01011110	^
00101111	/	00111111	?	01001111	O	



Единицы измерения информации.

- 1 Кбит = $2^{10} = 1024$ бит (≈ 1 тыс. бит)
- 1 Мбит = $2^{20} = 1048576$ бит (≈ 1 млн. бит)
- 1 Гбит = $2^{30} \approx 10^9$ бит (миллиард бит)
- 1 Кбайт = $2^{10} = 1024$ байт (≈ 1 тыс. байт)
- 1 Мбайт = $2^{20} = 1048576$ байт (≈ 1 млн. байт)
- 1 Гбайт = 2^{30} (≈ 1 млрд. байт)

