

Системы счисления



Основные понятия систем счисления

Что называют системой счисления?

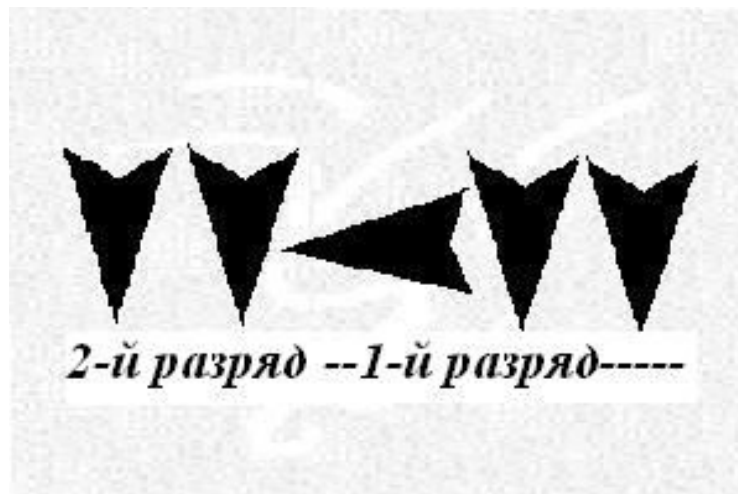
Какие виды систем счисления бывают?

Приведите примеры систем счисления.

Системой счисления или нумерацией называется

Унарные, непозиционные и позиционные

| | | |
|-----------|------------|---------|
| ┆ - 1 | ◀┆ - 11 | ◀◀ - 30 |
| ┆┆ - 2 | ◀┆┆ - 12 | ◀◀ - 50 |
| ┆┆┆ - 3 | ◀┆┆┆ - 13 | ◀◀ - 50 |
| ┆┆┆┆ - 4 | ◀┆┆┆┆ - 14 | |
| ┆┆┆┆┆ - 5 | | |
| ◀ - 10 | ◀◀ - 20 | |



Основные понятия позиционных систем счисления

Что является основой любой позиционной системы счисления?
Что образуют цифры в совокупности?
Как будет называться количество цифр в алфавите?

Размерность
алфавита -
количество цифр в
алфавите.

Алфавит - системы
счисления -
совокупность всех
цифр.

Формула развернутой записи числа. Выполните задание:

Запишите числа в развернутой записи:

| | | |
|---------------|-------------|----------------|
| $123,56_{10}$ | 1242_8 | 2541_6 |
| 123_5 | 1945_{10} | $3254,36_7$ |
| 101101_2 | $FD2E_{16}$ | $3659,85_{11}$ |

$$A_q = a_{n-1} * q^{n-1} + \dots + a_1 * q^1 + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \dots + a_{-m} * q^{-m},$$



Традиционная система счисления

$$A_q = a_{n-1} * q^{n-1} + \dots + a_1 * q^1 + a_0 * q^0 + a_{-1} * q^{-1} + \dots + a_{-m} * q^{-m},$$

Основание системы счисления - размерность алфавита

Базис системы счисления - ряд целых степеней десятки

Основанием традиционной системы счисления может быть любое натуральное число, начиная с двух, а базис - бесконечный в обе стороны ряд целых степеней основания.



Примеры позиционных систем и их алфавитов

| Система счисления | Основание | Алфавит цифр |
|-------------------|-----------|---|
| Десятичная | 10 | 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 |
| Двоичная | 2 | 0,1 |
| Восьмеричная | 8 | 0,1,2,3,4,5,6,7 |
| Шестнадцатеричная | 16 | 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A(10),B(11),C(12), D(13),E(14),F(15) |

Выполним следующие задания:

Задача №1. Число в троичной системе счисления: $2011,1_3$ нужно перевести в десятичную систему.

Задача №2. Шестнадцатеричное число $2AF,8C_{16}$ перевести в десятичную систему.

Задача №3. Двоичное число $10101111,100011_2$ перевести в десятичную систему.



Схема Горнера и перевод чисел целых чисел

Старшую цифру умножаем на основание, добавляем вторую цифру, результат умножаем на основание, добавляем третью цифру и так до тех пор, пока не прибавим последнюю цифру.

Результатом будет десятичная запись числа. Ясно, что полученное равенство будет справедливо для любых целых P -ичных чисел, а формулу можно записать в общем виде:

$$a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0_p = (\dots (a_n * p + a_{n-1}) * p + a_{n-2}) * p + \dots + a_1) * p + a_0.$$

Эта формула и является иллюстрацией схемы Горнера для перевода целых чисел в десятичную систему счисления.



Нетрадиционная система счисления (числа Фибоначчи).

Алфавит фибоначчией системы счисления из двух цифр 0 и 1.

Базисом этой системы является следующий ряд чисел: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, Он называется рядом Фибоначчи или числами Фибоначчи.

Ряд Фибоначчи строится следующим образом. Первые два числа $F_1=1$ и $F_2=2$. Каждое следующее равно сумме двух предыдущих чисел.



Особенность Фибоначчиевой системы.

Неоднозначность представления некоторых целых чисел:

$$3 = 11_{fib} = 100_{fib}$$
$$8 = 10000_{fib} = 1100_{fib} = 1011_{fib}$$

Такое свойство системы называется *избыточной*.

Благодаря избыточности можно обнаружить потерю данных, возникающих из-за технических сбоев.

Отсюда интерес к фибоначчиевой системе счисления со стороны конструкторов вычислительной техники.



Перевод десятичных чисел в другие системы счисления.

1. Перевод целого числа
2. Перевод дробного числа



Перевод целого числа (пример)

Задача №4. Перевести число 58_{10} в троичную систему счисления.

Задача №5. Перевести число 121_{10} в пятеричную систему счисления.



Перевод дробного числа

Первая ситуация: после некоторого числа умножений в дробной части произведения получился 0.

Задача №6. Перевести десятичную дробь 0,625 в двоичную систему счисления.



Перевод дробного числа

Вторая ситуация: Получение периодической дробной части. В таком случае последовательные умножения надо продолжать до выделения дробной части.

Задача №7. Перевести число $0,246_{10}$ в пятеричную систему счисления.

