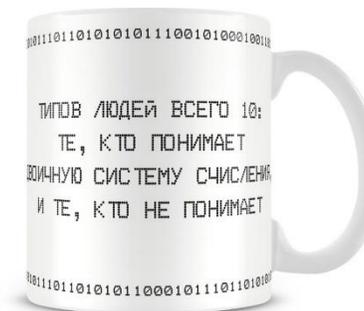


Системы счисления

ИНФОРМАТИКА, 8 КЛАСС



СОДЕРЖАНИЕ

1. [Краткие сведения о системах счисления.](#)
2. [Унарная система счисления.](#)
3. [Непозиционные системы счисления.](#)
4. [Позиционные системы счисления. Десятичная система.](#)
5. [Двоичная система счисления. Двоичная арифметика.](#)
6. [Восьмеричная система счисления.](#)
7. [Шестнадцатеричная система счисления.](#)
8. [Опорный конспект. Тест.](#)



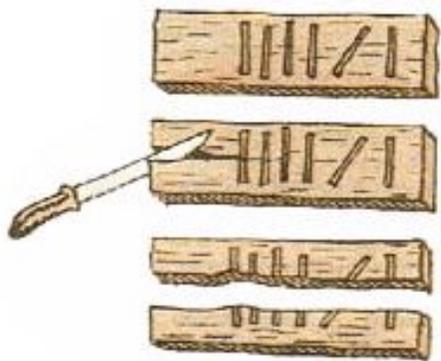
Системы счисления

Система счисления – набор правил записи чисел, а также выполнения операций с ними.

Цифры – знаки, при помощи которых записывается число.

Алфавит – совокупность (множество) всех цифр системы счисления.

ВНИМАНИЕ!
1 цифра – 1 знак



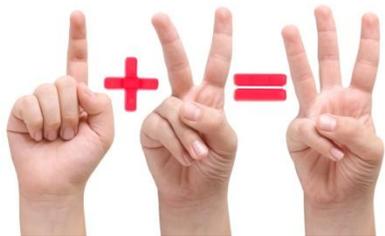
число	значение
I	1
∩	10
∞	100
⋈	1 000
∩	10 000
🐾 или 🐾	100 000
👤	1 000 000

ВОПРОС!
Как бы вы назвали количество цифр в системе счисления (7 класс)



Унарная система счисления

- используется **только один знак** (чаще всего – “|”, но могут быть и другие);
- этот знак обозначает единицу в нашем обычном понимании



ВОПРОС!

Предложите свой вид знака унарной системы.

Какие недостатки у данной системы?



Непозиционные системы счисления

Система является **непозиционной**, если количественное значение («вклад») цифры в числе **не зависит** от её положения в записи числа.

РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ:

1 2 3

XXI век:

X – расположена на 1 месте,
«вклад» в число – 10.

X – расположена на 2 месте,
«вклад» в число тот же – 10.

Где бы мы не поставили X – в запись числа она будет «вкладывать» (или вычитать) 10 и только 10!

ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ:

1 2 3 4

2315 год:

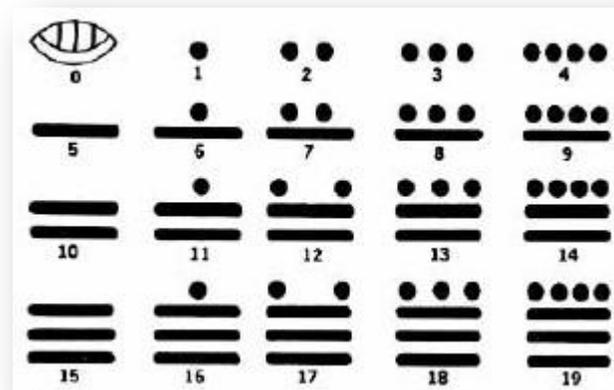
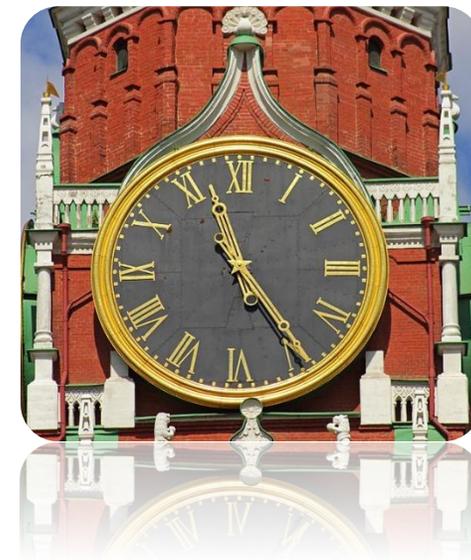
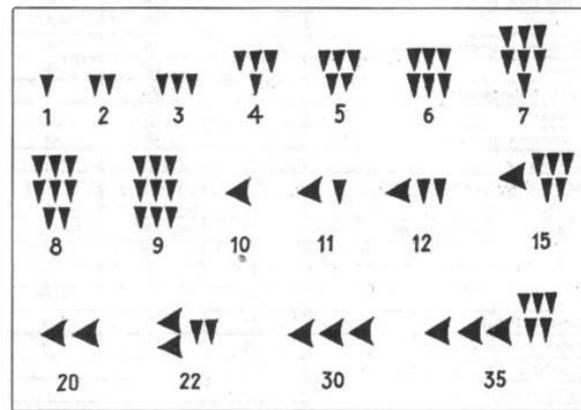
5 – стоит на самой правой позиции (месте) – её вклад = 5;
1 – стоит на одну позицию левее – её вклад: $1 \cdot 10 = 10$;
3 – стоит ещё на одну позицию левее – её вклад: $3 \cdot 100 = 300$;
2 – стоит ещё на одну позицию левее – её вклад: $2 \cdot 1000 = 2000$.

Как видите – вклад цифры в число зависит от её места!!!



Непозиционные системы счисления

- унарная;
- египетская;
- шумерская;
- римская;
- славянская;
- и прочие...



Подробнее о римской системе счисления

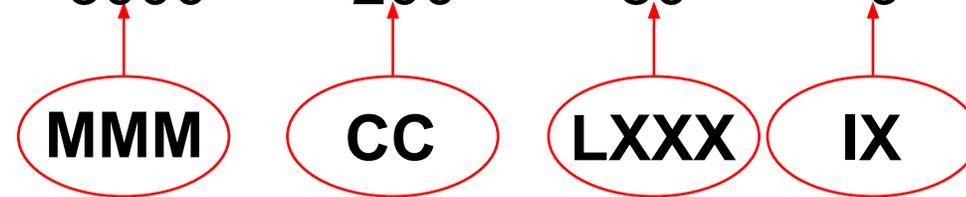
Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично* непозиционная!)

Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$3289 = 3000 + 200 + 80 + 9$$



$$2389 = \text{M M M C C L X X X I X}$$



Позиционные системы счисления

Система является **позиционной**, если количественное значение («вклад») цифры в числе **зависит** от её положения в записи числа.

ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ:

2315 год:

- 5 – стоит на самой правой позиции (месте) – её вклад = 5;
- 1 – стоит на одну позицию левее – её вклад: $1 \cdot 10 = 10$;
- 3 – стоит ещё на одну позицию левее – её вклад: $3 \cdot 100 = 300$;
- 2 – стоит ещё на одну позицию левее – её вклад: $2 \cdot 1000 = 2000$.

Как видите – вклад цифры в число зависит от её места!!!

**Основание – количество цифр
в системе счисления**

**Разряд – номер места в
записи числа**



Самое важное

- Разряды (i) нумеруем от нуля справа налево (для дробных чисел – нулевой разряд находится слева от запятой);
- Правила устного счёта на информатике:
 - 1) начинаем от нуля;
 - 2) доходим до максимальной цифры в системе счисления;
 - 3) увеличиваем цифру в разряде слева на 1;
3а) если в разряде слева стоит максимальная цифра, то увеличиваем на 1 цифру в разряде ещё левее (повторяем пункт до первого разряда с не максимальной цифрой);
 - 4) обнуляем все разряды справа от того, который мы увеличили на 1;
 - 5) повторяем пункты 1-4 до нужного числа.

Десятичная система счисления
0->1->2->3->...->9->10->11->...
...->99->100->...->999->1000->...

ВОПРОС!

**А если
максимальная
цифра – 7?**



Узловые и алгоритмические числа

Узловые числа обозначаются цифрами.



Алгоритмические числа получаются в результате каких-либо операций из узловых чисел.

$$5 \times 100 + 4 \times 10 + 8 = 548$$



Расширенная форма

В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^n + a_{n-2} \times q^{n-1} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

Здесь:

- A — число;
- q — основание системы счисления;
- a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;
- n — количество целых разрядов числа - 1;
- m — количество дробных разрядов числа;
- q^i — «вес» i -го разряда.

Такая запись числа называется **развёрнутой формой записи**.



Расширенная форма

СЛОЖНО?

Примеры:

$$2345,67_{10} = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}$$

$$2345,67_8 = 2 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 6 \cdot 8^{-1} + 7 \cdot 8^{-2}$$

$$N^0 = 1$$

$$N^1 = N$$

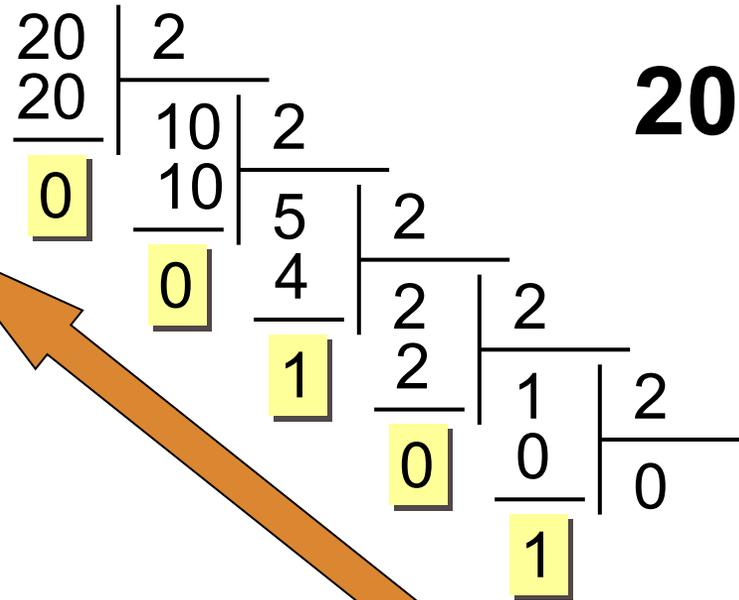
ВОПРОС!

А для
отрицательных
чисел?



Двоичная система счисления

10 → 2



$$20 = 10100_2$$

Основание: 2
Алфавит: 0, 1

2 → 10

4 3 2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 10100_2 &= 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + 1 \cdot 2^2 + \cancel{0 \cdot 2^1} + \cancel{0 \cdot 2^0} \\ &= 16 + 4 = 20 \end{aligned}$$



Арифметика в двоичной системе счисления

	$0 \cdot 0 = 0$
	$0 \cdot 1 = 0$
	$1 \cdot 0 = 0$
	$1 \cdot 1 = 1$

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 10$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1111 \\ \hline 1111 \\ + 1111 \\ + 1111 \\ + 1111 \\ \hline 1111 \\ + 1111 \\ + 1111 \\ + 1111 \\ \hline 001 \end{array}$$



Восьмеричная система счисления

Основание: 8

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

10 → 8

$$\begin{array}{r|l} 100 & 8 \\ \hline 96 & 12 \\ \hline 4 & 8 \\ \hline & 1 \\ & 0 \\ & 0 \\ & 1 \end{array}$$

$$100 = 144_8$$

8 → 10

2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 144_8 &= 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 \\ &= 64 + 32 + 4 = 100 \end{aligned}$$

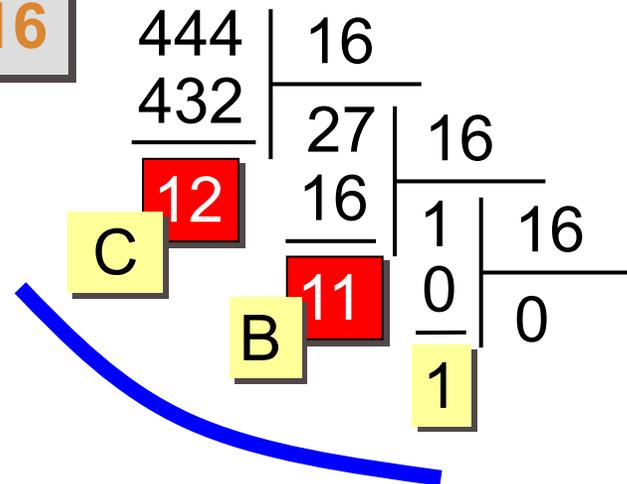


Шестнадцатеричная система счисления

Основание: 16

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**
10 11 12 13 14 15

10 → 16



16 → 10

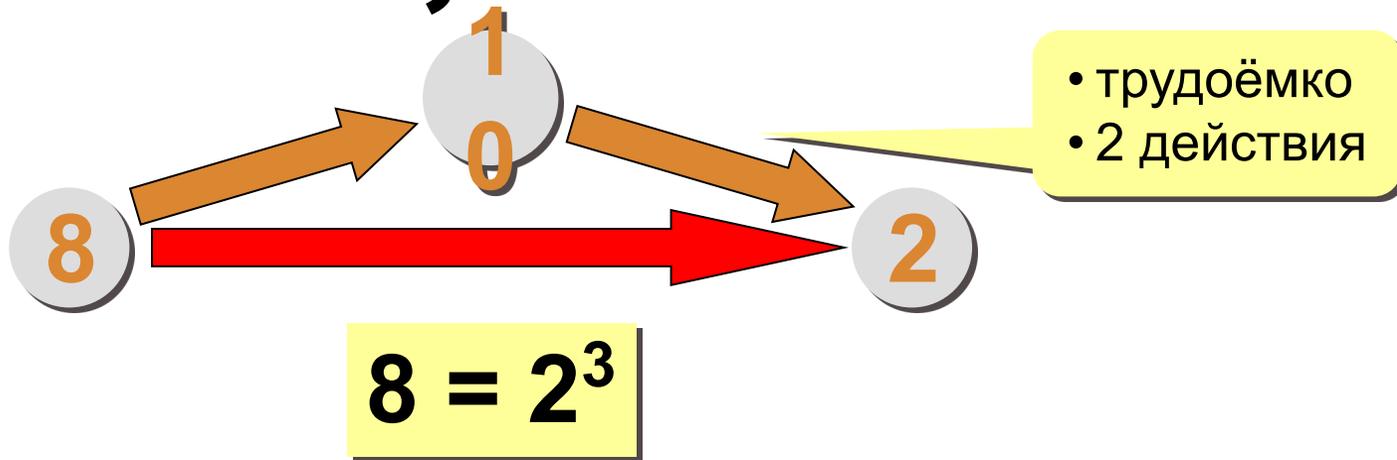
2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 1BC_{16} &= 1 \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + C \\ &= 256 + 176 + 12 = 444 \end{aligned}$$

$$444 = 1BC_{16}$$



Перевод чисел между системами «2», «8» и «16»



! Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

ВОПРОС!

А что с шестнадцатеричными числами?

Как выполнять обратный перевод?



Таблица
соответствия
записей
чисел
от **0** до **18**

Десятичная система	Двоичная система	Восьмеричная система	Шестнадцатеричная система
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12



Опорный конспект

Система счисления — это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел.

Цифры - знаки, при помощи которых записываются числа.

Алфавит - совокупность цифр системы счисления.



В позиционной системе счисления с основанием q любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m}).$$

